

Proportionnalité

1

Grandeurs proportionnelles

♥ DÉFINITION

Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant (ou en divisant) par un même nombre non nul les valeurs de l'autre.

👉 **Exemple** : Le mille international (symbole : mi) ou mile (en anglais) est une unité anglo-saxonne de longueur qui vaut exactement 1 609,344 mètres.
Une longueur exprimée en mille est-elle proportionnelle à cette même longueur exprimée en mètres ?

Solution : On obtient la longueur en mètres en multipliant la longueur en mille par le nombre 1 609,344 : les deux grandeurs sont donc bien proportionnelles (et le nombre 1 609,344 est alors appelé **coefficient de proportionnalité**).

🚩 Remarque

Deux grandeurs ne sont pas toujours proportionnelles. En voici quelques-unes qui ne le sont pas :

- la taille d'une personne et son âge ;
- l'aire d'un carré et la longueur de son côté.

2

Calculs dans une situation de proportionnalité

Pour illustrer une situation de proportionnalité, on utilise souvent un tableau appelé **tableau de proportionnalité**. Dans un tel tableau, on obtient les nombres de la seconde ligne en multipliant ceux de la première ligne par le coefficient de proportionnalité (ou l'inverse puisque l'ordre des lignes n'a pas d'importance).



MÉTHODE (remplir un tableau de proportionnalité avec le coefficient)

Complète le tableau de proportionnalité suivant à l'aide du coefficient de proportionnalité (écris les calculs en-dessous) :

| | | | | | |
|-------------------------|------|------|------|-------|-------|
| Masse de pommes (en kg) | 2 | 6,4 | 8 | 12,8 | 24 |
| Prix (en €) | 2,40 | 7,68 | 9,60 | 15,36 | 28,80 |

) × 1,2

Solution : La troisième colonne (celle dans laquelle on connaît déjà les deux nombres) nous permet de calculer le coefficient de proportionnalité : $9,60 \div 8 = 1,2$.

À partir de là, les nombres de la seconde ligne s'obtiennent par multiplication : $2 \times 1,2 = 2,4$ et $24 \times 1,2 = 28,8$.

Les nombres de la première ligne s'obtiennent en divisant : $7,68 \div 1,2 = 6,4$ et $15,36 \div 1,2 = 12,8$.



MÉTHODE (utiliser le « produit en croix »)

Complète le tableau de proportionnalité suivant à l'aide du « produit en croix » (écris les calculs en-dessous) :

| | | | | | |
|-------------------------|------|------|------|-------|-------|
| Masse de pommes (en kg) | 2 | 6,4 | 8 | 12,8 | 24 |
| Prix (en €) | 2,40 | 7,68 | 9,60 | 15,36 | 28,80 |

Solution : Les 3^e et 4^e colonnes du tableau donnent : $\frac{8 \times 15,36}{9},6 = 12,8$. On peut donc maintenant compléter en-dessous du 24 : $\frac{15,36 \times 24}{1},8 = 28,8$.

Pour calculer la valeur au-dessus de 7,68, on utilise la colonne suivante : $\frac{7,68 \times 8}{9},60 = 6,4$.

Enfin, un dernier produit en croix donne le nombre en-dessous de 2 : $\frac{2 \times 7,68}{6},4 = 2,4$.



Remarque

Pour le calcul de la dernière colonne, on aurait aussi pu utiliser les techniques apprises en primaire (agir sur les colonnes), en remarquant par exemple que : $24 = 3 \times 8$ ou $24 = 12 \times 2$.

3

Pourcentage



DÉFINITION

Un **pourcentage** traduit soit une situation de proportionnalité dans laquelle la quantité totale est ramenée à 100, c'est-à-dire $LRp\% = \frac{p}{100}$.

➤ **Exemple** : Sur une tablette de chocolat noir, on lit «54% de cacao». Calcule la masse de cacao contenue dans une tablette de 250 g.

- Première méthode (à l'aide d'un tableau de proportionnalité) :

Solution : On fait un tableau de proportionnalité :

| | | |
|--------------------------|-----|-----|
| Quantité de cacao (en g) | 54 | x |
| Quantité totale (en g) | 100 | 250 |

On calcule alors à l'aide du produit en croix : $\frac{54 \times 250}{100} = \frac{13\,500}{100} = 135$.

Dans cette tablette de 250 g, il y a donc 135 g de cacao.

- Deuxième méthode (à l'aide d'un calcul direct) :

Solution : Le mot français « de » (ainsi que ses déclinaisons) se traduit mathématiquement par un “ \times ”, donc en cherchant

à calculer 54% de 250 g, on calcule mathématiquement $\frac{54}{100} \times 250 = 135$.

Dans cette tablette de 250 g, il y a donc 135 g de cacao.