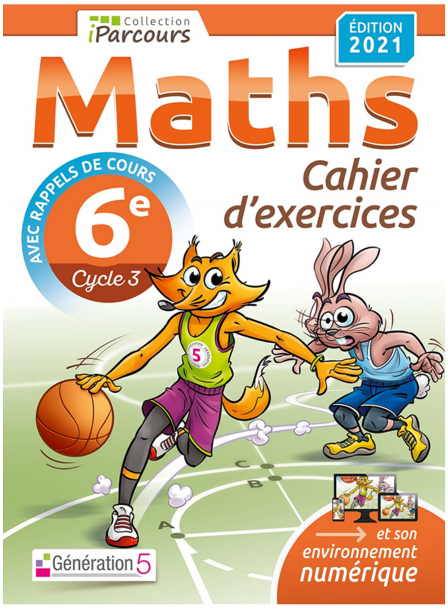
COURS DE 6^{e}

Disponible sur www.capes-de-maths.com, menu Collège puis 6^{e}.

Trace écrite (version prof) de M. LENZEN de l'année scolaire 2024-2025.

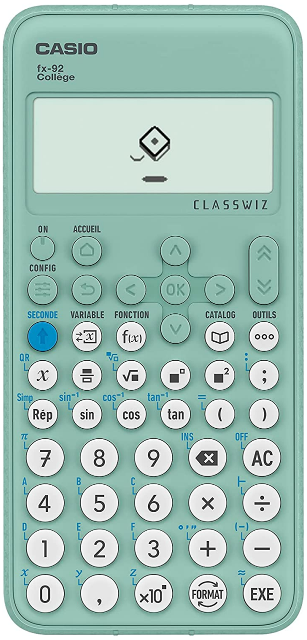
Par respect pour l'environnement, merci de n'imprimer ce cours que si c'est vraiment nécessaire !

Ce cours assez compact fait référence dans son annexe A à des numéros d'exercices qui se rapportent au cahier d'exercices **IParcours 6^{e}**, chez Génération5 (édition 2021), que l'on a demandé aux élèves d'acheter via leur liste de fournitures :



COURS DE L'ANNÉE SCOLAIRE 2024-2025

Des manipulations sont faites à la calculatrice dans ce cours. Bien que le fonctionnement des calculatrices soit sensiblement équivalent, c'est la « **CASIO FX-92** » (sortie en 2023) qui a été utilisée (qui intègre un tableur et surtout du Scratch…) :



Note : la présence du logo « ▶ » signifie qu'il y a une vidéo associée, disponible soit en se rendant sur mon site (www.capes-de-maths.com), soit en scannant le QR-code dans l'annexe B.

Table des matières

SÉQUENCE I

Nombres entiers (partie 1)

1 Décomposition, nom des chiffres (▶)

DÉFINITION

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 sont des chiffres qui permettent d'écrire tous les nombres entiers, de même que les lettres de A à Z permettent d'écrire tous les mots.

Exemple : 2 024 est un nombre qui s'écrit avec 3 chiffres différents (0, 2 et 4), mais composé de 4 chiffres. 7 est aussi un nombre, qui s'écrit avec un seul chiffre.
De la même manière, « il a » est un morceau de phrase de 2 mots qui s'écrivent avec respectivement 2 et 1 lettre.

Remarque

Pour pouvoir lire les grands nombres entiers facilement, on regroupe les chiffres par paquets de 3 (les **classes**) en commençant par la droite.

Exemple : On s'intéresse au nombre 1048074912.

a) Réécris ce nombre correctement. 1 048 074 912
b) Écris ce nombre en toutes lettres (▶). .... un-milliard-quatrante-huit-mille-soixante-quatorze-neuf-cent-douze
c) Décompose ce nombre. $1 \times 1\,000\,000\,000 + 4 \times 10\,000\,000 + 8 \times 1\,000\,000 + 7 \times 10\,000 + 4 \times 1\,000 + 9 \times 100 + 1 \times 10 + 2$
d) Donne le nom des chiffres 8 et 9. .... 8 est le chiffre des (unités de) millions et 9 est celui des centaines
e) Quel est le nombre des millions de ce nombre ? .... il y a 1 048 millions dans ce nombre

Solution :

a) 1 048 074 912,
b) un-milliard-quatrante-huit-mille-soixante-quatorze-neuf-cent-douze,
c) $1 \times 1\,000\,000\,000 + 4 \times 10\,000\,000 + 8 \times 1\,000\,000 + 7 \times 10\,000 + 4 \times 1\,000 + 9 \times 100 + 1 \times 10 + 2$,
d) 8 est le chiffre des (unités de) millions et 9 est celui des centaines,
e) il y a 1 048 millions dans ce nombre ?

2 Repérage sur une demi-droite graduée

DÉFINITION

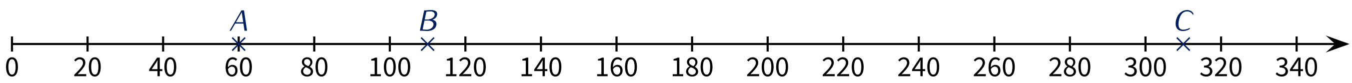
Une demi-droite graduée est une demi-droite sur laquelle on a reporté une unité de longueur régulièrement (souvent le centimètre) à partir de son origine.

PROPRIÉTÉ

Sur une demi-droite graduée, un point est repéré par un nombre appelé son abscisse.

L'origine est repéré par le nombre 0.

Exemple :



L'abscisse du point A est 60 : $A(60)$. Le point B a pour abscisse 110 : $B(110)$. Placer le point $C(310)$.

3 Comparaison et rangement (▶)

DÉFINITIONS

- **Comparer deux nombres, c'est dire si le premier est inférieur ($<$), égal ($=$) ou supérieur ($>$) au second.**
- **Ranger des nombres dans l'ordre croissant signifie les écrire du plus petit au plus grand.**
- **Ranger des nombres dans l'ordre décroissant signifie les écrire du plus grand au plus petit.**

Exemple : Range les nombres 25 342 ; 253 420 ; 25 243 ; 235 420 ; 25 324 dans l'ordre croissant (▶) :

Solution : $25\,243 < 25\,324 < 25\,342 < 235\,420 < 253\,420$. L'important ici est de bien penser à utiliser le symbole "$<$" !

Remarque

Un élève qui sait ranger des nombres dans l'ordre croissant doit donc aussi savoir :

- (▶) encadrer un nombre (trouver deux nombres ■ et ▲ tels que par exemple ■ $< 2\,024 <$ ▲),
- (▶) intercaler un (ou plusieurs) nombres (trouver un nombre ◊ tel que par exemple $2\,020 <$ ◊ $< 2\,030$).

4 Addition

DÉFINITIONS

Les nombres que l'on additionne s'appellent les termes.
Le résultat d'une addition s'appelle la somme.

Exemple : Pose et calcule 1 856 + 525 :

Solution :

$$\begin{array}{cccccc} & {}^{1} & & {}^{1} & \\ & 1 & 8 & 5 & 6 \\ + & & 5 & 2 & 5 \\ \hline & 2 & 3 & 8 & 1 \end{array}$$

PROPRIÉTÉ

Dans une addition, on a le droit de :
- regrouper les termes ;
- changer des termes de place.

Exemple : Calcule astucieusement 46 + 37 + 54 + 63 :

Solution : $46 + 37 + 54 + 63 = 46 + 54 + 37 + 63 = 100 + 100 = 200$

5 Soustraction

DÉFINITIONS

Les nombres que l'on soustrait s'appellent les termes.
Le résultat d'une soustraction s'appelle la différence.

Exemple : Pose et calcule 233 − 67 :

Solution :

$$\begin{array}{cccc} & 2 & {}_{1}3 & {}_{1}3 \\ - & {}_{1} & {}_{1}6 & 7 \\ \hline & 1 & 6 & 6 \end{array}$$

ATTENTION !!!

On ne peut pas changer les termes de place dans une soustraction !

SÉQUENCE II

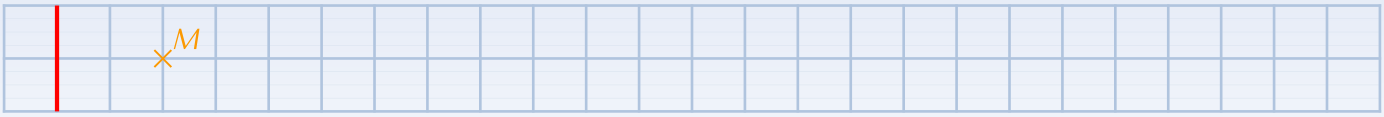
Éléments de géométrie

1 Notion de point

DÉFINITION

Un point est un objet géométrique, intersection de deux lignes. On le nomme par une lettre majuscule.

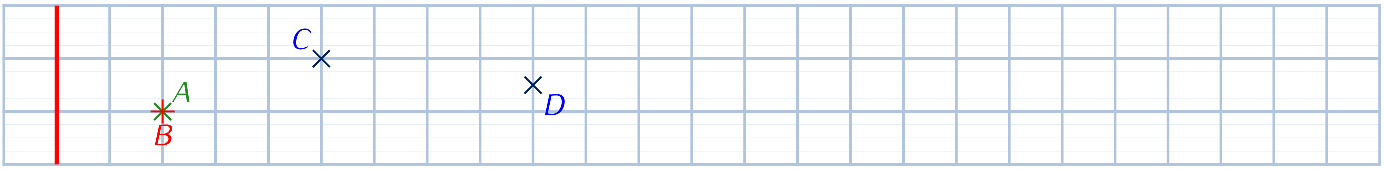
Exemple : Représenter un point M :



DÉFINITIONS

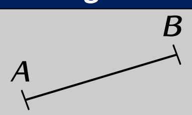
Deux points sont confondus s'ils occupent le même emplacement, et distincts sinon.

Exemple : Représenter ci-dessous deux points A et B confondus, puis deux points C et D distincts :

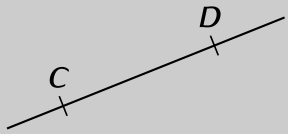
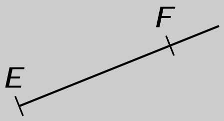
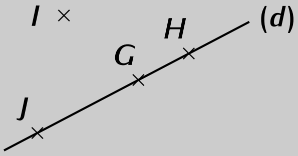


2 Droite, demi-droite et segment

DÉFINITIONS

Figure	Mot de vocabulaire	Notation
	**Le segment joignant A et B (ce sont les extrémités).**	$[AB]$ **ou** $[BA]$

DÉFINITIONS (SUITE)

Figure	Mot de vocabulaire	Notation
	**La droite passant par les points C et D. Une droite est illimitée !**	⋄ (CD) **ou** (DC) ⋄ (d)
	**La demi-droite qui part de E (d'origine E) et qui passe par F. Une demi-droite est aussi illimitée !**	$[EF)$
⚠ pas d'inversion possible : $[EF)$ et $[FE)$ sont deux demi-droites différentes !		
	⋄ **G, H et J appartiennent à ($\in$) la droite (d).** ⋄ **I n'appartient pas à ($\notin$) la droite (d).**	⋄ $G \in (d)$, $H \in (d)$ **et** $J \in (d)$ ⋄ $G, H, J \in (d)$ ⋄ $I \notin (d)$

⚓ Remarques

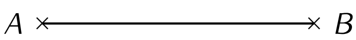
– Deux droites qui se croisent sont **sécantes** : elles ont un seul point d'intersection.
– Des points alignés sont des points qui appartiennent à la même droite.

3 Longueur et milieu d'un segment

DÉFINITION

La longueur du segment $[AB]$ est notée AB.

Exemple : Voici un segment $[AB]$ dessiné. Quelle est sa longueur ?

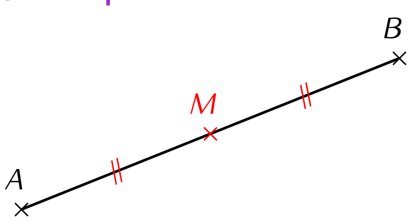


Solution : $AB = 3{,}6$ cm

DÉFINITION

Le milieu d'un segment est l'unique point de ce segment qui est à égale distance de ses extrémités.

Exemple :



On mesure $[AB]$ pour trouver $5{,}4$ cm. Le point M, milieu de $[AB]$, devra donc être placé à $5{,}4 \div 2 = 2{,}7$ cm des points A et B. Une fois placé, il ne faudra pas oublier le codage des deux côtés du milieu !

SÉQUENCE III

Nombres entiers (partie 2)

1 Multiplication (▶)

DÉFINITIONS

Les nombres que l'on multiplie s'appellent les facteurs.

Le résultat d'une multiplication s'appelle le produit.

Exemple :

a) Pose et calcule 117 × 83 (▶).
b) Comment s'appellent les nombre 83 et 117 ? et le résultat de cette multiplication ?

Solution :

a)
$$\begin{array}{cccc} & 1 & 1 & 7 \\ \times & & 8 & 3 \\ \hline & 3 & 5 & 1 \\ 9 & 3 & 6 & \cdot \\ \hline 9 & 7 & 1 & 1 \end{array}$$

b) Les nombres 83 et 117 s'appellent les facteurs. Le résultat de cette multiplication (9 711) est donc le produit de 117 par 83.

PROPRIÉTÉ

Dans une multiplication, on a le droit de regrouper des facteurs ou de changer des facteurs de place.

Exemple : Calcule astucieusement 4 × 56 × 25 :

Solution : $4 \times 56 \times 25 = 56 \times 4 \times 25 = 56 \times 100 = 5\,600$.

2 Division euclidienne (▶)

PROPRIÉTÉ

Dans une division euclidienne on a toujours :

$$\text{dividende} = \text{diviseur} \times \text{quotient} + \text{reste},$$

avec : reste < quotient.

Exemple 1 : Pose la division euclidienne de 893 par 13 (▶) :

Solution :

$$\begin{array}{rrr|l} & 8\ 9\ 3 & & 13 \\ - & 7\ 8 & & \overline{68} \\ & 1\ 1\ 3 & & \\ - & 1\ 0\ 4 & & \\ & 9 & & \end{array}$$

Donc $893 = 13 \times 68 + 9$. Rajouter le trajet selon les aiguilles d'une montre !

Exemple 2 : Un fleuriste a reçu 260 roses. Il prépare des corbeilles de 12 roses chacune. Combien de corbeilles peut-il préparer ?

Solution :

$$\begin{array}{rrr|l} & 2\ 6\ 0 & & 12 \\ - & 2\ 4 & & \overline{21} \\ & 2\ 0 & & \\ - & 1\ 2 & & \\ & 8 & & \end{array}$$

Conclusion : il pourra préparer 21 corbeilles (et il restera 8 roses).

ATTENTION !!!

Attention à l'interprétation du quotient et du reste : « les poules d'Adam Troimoa pondent 260 œufs. Il les range dans des boîtes pouvant en contenir 12. Combien de boîtes lui faudra-t-il pour tous les ranger ? »

3 Divisibilité

1 Multiples et diviseurs d'un nombre entier

DÉFINITIONS

Après avoir effectué la division euclidienne de 143 par 11, on obtient $143 = 11 \times 13$. Le reste étant nul, on peut indifféremment dire que :

- **143 est un multiple de 11 (et de 13 aussi !).**
- **On dit également que 143 est divisible par 11 (ou que 11 est un diviseur de 143).**

2 Critère de divisibilité

PROPRIÉTÉS

Un nombre est divisible… :

★ par 2 s'il est pair (= s'il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8) ; par 5 s'il se termine par 0 ou 5. ; par 10 s'il se termine par 0.

★ par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

★ par 4 si le nombre constitué de ses *deux derniers chiffres* est divisible par 4.

★ par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Exemple : On considère le nombre 23 928. Est-il divisible par 2, 3, 4, 5, 9 et 10 ?

Solution :

- le dernier chiffre est 8, donc 23 928 est divisible par 2 mais pas par 5 ni par 10.
- le nombre formé des deux derniers chiffres est 28 qui est multiple de 4 (car $28 = 4 \times 7$), donc 23 928 est divisible par 4.
- puisque $2 + 3 + 9 + 2 + 8 = 24$, 23 928 est divisible par 3 (car $24 = 3 \times 8$) mais pas par 9.

4 Opérations sur les durées

1 Conversion en minutes ou en secondes

CONVERSIONS À CONNAÎTRE

- Dans une minute, il y a 60 secondes,
- Dans une heure, il y a 60 minutes,
- Dans une journée, il y a 24 heures,
- Dans une semaine, il y a 7 jours.

Exemples :

a) Combien y a-t-il de minutes dans 5 h 27 min ? .... $5 \times 60 + 27 = 300 + 27 = 327$ minutes

b) Combien y a-t-il de secondes dans 2 h 47 min 53 s ? . $2 \times 3\,600 + 47 \times 60 + 53 = 7\,200 + 2\,820 + 53 = 10\,073$ secondes

2 Conversion en heures, minutes et secondes

Exemple : Combien y a-t-il d'heures, minutes et secondes dans 41 000 secondes ?

Solution :

$$\begin{array}{rrrrr|l} 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3\,6\,0\,0 \\ -\ 3 & 6 & 0 & 0 & & 1\,1 \\ & 5 & 0 & 0 & 0 & \\ - & 3 & 6 & 0 & 0 & \\ & 1 & 4 & 0 & 0 & \end{array}$$

Dans 41 000 s, il y a donc 11 h et il reste 1 400 s.

$$\begin{array}{rrrr|l} 1 & 4 & 0 & 0 & 6\,0 \\ -\ 1 & 2 & 0 & & 2\,3 \\ & 2 & 0 & 0 & \\ - & 1 & 8 & 0 & \\ & & 2 & 0 & \end{array}$$

Dans 1 400 s, il y a donc 23 min et il reste 20 s.

Au final, on a 41 000 s = 11 h 23 min 20 s.

3 Addition et soustraction de durées

Exemple : Un match dure 3 h 38 min et le suivant dure 2 h 49 min. Quelle est la durée totale des deux matchs ?

Solution :

$$3\text{ h }38 \xrightarrow{+22\text{ min}} 4\text{ h} \xrightarrow{+2\text{ h}} 6\text{ h} \xrightarrow{+27\text{ min}} 6\text{ h }27$$

Calcul : 3 h 37 min + 2 h 49 min = 3 h 37 min + 22 min + 2 h + 27 min = 6 h 27 min

Les deux matchs ont donc duré 6 h 27 min en tout.

Exemple : Un film débute à 15 h 27 et finit à 18 h 14. Quelle est la durée de ce film ?

Solution :

$$15\text{ h }27 \xrightarrow{+33\text{ min}} 16\text{ h} \xrightarrow{+2\text{ h}} 18\text{ h} \xrightarrow{+14\text{ min}} 18\text{ h }14$$

Calcul : 22 min + 1 h + 14 min = 2 h 36 min

Le film a donc duré 2 h 36 min en tout.

SÉQUENCE IV

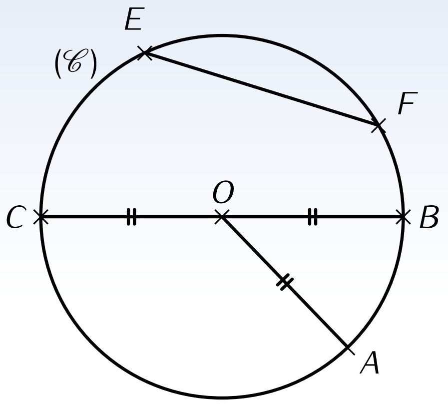
Cercles

1 Vocabulaire du cercle

DÉFINITIONS

Un cercle $(\mathscr{C})$ de centre O est formé de tous les points situés à la même distance du point O.
Cette distance commune est appelée rayon de ce cercle.

Exemples :



- Le centre d'un cercle est le point sur lequel on met la pointe du compas afin de tracer ce cercle.
  Le point O est le centre du cercle $(\mathscr{C})$.
- Un rayon d'un cercle est un segment qui relie le centre du cercle à n'importe quel point du cercle.
  Le segment $[OA]$ (ou $[OB]$ ou encore $[OC]$) est un rayon du cercle $(\mathscr{C})$.
- Un diamètre d'un cercle est un segment reliant deux points du cercle **et** qui doit passer par le centre du cercle.
  Le segment $[BC]$ est un diamètre du cercle $(\mathscr{C})$.
- Une corde d'un cercle est un segment un segment reliant deux points du cercle (*sans forcément* passer par le centre du cercle).
  Le segment $[EF]$ est une corde du cercle $(\mathscr{C})$.
- Un arc de cercle est une portion de cercle délimitée par deux points (ses extrémités).
  La portion du cercle $\overset{\frown}{EF}$ comprise entre E et F est un arc du cercle $(\mathscr{C})$.

Remarque

Le segment $[OM]$ est un rayon du cercle. La longueur OM est le rayon du cercle. **Le** rayon d'un cercle est un nombre tandis qu'**un** rayon du cercle désigne généralement un segment.

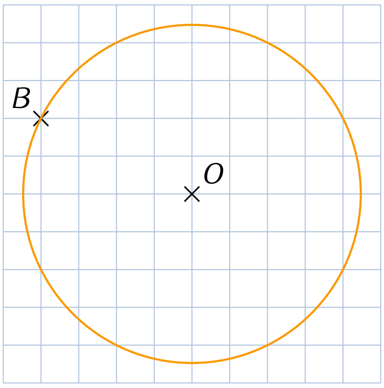
Par commodité de langage, on appelle « **rayon** » la longueur du rayon d'un cercle, et on appelle « **diamètre** » la longueur de son diamètre.

LIEN ENTRE RAYON ET DIAMÈTRE

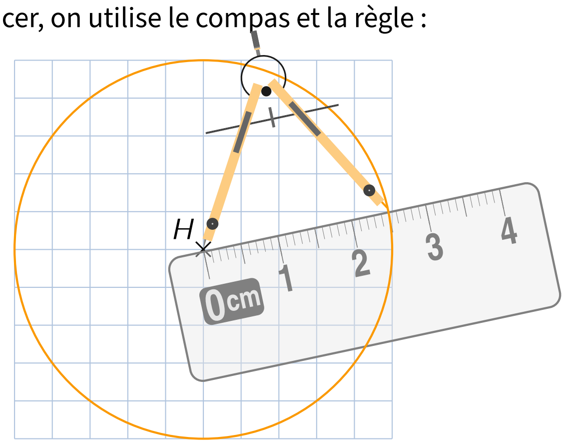
Le diamètre d'un cercle est égal au double de son rayon : $D = 2 \times R$ ou $R = D \div 2$.

2 Constructions

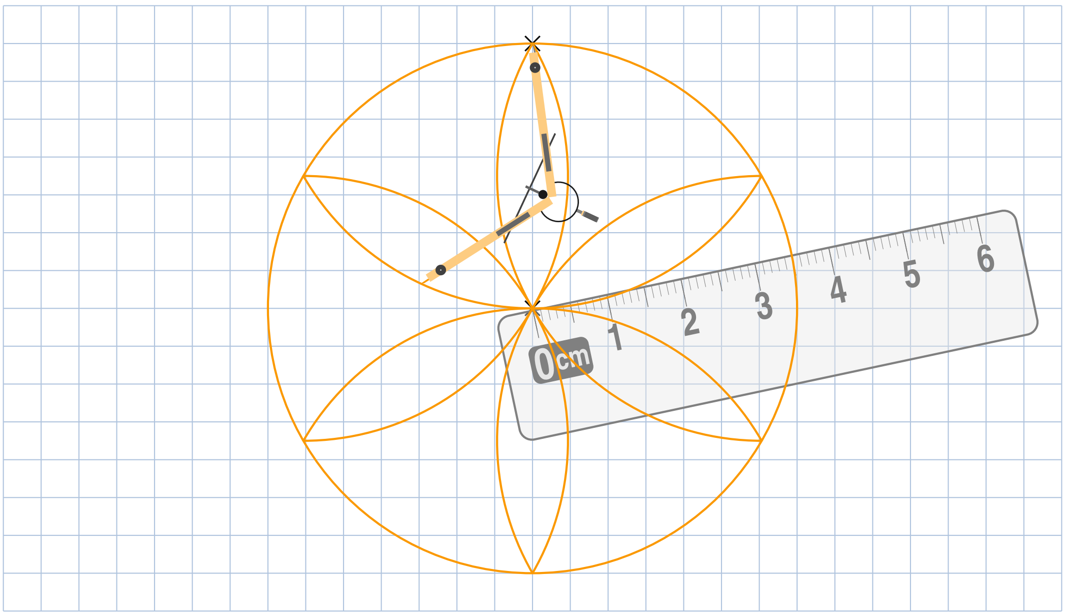
➔ Exemple : Traçons le cercle de centre O passant par le point B. Pour ce faire, nous allons utiliser le compas :



➔ Exemple : Traçons le cercle de centre H de rayon $2{,}5$ cm. Pour tracer, on utilise le compas et la règle :



➔ Exemple (la rosace) : Le dessin géométrique d'une rosace (de rayon $3{,}5$ cm) s'obtient sans changer l'écartement des branches du compas :



SÉQUENCE V

Fractions

1 Vocabulaire

$\dfrac{a}{b}$

a est le numérateur

b est le dénominateur et b est différent de 0.

DÉFINITIONS

$\dfrac{a}{b}$ est un quotient. Si les deux nombres a et b sont entiers, alors on peut même dire que c'est une fraction.

Exemple : $\dfrac{15}{18}$ est une fraction tandis que $\dfrac{1{,}5}{18}$ et $\dfrac{1{,}5}{1{,}8}$ sont des quotients.
Dans les deux cas, l'écriture utilisée est l'**écriture fractionnaire**.

ASTUCE À CONNAÎTRE

Tout nombre entier peut s'écrire sous la forme d'une fraction (en le mettant sur 1).

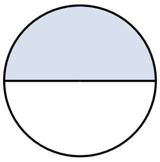
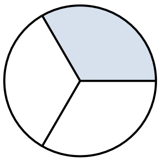
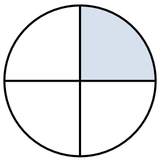
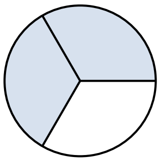
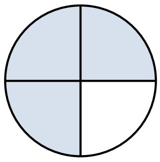
Exemple : Le nombre 21 peut s'écrire $21 = \dfrac{21}{1}$. C'est aussi le cas pour tous les autres nombres entiers.

2 Lecture d'une fraction

PROPRIÉTÉ

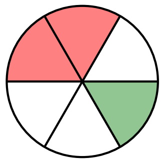
Pour lire une fraction, on lit d'abord le nombre du numérateur puis le nombre du dénominateur en ajoutant le suffixe « ièmes ».

Exemples : $\dfrac{4}{7}$ se lit « quatre septièmes » et $\dfrac{3}{10}$ se lit « trois dixièmes ». Mais il existe des exceptions :

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$
				
un demi	un tiers	un quart	deux tiers	trois quarts

3 Fraction et partage

Exemple : Colorie les deux sixièmes du disque en rouge et un sixième du disque en vert :



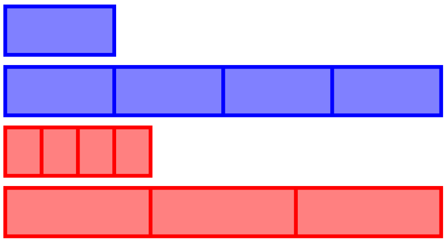
4 Nombre fraction

DÉFINITION

La fraction $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b, donne a. C'est-à-dire : $\frac{a}{b} \times b = a$.

Exemple :

$\frac{4}{3}$ est le nombre tel que $\frac{4}{3} \times 3 = 4$.



Ce rectangle représente 1 unité…

…donc on a ici 4 unités !

$= \frac{4}{3}$ (chaque petit morceau vaut $\frac{1}{3}$)

$\frac{4}{3} \times 3 = 4$ unités !

5 Comparaison d'une fraction à 1

PROPRIÉTÉ

- Si le numérateur est inférieur au dénominateur alors la fraction est inférieure à 1 ;
- Si le numérateur et le dénominateur sont égaux alors la fraction est égale à 1 ;
- Si le numérateur est supérieur au dénominateur alors la fraction est supérieure à 1.

Exemple : Compare les fractions $\frac{11}{15}$, $\frac{15}{15}$ et $\frac{17}{15}$ à 1 :

Solution : On a : $\frac{11}{15} < 1$ car $11 < 15$, $\frac{15}{15} = 1$ car $15 = 15$ et $\frac{17}{15} > 1$ car $17 > 15$.

6 Encadrement par deux nombres entiers consécutifs

PROPRIÉTÉ

On effectue la division euclidienne du numérateur par le dénominateur. L'encadrement de la fraction se fait par le quotient entier à gauche et son suivant à droite.

Exemple : Encadre la fraction $\dfrac{39}{7}$ par deux entiers consécutifs :

Solution : Division euclidienne :

$$\begin{array}{r|l} 39 & 7 \\ \hline - \ 35 & \mathbf{5} \\ \hline 4 & \end{array}$$

On en déduit que : $\mathbf{5} < \dfrac{39}{7} < 6\ (= 5 + 1)$.

SÉQUENCE VI

Droites perpendiculaires & parallèles

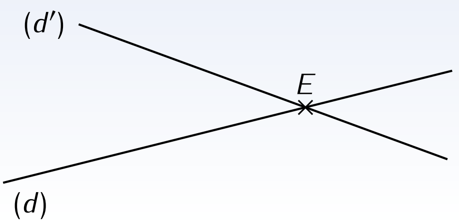
1 Définitions et notations

1 Droites sécantes

DÉFINITION

Deux droites sécantes sont deux droites qui ont un seul point commun. Ce point est le point d'intersection.

Exemple : Est ce que les droites (d) et (d') sont sécantes ? Si oui, quel est le point d'intersection ?



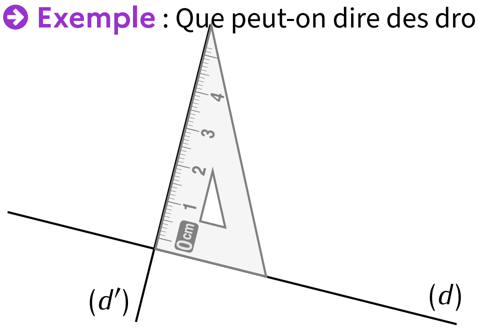
Solution : Elles sont sécantes puisqu'elles se croisent. Leur point d'intersection est donc le point E.

2 Droites perpendiculaires

DÉFINITION

Deux droites perpendiculaires sont deux droites sécantes formant un angle droit.

Exemple : Que peut-on dire des droites (d) et (d') ?



Solution : Le positionnement de l'équerre suggère que ces deux droites sont perpendiculaires.

NOTATION MATHÉMATIQUE : « $\perp$ »

Le symbole $\perp$ signifie « est perpendiculaire à ». On note donc $(d) \perp (d')$.

⚓ Remarques

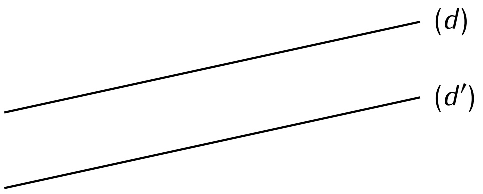
- Deux droites perpendiculaires sont toujours sécantes.
- Pour indiquer que deux droites sont perpendiculaires, on code un seul des quatre angles droits.
- On utilise une **équerre** pour tracer une droite perpendiculaire à une autre, sauf éventuellement sur papier quadrillé.

3 Droites parallèles

DÉFINITION

Deux droites parallèles sont deux droites qui ne sont pas sécantes.

Exemple : Que peut-on dire des droites (d) et (d') ?



Solution : Les droites semblent ne pas se croiser, l'écart entre elles semble constant. On pourrait donc penser qu'elles sont parallèles.

NOTATION MATHÉMATIQUE : « // »

Le symbole // signifie « est parallèle à ». On note donc : (d) // (d').

⚓ Remarque

Lorsque trois points A, B et C sont alignés, les droites (AB) et (BC) ont une infinité de points communs : on dit qu'elles sont **confondues**.

2 Programmes de construction

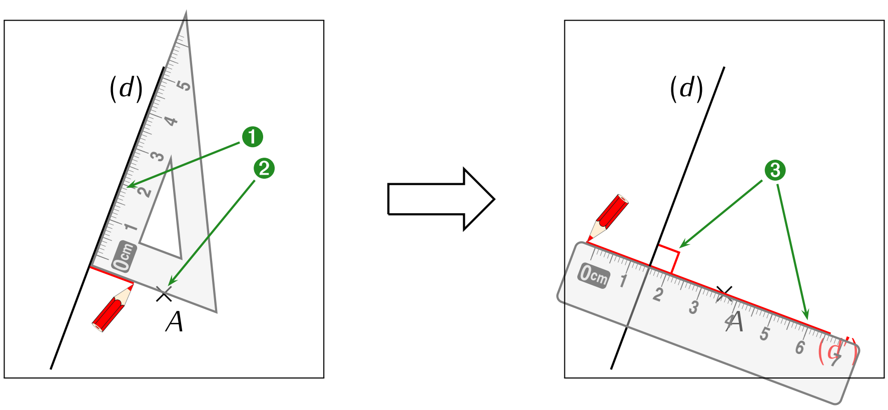
1 Construire la droite perpendiculaire à (d) passant par le point M

MÉTHODE (tracer une droite perpendiculaire)

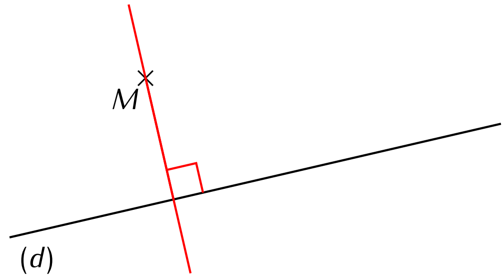
Pour tracer la perpendiculaire à une droite (d) passant par un point A,

1. **on place un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite (d) ;**
2. **on place l'autre côté de l'angle droit de l'équerre sur le point A ;**
3. **on trace la perpendiculaire, sans oublier de coder l'angle droit !**

Exemple : On utilise obligatoirement l'équerre pour tracer la perpendiculaire à (d) passant par le point A :



■ **EXERCICE :** Construire (d'), la perpendiculaire à (d) passant par M.



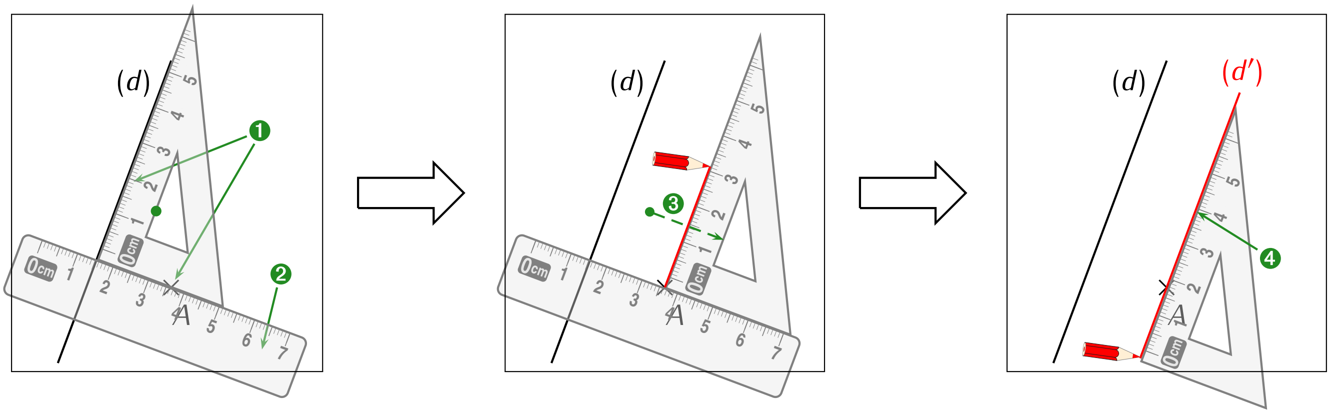
2 Construire la droite parallèle à (d) passant par le point N (▶)

MÉTHODE (tracer une droite parallèle)

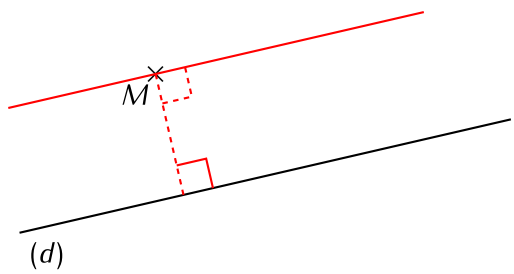
Pour tracer la parallèle à une droite (d) passant par un point A,

- ❶ **on place l'équerre comme si on traçait la perpendiculaire à (d) passant par A;**
- ❷ **on place la règle contre le côté de l'équerre qui touche A;**
- ❸ **on fait glisser l'équerre le long de la règle jusqu'à ce que l'angle droit touche A;**
- ❹ **on trace la parallèle (en prolongeant).**

➔ **Exemple** : On utilise obligatoirement la règle et l'équerre pour tracer la parallèle à (d) passant par le point A :



■ **EXERCICE :** Construire (d'), la droite parallèle à (d) passant par N.



SÉQUENCE VII

Nombres décimaux (partie 1)

1 Sous-multiples de l'unité

1 Les dixièmes

DÉFINITION

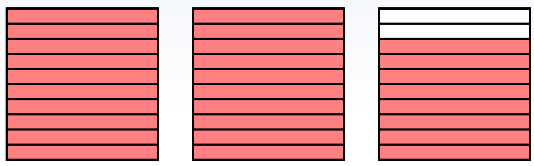
En coupant une unité en 10 parties égales, on obtient des dixièmes. Chacun d'entre eux se note $\frac{1}{10}$.

Dans l'unité, il y a 10 dixièmes donc : $1 = \frac{10}{10}$.

Exemples :

Représente ci-dessous la fraction $\frac{3}{10}$:

Le dessin ci-dessous représente quel nombre ? $\frac{28}{10} = 2,8$



2 Les centièmes

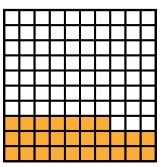
DÉFINITION

En coupant une unité en 100 parties égales, on obtient des centièmes, qui se notent chacun $\frac{1}{100}$.

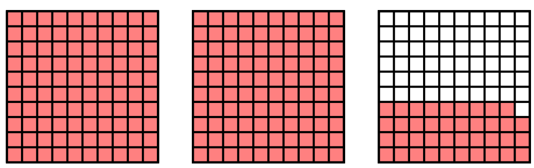
Dans l'unité, il y a 100 centièmes donc : $1 = \frac{100}{100}$.

Exemple :

Représente ci-dessous la fraction $\frac{27}{100}$:



Le dessin ci-dessous représente quel nombre ? $\frac{239}{100} = 2,39$



3 Les millièmes

DÉFINITION

En coupant une unité en 1 000 parties égales, on obtient des millièmes, qui se notent chacun $\frac{1}{1\,000}$.

Dans l'unité, il y a 1 000 millièmes donc : $1 = \frac{1\,000}{1\,000}$.

Exemple : Détermine l'écriture décimale du nombre $\frac{14\,531}{1\,000}$:

Solution : $\frac{14\,531}{1\,000} = 14{,}531$

2 Décomposition et nom des chiffres (▶)

DÉFINITIONS

Un nombre pouvant s'écrire sous la forme d'une fraction décimale (dont le numérateur est un nombre entier et le dénominateur est 1, 10, 100, 1000, ...) est un nombre décimal.

Il peut aussi se noter en utilisant une virgule, c'est son écriture décimale qui est composée d'une partie entière et d'une partie décimale.

Exemple : On considère le nombre décimal 1 345,824.

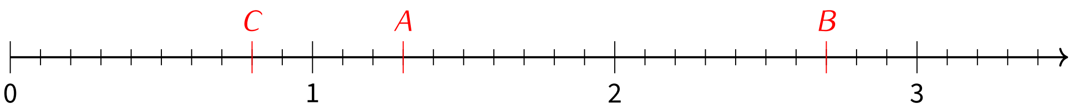
a) Écris ce nombre en toutes lettres (▶).
b) Donne une décomposition de ce nombre.
c) Donne oralement le nom de chaque chiffre.
d) Quel est le nombre de centaines de 1 345,824 ? Et le nombre de dixièmes ? (▶)

Solution :

a) Mille-trois-cent-quarante-cinq (unités) et huit-cent-vingt-quatre millièmes.
b) $1\,345{,}824 = (1 \times 1\,000) + (3 \times 100) + (4 \times 10) + 5 + \frac{8}{10} + \frac{2}{100} + \frac{4}{1\,000}$.
c) De gauche à droite : 1 est le chiffre des (unités de) milliers, 3 celui des centaines, 4 celui des dizaines, 5 celui des unités, 8 celui des dixièmes, 2 celui des centièmes et 4 celui des millièmes.
d) Dans le nombre 1 345,824, il y a 13 centaines et 13 458 dixièmes.

3 Repérage sur une demi-droite graduée

Exemple :



Quelles sont les abscisses des points A, B et C ?

Solution : On a $A\left(\frac{13}{10}\right)$, $B\left(\frac{27}{10}\right)$ et $C\left(\frac{8}{10}\right)$. On aurait aussi simplement pu écrire $A(1{,}3)$, $B(2{,}7)$ et $C(0{,}8)$!

4 Comparaison et rangement

PROPRIÉTÉ

Pour comparer deux nombres décimaux écrits sous forme décimale :
- On compare les parties entières ;
- Si les parties entières sont égales, alors on compare les chiffres des dixièmes ;
- Si les chiffres des dixièmes sont égaux, alors on compare les chiffres des centièmes ;
- et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on puisse conclure.

Exemple : Compare les nombres $81{,}357$ et $81{,}36$:

Solution : Les parties entières sont identiques (31), de même que le chiffre des dixièmes (3). Donc puisque $5 < 6$, on aura $81{,}357 < 81{,}36$.

5 Valeurs approchées (ou arrondis) (▶)

MÉTHODE (arrondir un nombre au dixième)

❶ **On commence par tracer un trait juste après le chiffre des dixièmes.**

❷ **On barre tout ce qui est à droite de ce trait.**

❸ **On regarde le premier chiffre barré : s'il vaut**
- ☆ **1er cas : 0, 1, 2, 3 ou 4 : alors c'est fini.**
- ☆ **2e cas : 5, 6, 7, 8 ou 9 : alors on ajoute 1 au nombre de dixièmes (attention donc si le chiffre des dixièmes vaut 9).**

L'arrondi se trouve alors à gauche du trait.

Remarque

Cette méthode fonctionne aussi en remplaçant tous les mots « dixièmes » par n'importe quel autre rang !

Exemples :

Arrondi de 5,12 au dixième :

$5{,}1|\cancel{2} \to 5{,}1$

L'arrondi est donc 5,1.

Arrondi de 123,456 7 au millième :

$123{,}45\overset{7}{\cancel{6}}\,|\cancel{7} \to 123{,}45\underline{7}$

L'arrondi est donc $123{,}45\underline{7}$.

Arrondi de 987,654 à l'unité :

$98\overset{8}{\cancel{7}}\,|,\cancel{654} \to 98\underline{8}$

L'arrondi est donc $98\underline{8}$.

Arrondi de 67,895 au centième :

$67{,}\overset{90}{\cancel{89}}\,|\cancel{65} \to 67{,}\underline{90}$

L'arrondi est donc $67{,}\underline{90}$.

ATTENTION !!!

On utilise OBLIGATOIREMENT le symbole « $\approx$ » (se lit « environ égal à ») lorsqu'on donne un résultat arrondi. Pour les quatre exemples ci-dessus, on écrira donc au propre :

$5{,}12 \approx 5{,}1$; $123{,}456\,7 \approx 123{,}45\underline{7}$; $987{,}654 \approx 98\underline{8}$ **et** $67{,}895 \approx 67{,}\underline{9}$.

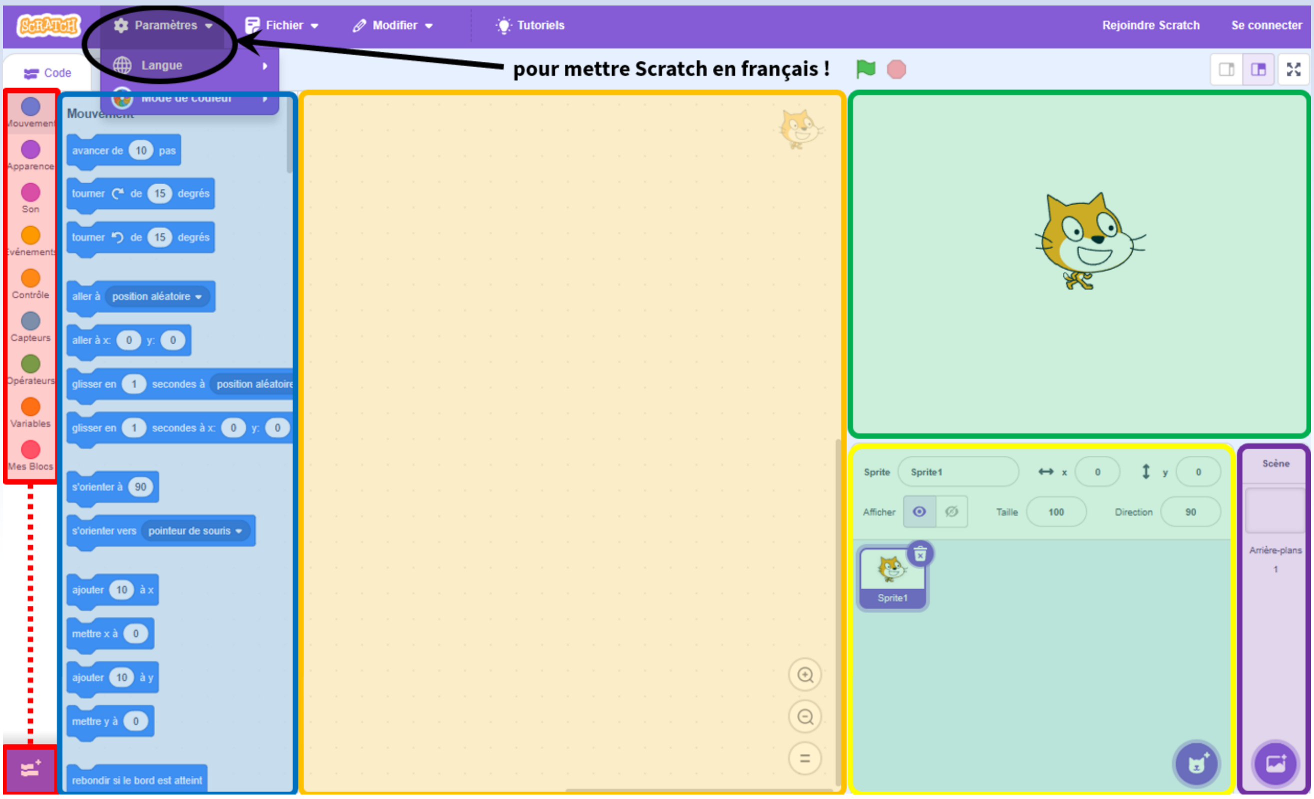
ne pas écrire le 0 inutile !

SÉQUENCE

VIII

Programmation (& repérage)

1 L'espace de travail



❶ **Les catégories de blocs :** tous les blocs utilisables par Scratch sont rangés dans ces catégories.

❷ **Les blocs :** ce sont toutes les actions que le chat “Scratchy” peut réaliser : avancer, tourner, demander des choses, afficher, calculer, … L’empilement de ces blocs dans la zone de scripts permet de créer notre programme.

❸ **La zone de scripts :** On empile ici les différents blocs par un “glisser-déposer”.

❹ **La scène :** C’est ici que tu verras ton programme se réaliser. Le bouton en-haut à droite de la scène permet de passer en plein écran.

❺ **Les lutins (“sprites” en anglais) :** Le lutin est le “personnage” que Scratch utilise (par défaut, c’est le chat “Scratchy”). Un même lutin peut avoir plusieurs **costumes** : ce sont différentes images du lutin qu’on peut utiliser.

❻ **Les arrière-plans :** C’est une image qu’on insère derrière Scratchy et qui occupe l’espace disponible de la scène.

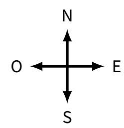
2 Exemples de blocs

Bloc de début	quand 🏴 est cliqué · quand la touche espace ▾ est pressée · quand le volume sonore ▾ > 10
Mouvement	avancer de 10 pas · tourner ↺ de 90 degrés · aller à x : 0 y : 0 · s'orienter à 90
Apparence	dire Bonjour pendant 2 secondes · basculer sur le costume costume2 ▾ · arrière-plan suivant · mettre la taille à 100 % de la taille initiale
Contrôle	attendre 1 secondes · répéter 10 fois · si ⟨ ⟩ alors dire le test est vrai sinon dire le test est faux · répéter jusqu'à ce que ⟨ ⟩
Capteur	demander Quel est ton nom ? et attendre + réponse · couleur ● touchée ? · année ▾ actuelle
Opérateurs	( ) + ( ) · nombre aléatoire entre ( ) et ( ) · ( ) < 50 · ⟨ ⟩ et ⟨ ⟩
Variables	ma variable · mettre ma variable ▾ à 0 · ajouter 1 à ma variable ▾

3 « Algorithmie débranchée » : déplacements absolus et relatifs

■ **EXERCICE 1 (sur cette feuille) :** Je me déplace sur des cases en suivant des instructions **N**ord, **S**ud, **E**st et **O**uest :

- si je suis sur une case **N**, je me déplacerai sur la case au-dessus,
- si je suis sur une case **S**, je me déplacerai sur la case en-dessous,
- si je suis sur une case **E**, je me déplacerai sur la case à droite,
- si je suis sur une case **O**, je me déplacerai sur la case à gauche,



Voici quatre figures qui seront à compléter afin de répondre aux questions ci-dessous :

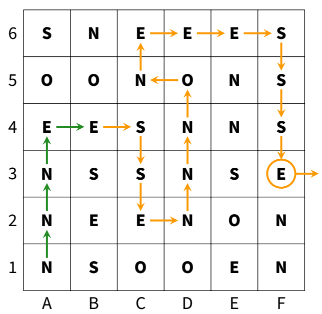


Figure A

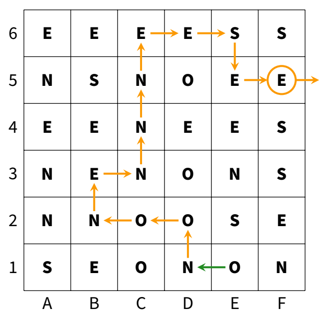


Figure B

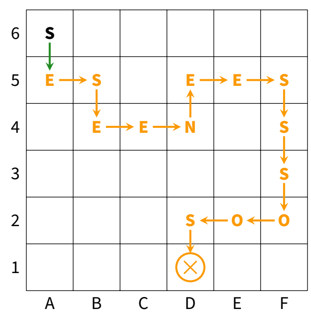


Figure C

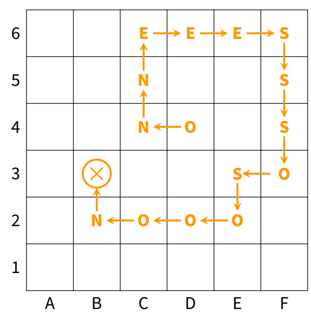
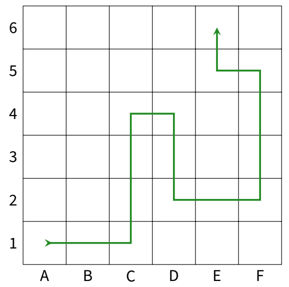


Figure D

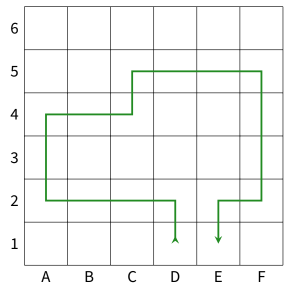
1. a) **Figure A** : Je pars de la case A1 (en bas à gauche) et je suis les instructions. Je m'arrête dès que j'ai quitté la grille. Quelle sera la position de ma dernière case dans la grille (le début du chemin est déjà tracé) ? case F3
   b) **Figure B** : Je repars de la case E1 sur cette nouvelle grille. Où vais-je arriver ? case F5
2. a) **Figure C** : Je pars de la case A6 et je suis les instructions **S E S E E N E E S S S S O O S**.
   Quelle sera la case d'arrivée ? case D1
   b) **Figure D** : Même question en partant de D4 avec les instructions **O N N E E E S S S O S O O O N** : case B3

3. Écris les instructions qui permettent de parcourir le chemin tracé de la case A1 à la case E6 :



Solution : EENNNESSEENNNON

Idem pour le chemin de la case D1 à E1 :

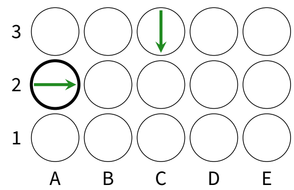


Solution : NOOONNEENEEESSSOS

⚓ Remarque

Cet exercice fait travailler sur les **déplacements absolus**. En Scratch, c'est l'instruction s'orienter à 90 qui permet ce type de déplacement. Les angles possibles sont 0° pour aller vers le haut, 90° vers la droite, 180° vers le bas et −90° vers la gauche.

■ **EXERCICE 2 (sur cette feuille) :** On organise une chasse au trésor. On part d'une case avec une flèche et on suit des instructions :



- **A** pour avancer d'une case (dans la direction de la flèche),
- **D** pour se déplacer d'une case vers la droite,
- **G** pour se déplacer d'une case vers la gauche.

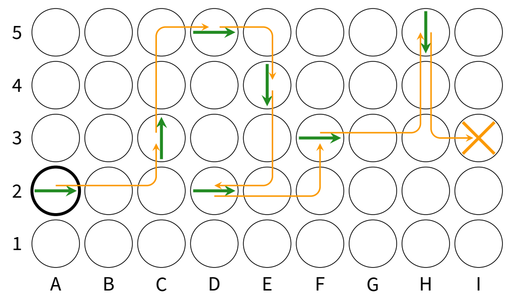
1. On part de la case A2 et on suit les instructions :

   AAG AAD AD AAD AAG AAGG AAG.

   Dessine ci-contre le trajet menant au trésor.

   Dans quelle case se trouve le trésor ?

   Solution : Le trésor se trouve dans la case I3.



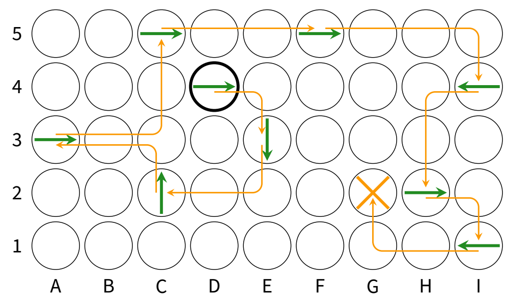
2. On part de la case D4 et on suit les instructions :

   AD ADD AGG AAGG AAA AAAD AGG AD AAD.

   Dessine ci-contre le trajet menant au trésor.

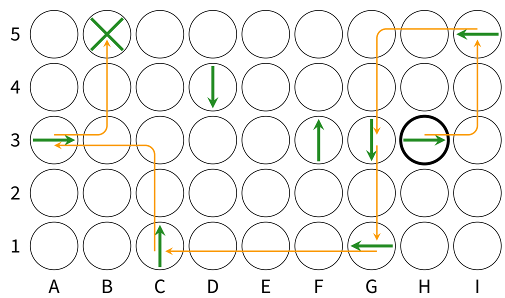
   Dans quelle case se trouve le trésor ?

   Solution : Le trésor se trouve dans la case G2.



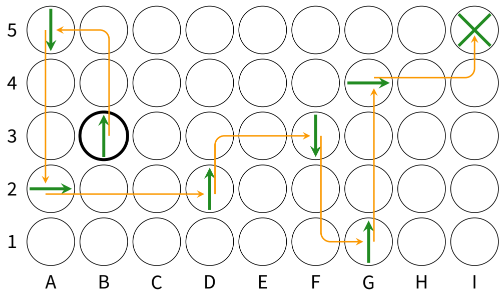
3. Partant de la case H3, trouve des instructions qui mènent au trésor en B5. Attention ! chaque instruction ne peut pas contenir plus de 4 lettres (par exemple **AG**, **AAAG**, **AAGG** sont autorisées, mais pas **AAAGG**).

   Solution : AGG AAGG AA AAAA AAGG AGG.
   Il y avait deux autres solutions : AGG AAGG AA ADD AGG AAAD AAGG AGG et AGG AAGG AA ADD AGG ADDD AGG.



4. Même question en partant de la case B3 pour atteindre le trésor en I5.

   Solution : AAG AAA AAA ADD AAG AAA AAG.
   Ici, il n'y avait pas d'autre solution possible !



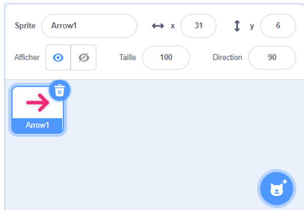
⚓ Remarque

Cet exercice fait travailler sur les **déplacements relatifs**. En Scratch, ce sont les instructions tourner ↺ de ◯ degrés et tourner ↻ de ◯ degrés qui permettent ce type de déplacement. Attention donc d'où vient Scratchy !

4 Mon premier programme

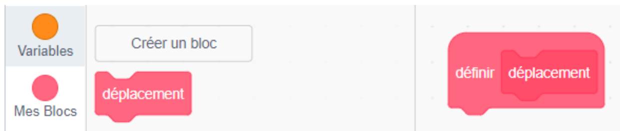
Dans ce paragraphe, tu vas pouvoir faire une initiation au logiciel Scratch. On te demandera de construire successivement (= à la suite) un rectangle, une frise, un triangle équilatéral, puis une figure un peu plus complexe.

Dans le cadre des lutins, clique sur la poubelle du *Sprite1* puis sur le bouton "Choisir un sprite" en bas à droite, et choisis le lutin *Arrow1*. Tu dois alors obtenir le cadre des lutins ci-contre (qui sera plus pratique pour savoir comment "Scratchy" est orienté à chaque étape) :



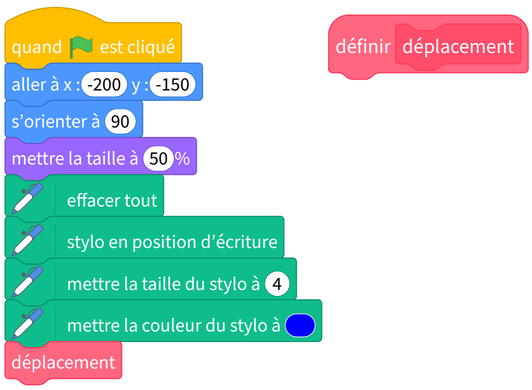
Crée ensuite un bloc "déplacement" : clique sur "Mes blocs" côté gauche de l'écran puis sur le bouton "Créer un bloc" ; saisis "déplacement" au clavier et clique sur "Ok".

Tu dois voir un bloc "définir déplacement" apparaître dans la zone de scripts :

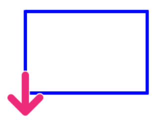


Crée maintenant le programme ci-contre, en cherchant les différents blocs dans les bonnes catégories :

pour accéder aux blocs verts (stylo), il te faudra activer le module correspondant en cliquant en-bas à gauche sur ; de plus, le bloc "déplacement" est accessible dans la rubrique "Mes blocs".



Complète les instructions du bloc "définir déplacement" et teste ton programme, jusqu'à obtenir le rectangle ci-contre *(il doit mesurer 150 en longueur et 100 en largeur)* :



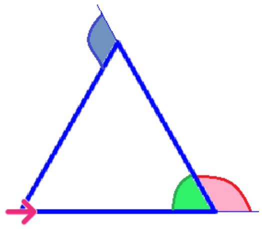
Supprime toutes les instructions du bloc "définir déplacement" et insère de nouvelles instructions afin d'obtenir ce motif *(chaque segment a une taille de 20)* :

Rajoute astucieusement l'instruction  afin d'obtenir cette frise :

On souhaite maintenant obtenir **un triangle équilatéral** de côté 169…

Quelle est la mesure de chacun des angles marqués sur cette figure ?
Solution : vert : 60° ; rouge : 120° et bleu : 120°.

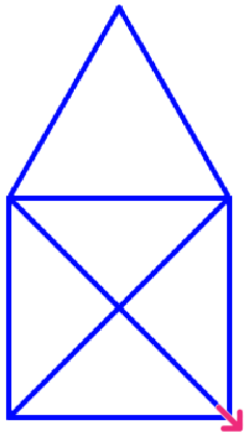
Supprime les instructions du bloc "définir déplacement" et insère de nouvelles instructions afin d'obtenir ce triangle équilatéral.



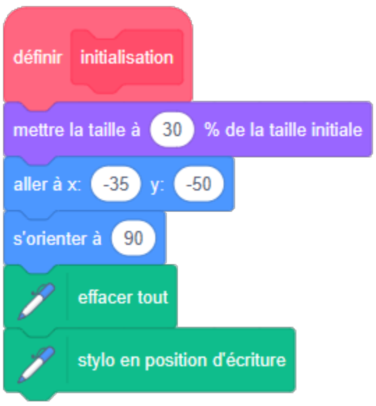
Procède de la même manière pour obtenir cette figure plus complexe. Tu es un super champion de Scratch si tu arrives à 15 instructions maximum sous le bloc "définir déplacement". Si tu as réussi avec plus de 15 instructions, tu es un champion quand même !

Indications : la figure est un carré de 169 de côté et 239 de diagonale surmonté d'un triangle équilatéral (donc aussi de 169 de côté).

Attention, il faudra peut-être changer les coordonnées du point de départ pour éviter que Scratchy ne se prenne un mur…☺



Solution : Voici la solution de cette énigme :



SÉQUENCE

IX

Nombres décimaux (partie 2)

1 Ordre de grandeur

DÉFINITION

Un ordre de grandeur d’un nombre est une valeur approchée simple de ce nombre.

Exemple : Détermine un ordre de grandeur de chacun des calculs $546{,}3 + 52$ et $65{,}7 \times 4{,}1$:

Solution : $546{,}3 + 52 \approx 550 + 50 = 600$ et $65{,}7 \times 4{,}1 \approx 65 \times 4 = 260$.

Remarques

- Calculer un ordre de grandeur permet de vérifier la cohérence d’un résultat.
- Un ordre de grandeur n’est pas unique : pour le deuxième exemple, on aurait pu prendre 70 comme valeur proche de 65,7 et 4 comme valeur proche de 4,1. Ce qui aurait donné $70 \times 4 = 280$ comme ordre de grandeur du produit $65{,}7 \times 4{,}1$.

  Tout dépend de tes capacités de calcul mental !

2 Addition et soustraction de nombres décimaux (▶)

PROPRIÉTÉ

Pour poser et effectuer une addition ou une soustraction de nombres décimaux, on place les nombres les uns en-dessous des autres, de sorte que les virgules soient alignées verticalement, et on calcule de la droite vers la gauche.

Exemple : Calculer $15{,}2 + 0{,}57$ et $12 - 6{,}3$:

Solution : On a : $\begin{array}{cccccc} & 1 & 5 & , & 2 & 0 \\ + & 0 & 0 & , & 5 & 7 \\ \hline & 1 & 5 & , & 7 & 7 \end{array}$ et $\begin{array}{ccccc} & 1 & {}_{1}2 & , & {}_{1}0 \\ - & {}_{1}0 & {}_{1}6 & , & 3 \\ \hline & 0 & 5 & , & 7 \end{array}$.

3 Multiplication et division par 10 ; 100 ; 1 000... ()

Pour multiplier par :	On décale les chiffres de :
10	1 rang vers la gauche
100	2 rangs vers la gauche
1000	3 rangs vers la gauche

Pour diviser par :	On décale les chiffres de :
10	1 rang vers la droite
100	2 rangs vers la droite
1000	3 rangs vers la droite

Exemples :
Calculer $0{,}47 \times 10$; 35×100 et $9{,}82 \times 1\,000$:

Solution : $0{,}47 \times 10 = 4{,}7$; $35 \times 100 = 3\,500$; $9{,}82 \times 1\,000 = 9\,820$.

Exemples :
Calculer $28 \div 10$; $456{,}5 \div 100$ et $0{,}3 \div 1\,000$:

Solution : $28 \div 10 = 2{,}8$; $456{,}5 \div 100 = 4{,}565$; $0{,}3 \div 1\,000 = 0{,}000\,3$.

Utiliser le GLISSE-NOMBRE !

4 Conversion des unités de longueur, de masse et de capacité

Les préfixes	kilo	hecto	deca	**unité principale**	deci	centi	milli
Longueurs	km	hm	dam	**m**	dm	cm	mm
Masses	kg	hg	dag	**g**	dg	cg	mg
Capacités	kL	hL	daL	**L**	dL	cL	mL

Remarque

On utilise également d'autres unités de masse :
- Le quintal (noté q) qui équivaut à 100 kg : 1 q = 100 kg ;
- La tonne (notée t) qui équivaut à 1 000 kg : 1 t = 1 000 kg.

Utiliser le CONVERTISSEUR !

5 Multiplication de deux nombres décimaux ()

1 Multiplication par 0,1 ; 0,01 ; 0,001

Multiplier par :	c'est diviser par :
0,1	10 car $0{,}1 = \dfrac{1}{10}$
0,01	100 car $0{,}01 = \dfrac{1}{100}$
0,001	1000 car $0{,}001 = \dfrac{1}{1000}$

Exemple : Calcule $78 \times 0{,}1$; $3{,}5 \times 0{,}01$ et $56{,}2 \times 0{,}001$:

Solution : $78 \times 0{,}1 = 78 \div 10 = 7{,}8$; $3{,}5 \times 0{,}01 = 3{,}5 \div 100 = 0{,}035$ et $56{,}2 \times 0{,}001 = 56{,}2 \div 1\,000 = 0{,}056\,2$.

2 Multiplication de deux nombres décimaux (▶)

PROPRIÉTÉ

Pour effectuer la multiplication de deux nombres décimaux,
- on la pose comme on le souhaite : virgule alignée ou non ;
- on effectue d'abord les multiplications sans tenir compte des virgules ;
- on place la virgule dans le produit de sorte à avoir autant de décimales que *dans les deux facteurs*.

Exemple : Effectue la multiplication de $2{,}34$ par $1{,}2$:

Solution : On a :

$$\begin{array}{rcccc}
 & & 2, & 3 & 4 \\
\times & & & 1, & 2 \\
\hline
 & & 4 & 6 & 8 \\
 & 2 & 3 & 4 & \cdot \\
\hline
 & 2, & 8 & 0 & 8
\end{array}$$

Il y a $2 + 1$ décimales dans les facteurs, et donc aussi 3 pour le produit.

6 Division d'un nombre décimal par un nombre entier (▶)

PROPRIÉTÉ

Effectuer la division décimale de deux nombres, c'est trouver la valeur exacte ou une valeur approchée du quotient de ces deux nombres.

Exemple : Effectue la division de $75{,}8$ par 4 puis celle de $4{,}9$ par 9 :

Solution : On a :

$$\begin{array}{rcccc|l}
 & 7 & 5, & 8 & & 4 \\
\cline{6-6}
- & 4 & & & & 1\ 8,\ 9\ 5 \\
\cline{2-2}
 & 3 & 5 & & & \\
- & 3 & 2 & & & \\
\cline{2-3}
 & & 3 & 8 & & \\
 & - & 3 & 6 & & \\
\cline{3-4}
\mathbf{RDR} \rightarrow & & & \mathbf{2} & 0 & \\
 & & - & 2 & 0 & \\
\cline{4-5}
 & & & & 0 &
\end{array}
\qquad \text{et} \qquad
\begin{array}{rcccc|l}
 & 4, & 9 & 2 & & 9 \\
\cline{6-6}
- & 4 & 5 & & & 0,\ 5\ 4\ 6 \\
\cline{2-3}
 & & 4 & 2 & & \\
 & - & 3 & 6 & & \\
\cline{3-4}
\mathbf{RDR} \rightarrow & & & \mathbf{6} & 0 & \\
 & & - & 5 & 4 & \\
\cline{4-5}
 & & & & 6 &
\end{array}$$

Pour la 2e division, on s'est arrêté puisqu'on retombe sur le **reste de référence (RDR)**, c'est-à-dire le premier reste obtenu après avoir abaissé le dernier chiffre non nul du dividende.

Remarque

On arrête donc une division :
- soit si on tombe sur un reste nul,
- soit si on retombe sur le "reste de référence".

SÉQUENCE X

Proportionnalité

1 Grandeurs proportionnelles

DÉFINITION

Deux grandeurs sont proportionnelles lorsque les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant (ou en divisant) par un même nombre non nul les valeurs de l'autre.

Exemple : Le mille international (symbole : mi) ou mile (en anglais) est une unité anglo-saxonne de longueur qui vaut exactement 1 609,344 mètres.
Une longueur exprimée en mille est-elle proportionnelle à cette même longueur exprimée en mètres ?

Solution : On obtient la longueur en mètres en multipliant la longueur en mille par le nombre 1 609,344 : les deux grandeurs sont donc bien proportionnelles (et le nombre 1 609,344 est alors appelé **coefficient de proportionnalité**).

Remarque

Deux grandeurs ne sont pas toujours proportionnelles. En voici quelques-unes qui ne le sont pas :
- la taille d'une personne et son âge ;
- l'aire d'un carré et la longueur de son côté.

2 Calculs dans une situation de proportionnalité

Pour illustrer une situation de proportionnalité, on utilise souvent un tableau appelé **tableau de proportionnalité**.
Dans un tel tableau, on obtient les nombres de la seconde ligne en multipliant ceux de la première ligne par le coefficient de proportionnalité (ou l'inverse puisque l'ordre des lignes n'a pas d'importance).

MÉTHODE (remplir un tableau de proportionnalité avec le coefficient)

Complète le tableau de proportionnalité suivant à l'aide du coefficient de proportionnalité (écris les calculs en-dessous) :

Masse de pommes (en kg)	2	6,4	8	12,8	24
Prix (en €)	$2{,}4\underline{0}$	7,68	9,60	15,36	$28{,}8\underline{0}$

$\times 1{,}2$

Solution : La troisième colonne (celle dans laquelle on connait déjà les deux nombres) nous permet de calculer le coefficient de proportionnalité : $9{,}60 \div 8 = 1{,}2$.

À partir de là, les nombres de la seconde ligne s'obtiennent par multiplication : $2 \times 1{,}2 = 2{,}4$ **et** $24 \times 1{,}2 = 28{,}8$.

Les nombres de la première ligne s'obtiennent en divisant : $7{,}68 \div 1{,}2 = 6{,}4$ **et** $15{,}36 \div 1{,}2 = 12{,}8$.

MÉTHODE (utiliser le « produit en croix »)

Complète le tableau de proportionnalité suivant à l'aide du « produit en croix » (écris les calculs en-dessous) :

Masse de pommes (en kg)	2	6,4	8	12,8	24
Prix (en €)	$2{,}4\underline{0}$	7,68	9,60	15,36	$28{,}8\underline{0}$

Solution : Les 3ᵉ et 4ᵉ colonnes du tableau donnent : $\dfrac{8 \times 15{,}36}{9}{,}6 = 12{,}8$. **On peut donc maintennat compléter en-dessous du** 24 **:** $\dfrac{15{,}36 \times 24}{1}2{,}8 = 28{,}8$.

Pour calculer la valeur au-dessus de $7{,}68$**, on utilise la colonne suivante :** $\dfrac{7{,}68 \times 8}{9}{,}60 = 6{,}4$.

Enfin, un dernier produit en croix donne le nombre en-dessous de 2 **:** $\dfrac{2 \times 7{,}68}{6}{,}4 = 2{,}4$.

Remarque

Pour le calcul de la dernière colonne, on aurait aussi pu utiliser les techniques apprises en primaire (agir sur les colonnes), en remarquant par exemple que : $24 = 3 \times 8$ ou $24 = 12 \times 2$.

3 Pourcentage

DÉFINITION

Un pourcentage traduit soit une situation de proportionnalité dans laquelle la quantité totale est ramenée à 100, c'est-à-dire $LRp\% = \dfrac{p}{100}$.

Exemple : Sur une tablette de chocolat noir, on lit « 54% de cacao ». Calcule la masse de cacao contenue dans une tablette de 250 g.

- Première méthode (à l'aide d'un tableau de proportionnalité) :

  Solution : On fait un tableau de proportionnalité :

Quantité de cacao (en g)	54	x
Quantité totale (en g)	100	250

  On calcule alors à l'aide du produit en croix : $\dfrac{54 \times 250}{100} = \dfrac{13\,500}{100} = 135$.
  Dans cette tablette de 250 g, il y a donc 135 g de cacao.

- Deuxième méthode (à l'aide d'un calcul direct) :

  Solution : Le mot français « de » (ainsi que ses déclinaisons) se traduit mathématiquement par un "×", donc en cherchant à calculer 52% de 250 g, on calcule mathématiquement $\dfrac{52}{100} \times 250 = 135$.
  Dans cette tablette de 250 g, il y a donc 135 g de cacao.

SÉQUENCE XI

Angles

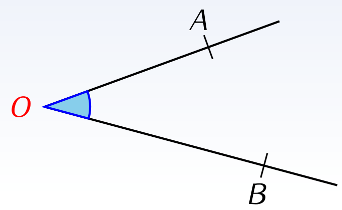
1 Notion d'angle

DÉFINITIONS

Un angle est une proportion de plan qui est délimitée par deux demi-droites de même origine.

L'origine de ces deux demi-droites s'appelle le sommet de l'angle.
Ces deux demi-droites sont les côtés de l'angle.

Exemple :

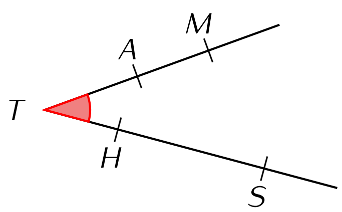


Le point O en rouge est le sommet de l'angle bleu. Les demi-droites $[OA)$ et $[OB)$ en noir, d'origine commune O, sont les deux côtés de l'angle bleu.

NOTATION

Un angle se note à l'aide de trois lettres surmontées d'un "chapeau". La lettre entre les deux autres est <u>toujours</u> celle qui désigne le sommet de l'angle.

EXERCICE :



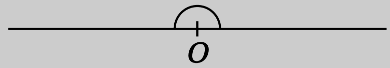
L'angle rouge se note $\widehat{MTS}$, $\widehat{MTH}$, $\widehat{ATS}$, $\widehat{ATH}$, $\widehat{STM}$, $\widehat{STA}$, $\widehat{HTM}$ et $\widehat{HTA}$, ~~mais pas $\widehat{MATHS}$~~ !

2 Mesure d'un angle (▶)

Au collège, l'unité de mesure d'angle est le degré.

DÉFINITIONS

Un **angle plat** peut être partagé en 180 parties égales :



Un **degré** (noté °) est la mesure de chacune de ces parties.

NOTATION

Lorsque la mesure d'un angle $\widehat{AOB}$ est égale à 40° (par exemple), on note : $\widehat{AOB} = 40°$.

Remarques

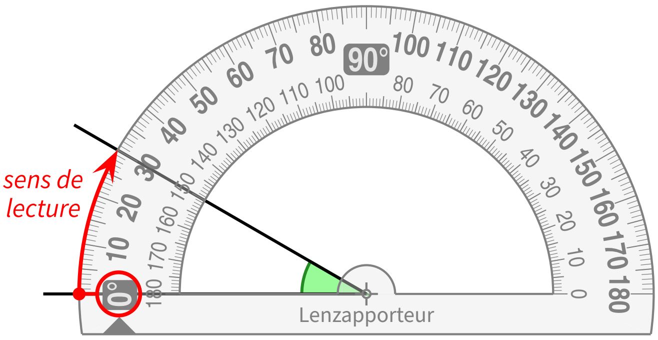
- Voici les angles les plus couramment utilisés :

Angle	**nul**	**aigu**	**droit**	**obtus**	**plat**	**rentrant**	**plein**
Mesure	0°	entre 0° et 90°	90°	entre 90° et 180°	180°	entre 180° et 360°	360°

- Pour mesurer un angle, on utilise un rapporteur.
- La plupart des rapporteurs sont gradués dans les deux sens, ce qui compliquera son utilisation…

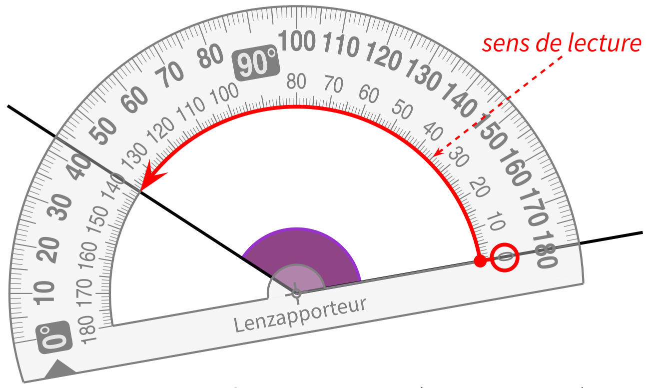
Exemples :

Angle aigu



Cet angle mesure 30°.

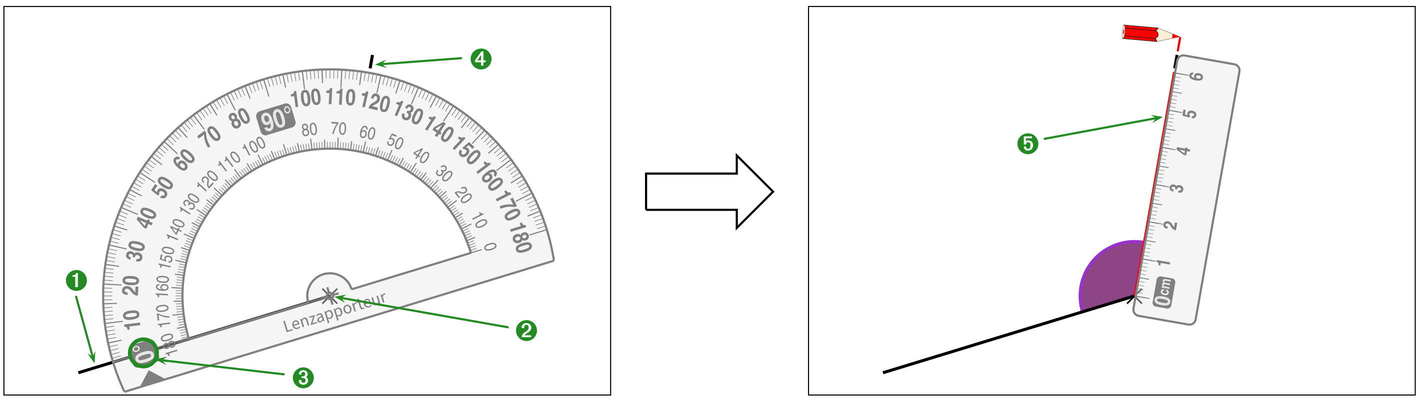
Angle obtus



Cet angle mesure 137° (et non 143° !!).

3 Construction d'un angle (▶)

Exemple : Pour construire un angle de 117°, on procède de la manière suivante :

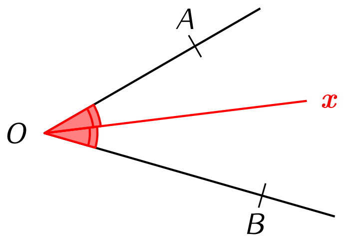


4 Bissectrice d'un angle (▶)

DÉFINITIONS

La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui coupe cet angle en deux angles ayant exactement la même mesure (donc la moitié de la mesure de l'angle de départ).

Exemple :

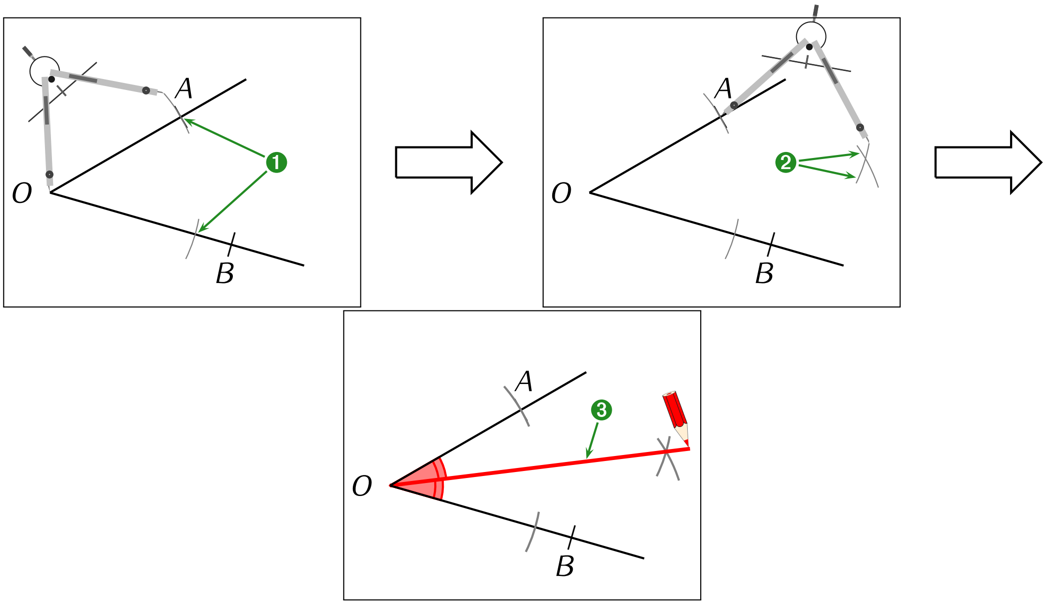


En mesurant au rapporteur, on trouve que $\widehat{AOB} = 46°$.

On créé alors au rapporteur une demi-droite $[Ox)$ telle que $\widehat{AOx} = \widehat{BOx} = 23°$: l'angle $\widehat{AOB}$ a ainsi bien été partagé en deux angles de même mesure, c'est la bissectrice, dessinée en rouge !

Pour construire la bissectrice rapidement et avec précision, nous utiliserons le compas :

Exemple : Ici, on a décidé de prendre la longueur OA au compas, mais on aurait pu choisir une autre longueur :



SÉQUENCE XII

Triangles & quadrilatères

1 Triangles

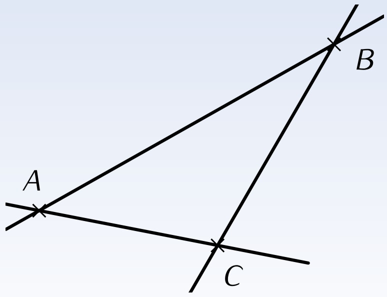
1 Généralités

DÉFINITION

Un triangle est un polygone à trois côtés.

Remarque

Un triangle a trois sommets et trois côtés.



Exemple : Dans un triangle ABC, quel est le sommet opposé au coté $[AB]$? Et le côté opposé au sommet A ?

Solution : Le sommet opposé au côté $[AB]$ est C. Le côté opposé au sommet A est $[BC]$ ou $[CB]$.

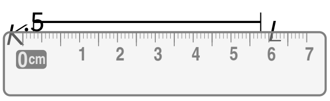
2 Construction d'un triangle

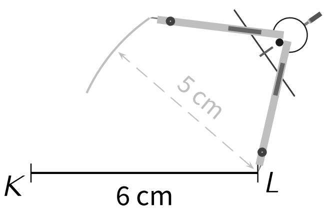
Exemple : Construis (en dernière page de cette séquence) un triangle KLM tel que $KL = 6$ cm ; $LM = 5$ cm et $KM = 4{,}5$ cm :

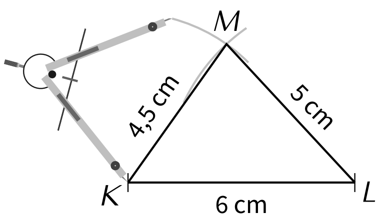
❶ on trace le segment $[KL]$ de longueur 6 cm (en général, on commence par le plus long) :

❷ M est situé à 5 cm de L, donc on trace un arc de cercle de centre L et de rayon 5 cm :

❸ M est situé à 4,5 cm de K, donc on trace un autre arc de cercle de centre K et de rayon 4,5 cm :



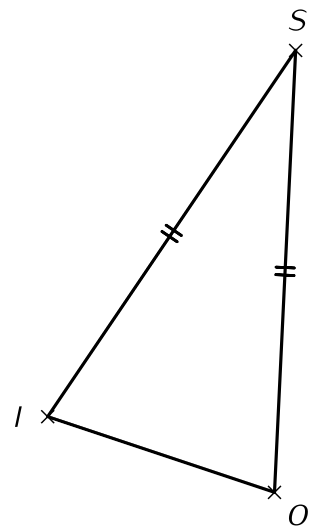




Solution : La construction en grandeur réelle est laissée aux élèves.

2 Triangles particuliers (▶)

1 Triangle isocèle (▶)



DÉFINITION

Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur.

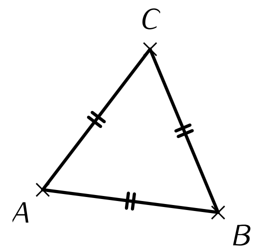
Remarques

- Le sommet commun aux côtés de même longueur est appelé le **sommet principal**.
- Le côté opposé au sommet principal est appelé la **base**.

Exemple : Le triangle ISO est isocèle en S.
Quel est son sommet principal et quelle est sa base ?

Solution : Le sommet principal de ce triangle est S et sa base est donc $[IO]$ ou $[OI]$.

2 Triangle équilatéral (▶)



DÉFINITION

Un triangle équilatéral est un triangle qui a ses trois côtés de même longueur.

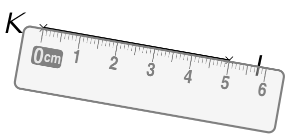
3 Triangle rectangle (▶)

DÉFINITION

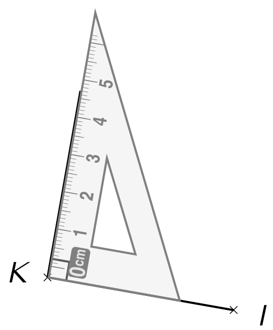
Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit. Le côté opposé à l'angle droit est appelé hypoténuse.

Exemple : Construis (en dernière page de cette séquence) un triangle KHI rectangle en K tel que $KI = 5$ cm et $HI = 7$ cm :

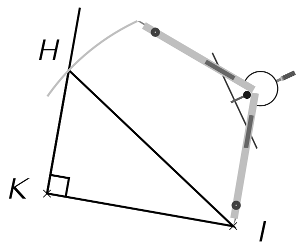
❶ on trace le segment $[KI]$ de longueur 5 cm :



❷ on construit ensuite l'angle droit sur le point K :

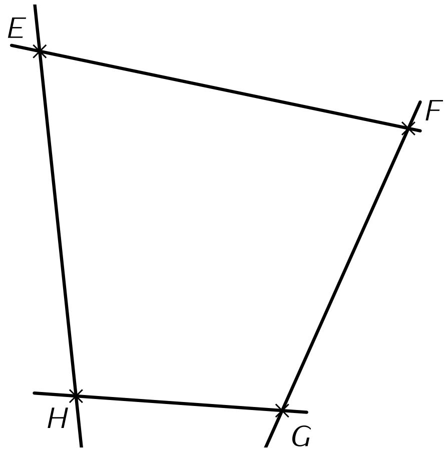


❸ H est situé à 6 cm de I, donc on trace un arc de cercle de centre I et de rayon 6 cm :



Solution : La construction en grandeur réelle est laissée aux élèves.

3 Quadrilatères



DÉFINITION

Un quadrilatère est un polygone à quatre côtés.

Remarque

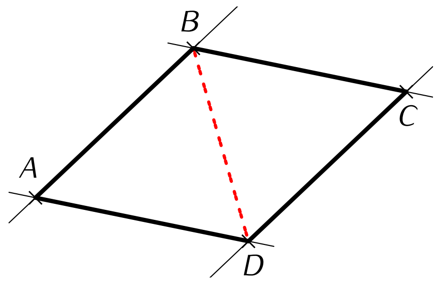
Un quadrilatère a quatre sommets, quatre côtés et deux diagonales.

Exemple : Dans un quadrilatère $EFGH$, quel est le sommet opposé au sommet E ? Et un côté consécutif au côté $[FG]$?
Quelles sont ses diagonales ?

Solution : Le sommet opposé à E est le sommet G. Le côté $[FG]$ a deux côtés consécutifs (= qui se suivent) : $[EH]$ et $[FG]$.

4 Quadrilatères particuliers

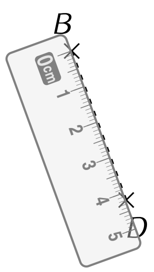
1 Losange



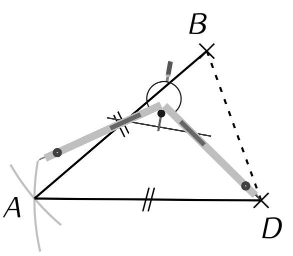
DÉFINITION

Un losange est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur.

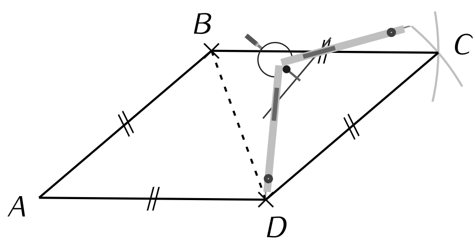
Exemple : Construis un losange $ABCD$ tel que $AB = 6$ cm et $BD = 4{,}2$ cm :



On trace un segment $[BD]$ de longueur 4,2 cm



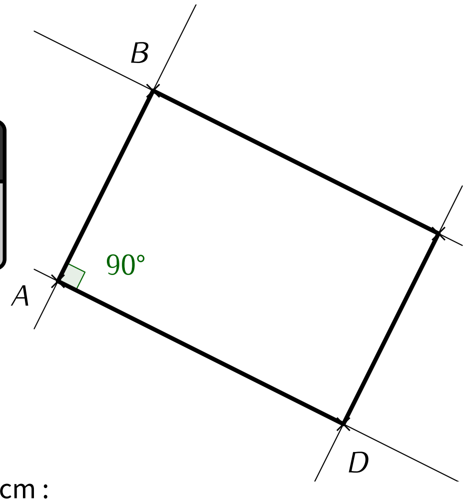
On construit un triangle ABD isocèle en A tel que $AB = AD = 6$ cm



On construit un triangle CBD isocèle en C tel que $CB = CD = 6$ cm.

Solution : Commencer par tracer une figure à main levée pour voir où se situent les longueurs à construire. Construire un tel losange revient à construire deux triangles isocèles…

2 Rectangle



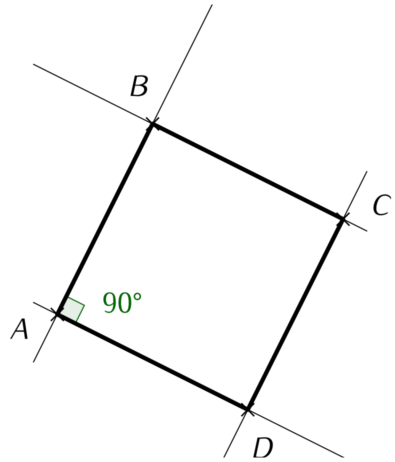
DÉFINITION

Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.

Exemple : Construis un rectangle $CHOU$ tel que $CH = 4$ cm et $HO = 10$ cm :

Solution : Encore une fois, faire une figure à main levée pour bien voir les longueurs. Ici, on est dans un cas facile (deux côtés du rectangle donnés), mais si l'énoncé avait donné $\underline{C}O = 10$ cm, la construction aurait été un peu plus compliquée…

3 Carré



DÉFINITION

Un carré est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.

Remarque

Un carré est à la fois un losange et un rectangle.

SÉQUENCE XIII

Longueurs, périmètres & aires

1 Rappels sur les longueurs

DÉFINITIONS

La mesure d'un segment s'appelle sa longueur. L'unité de longueur est le mètre.

Utiliser le CONVERTISSEUR !

Convertir 362 m en hm ; 25,7 hm en m et 1 km en m en utilisant le **tableau de conversion des unités de longueur** suivant :

Les préfixes	kilo	hecto	déca	**unité principale**	déci	centi	milli
Longueurs	km	hm	dam	**m**	dm	cm	mm
		3,	6	2			
	2	5	7	0			
	1	0	0	0			

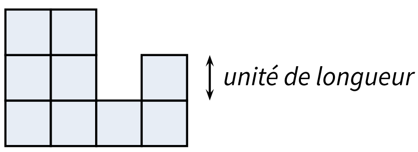
Solution : 362 m = 3,62 hm ; 25,7 hm = 2 570 m et 1 km = 1 000 m.

2 Périmètre

DÉFINITION

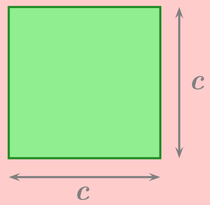
Le périmètre d'une figure est la longueur que l'on parcourt lorsqu'on fait le tour de la figure.

Exemple : Le périmètre de cette figure est de 16 unités de longueur.



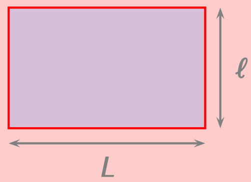
FORMULES DE PÉRIMÈTRE (À CONNAÎTRE PAR CŒUR !)

Carré (rappel)



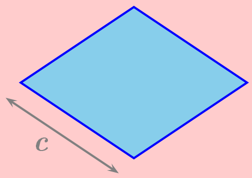
$\mathscr{P} = 4 \times c$

Rectangle (rappel)



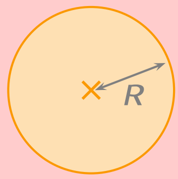
$\mathscr{P} = 2 \times (L + \ell)$
ou $\mathscr{P} = 2 \times L + 2 \times \ell$

Losange



$\mathscr{P} = 4 \times c$

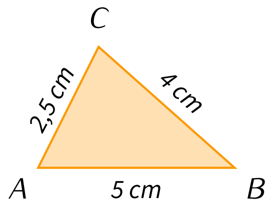
Disque (ou cercle)



$\mathscr{P} = 2 \times \pi \times R$
$(\pi \approx 3{,}14)$

Exemples :

a) Calcule le périmètre d'un carré de côté 3 cm.
b) Calcule le périmètre d'un rectangle de longueur 7 cm et de largeur 5 cm.
c) Calcule le périmètre du triangle ci-contre.
d) Calcule la longueur d'un cercle de rayon 7 km (arrondie au mètre près).
e) Calcule la longueur d'un demi-cercle de diamètre 4 km (arrondie au dixième près).



Solution :

a) $\mathscr{P} = 4 \times 3 = 12$ cm.
b) $\mathscr{P} = 2 \times (7 + 5) = 2 \times 12 = 24$ cm.
c) $\mathscr{P} = 2{,}5 + 4 + 5 = 11{,}5$ cm (ATTENTION : pas de formule possible ici !)
d) $\mathscr{P} = 2 \times \pi \times R = 2 \times \pi \times 7 = 14\pi \approx 43{,}982$ km (penser à utiliser le CONVERTISSEUR pour savoir combien de chiffres garder après la virgule).
e) Puisque $D = 4$ km, on a $R = 4 \div 2 = 2$ km. Donc $\mathscr{P} = 2 \times \pi \times R \div 2 = 2 \times \pi \times 2 \div 2 = 2\pi \approx 6{,}3$ km (attention à l'unité).

3 Aire

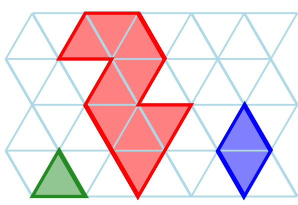
1 Formules

DÉFINITIONS

La surface d'une figure est la partie qui se trouve à l'intérieur d'une figure.

L'aire correspond alors à la mesure de cette surface.

Exemple : Dans la figure ci-contre, détermine l'aire de la figure rouge en utilisant d'abord la figure verte comme unité d'aire, puis la bleue :



Solution : Lorsque l'unité d'aire correspond à la figure **verte**, la figure rouge a une aire de 9 unités d'aire. Lorsque l'unité d'aire correspond à la figure **bleue**, la figure rouge a une aire de 4,5 unités d'aire.

2 Conversions

Convertis 28 m^2 en centimètres carrés et 4,32 dm^2 en mètre carré, en utilisant le **tableau de conversion des unités d'aires** suivant. Attention, pour chaque unité, il y a deux colonnes : la virgule doit toujours se trouver **à la fin** de la colonne !

Utiliser le CONVERTISSEUR !

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
	ha	a	(ca)			

Solution : 28 m^2 = 280 000 cm^2 et 4,32 dm^2 = 0,043 2 m^2.

Remarque

En agriculture, on utilise les unités agraires : l'hectare (ha), l'are (a) et le centiare (ca, plus rarement utilisé), pour calculer des superficies : 1 ha = 1 hm^2 ; 1 a = 1 dam^2 et 1 ca = 1 m^2.

Exemples : Convertir :

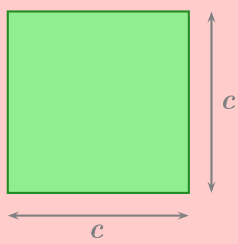
3 257 m^2 = 32,57 dam^2
1 000 mm^2 = 0,1 dm^2
9 km^2 = 9 000 000 m^2
3 m^2 = 300 dm^2
2 050 dm^2 = 0,002 05 hm^2

80 mm^2 = 0,8 cm^2
8 hm^2 = 0,08 km^2
0,1 m^2 = 10 dm^2
710 dm^2 = 7,1 m^2
36 m^2 = 0,000 036 km^2

3 Formules d'aires

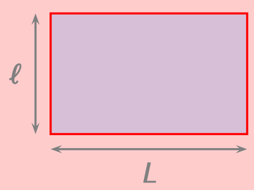
FORMULES D'AIRE (À CONNAÎTRE PAR CŒUR !)

Carré



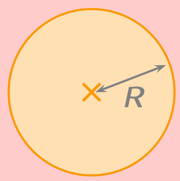
$\mathscr{A} = c \times c$

Rectangle



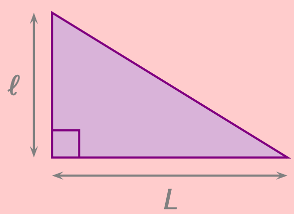
$\mathscr{A} = L \times \ell$

Disque



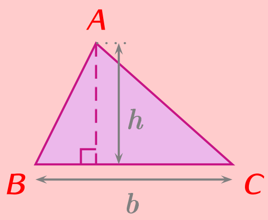
$\mathscr{A} = \pi \times R \times R$

Triangle rectangle



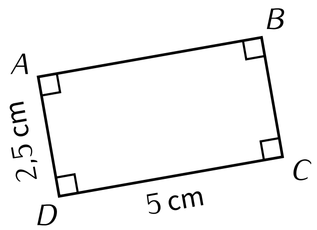
$\mathscr{A} = L \times \ell \div 2$

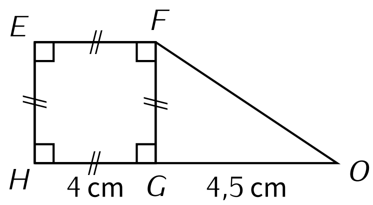
Triangle quelconque



$\mathscr{A} = b \times h \div 2$

➔ Exemple (aires « classiques ») : Calcule l'aire des figures suivantes (qui ne sont pas dessinées en vraie grandeur) :





Solution :
Figure a : $\mathscr{A} = L \times \ell = 5 \times 2{,}5 = 12{,}5$ cm^2.
Figure b : $\mathscr{A} = c \times c + L \times \ell \div 2 = 4 \times 4 + 4{,}5 \times 4 \div 2 = 16 + 9 = 25$ cm^2.

➔ Exemple (aires de disques) :

a) Calcule l'aire d'un disque de rayon 4 cm, arrondie au dixième près.
b) Calculer l'aire d'un demi-disque de diamètre 3 cm, arrondie au mm^2 près.

Solution :

a) $\mathscr{A} = \pi \times R \times R = \pi \times 4 \times 4 = 16\pi \approx 50{,}\underline{3}$ cm^2.
b) Ici faire attention : l'énoncé donne le **diamètre** ! Il faut donc calculer le rayon avant tout :
$R = D \div 2 = 3 \div 2 = 1{,}5$ cm, donc $\mathscr{A} = \pi \times R \times R \div 2 = \pi \times 1{,}5 \times 1{,}5 \div 2 \approx 3{,}53$ mm^2 : en effet, d'après le tableau de conversions ci-dessus, le mm^2 se trouve 2 colonnes à droite du cm^2, donc on doit arrondir à 2 chiffres après la virgule (au centième).

SÉQUENCE

XIV

Statistiques

1 Tableaux

RÈGLE

Un tableau permet de regrouper des données, de lire facilement des informations.

Exemple : Les tableaux ci-dessous sont des tableaux à simple entrée (on aurait pu les regrouper en un seul tableau à double entrée) :

Population mondiale par continent en 1995

Continent	Afrique	Asie	Europe	Amérique du Nord	Amérique du Sud	Océanie
Population en 1995 (en millions d'habitants)	728	3 458	727	293	482	28

Population mondiale par continent en 2008

Continent	Afrique	Asie	Europe	Amérique du Nord	Amérique du Sud	Océanie
Population en 2008 (en millions d'habitants)	987	4 075	731	342	579	35

Que signifient les nombres 727 et 35 ?

Solution : Les nombres 727 et 35 représentent respectivement le nombre d'habitants en Europe en 1995 et en Océanie en 2018 (en millions, bien sûr).

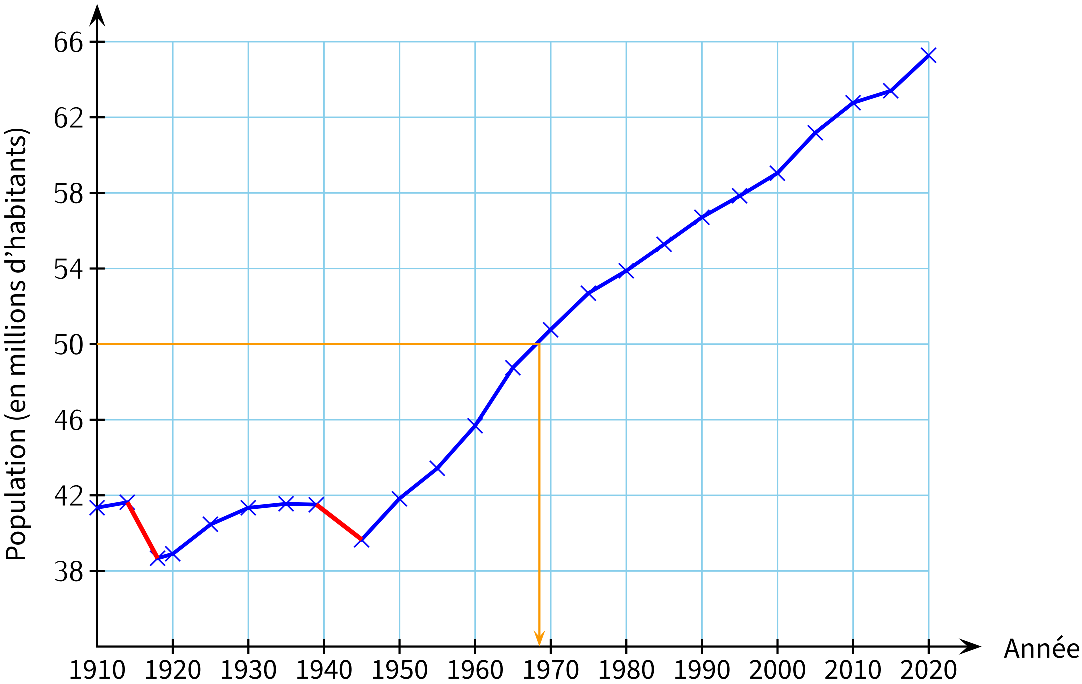
2 Représentations graphiques et interprétation

1 Graphique cartésien

RÈGLE

Un graphique cartésien permet de représenter l'évolution d'une grandeur en fonction d'une autre.

Exemple : Voici un graphique cartésien qui donne l'évolution de la population en France en fonction de l'année, entre 1910 et 2020 :



En quelle année (à peu près) les 50 millions d'habitants ont-il été atteints en France ? À quoi correspondent les deux parties **rouges** du graphique cartésien ?

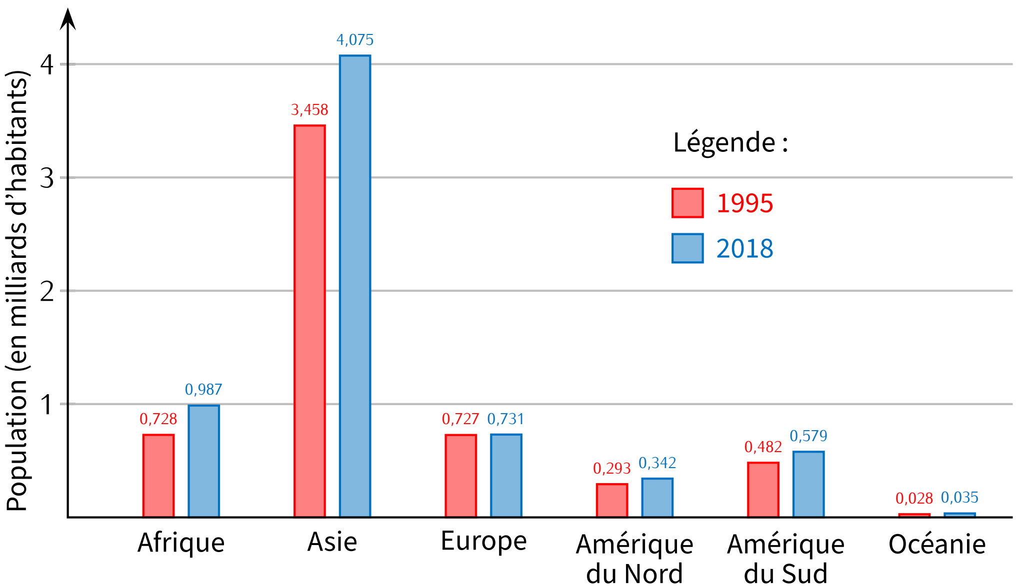
Solution : C'est vers 1968-1969 que les 50 millions d'habitants ont été atteints en France. Les deux parties rouges représentent les deux guerres mondiales, et expliquent ainsi la baisse de la population.

2 Diagramme en bâton

RÈGLE

Dans un diagramme en bâton, les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux quantités représentées.

Exemple :



- Que permet de visualiser d'un premier coup d'œil ce diagramme ?
- Quel est le continent où il y a le plus d'écart de population entre 1995 et 2008 ?

Solution :

- Ce diagramme permet de voir directement que l'Asie est le continent le plus peuplé en 1995 ou en 2008.
- C'est aussi en Asie qu'on retrouve le plus grand écart de population entre 1995 et 2008.

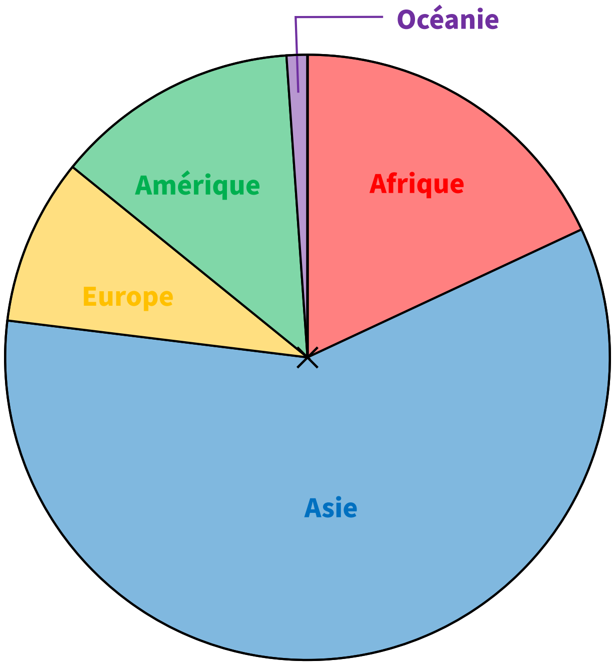
3 Diagramme circulaire

RÈGLE

Dans un diagramme circulaire (ou semi-circulaire), les mesures des angles sont proportionnelles aux quantités représentées.

Exemple : Ci-dessous, on a construit un diagramme circulaire représentant la population en 2024, en pourcentage de la population mondiale, par continent :

Répartition de la population mondiale



Pour arriver à ce résultat,

- il a d'abord fallu trouver la population par continent (source : https://www.ined.fr/fr/tout-savoir-population/chiffres/tous-les-pays-du-monde/) et créer un tableau d'effectifs ;
- puis la ligne des pourcentages se complète en sachant que le total fait 100, grâce à des produit en croix ;
- enfin, la ligne des angles se complète alors en multipliant chaque pourcentage par le nombre 3,6.

Population mondiale par continent en 2024

Continent	Afrique	Asie	Europe	Amérique	Océanie	TOTAL
Population en 2024 *(en millions d'habitants)*	1 494	4 785	742	1 051	46	8 118
Population en 2024 *(en pourcentage, arrondi à l'unité)*	18	59	9	13	1	100
Angle *(en °, arrondi à l'unité)*	65	212	32	47	4	360

× 3,6

EXERCICE :

- Classe les continents du moins peuplé au plus peuplé en 2008.
- Est-il vrai que plus de la moitié de la population mondiale en 2008 se trouve en Asie ?

Solution :

- On pourrait écrire : Océanie < Europe < Amérique < Afrique < Asie.
- Oui, et c'est même quasiment les deux tiers !!

SÉQUENCE

XV

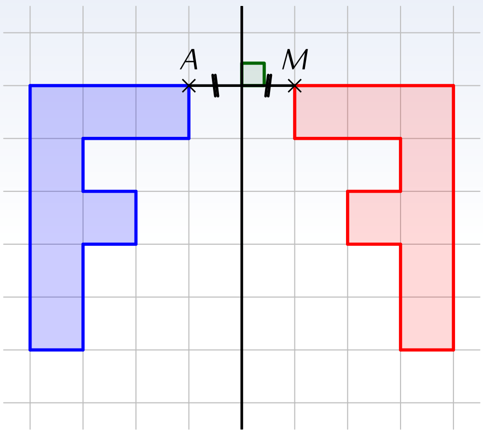
Symétrie axiale

1 Figures symétriques

DÉFINITIONS

Deux figures sont symétriques par rapport à une droite si elles se superposent par pliage le long de cette droite.
Cette droite est appelée axe de symétrie.

Exemple :



Les figures **bleue** et **rouge** se superposent par pliage le long de la droite (d) donc elles sont symétriques par rapport à la droite (d).

On dit également que la figure rouge est le symétrique de la figure bleue dans la symétrie axiale d'axe (d).

Deux points sont symétriques par rapport à une droite s'ils se superposent par pliage le long de cette droite.

Ici, les points A et M sont symétriques par rapport à la droite (d).

2 Symétrique d'un point (▶)

DÉFINITION

Le symétrique d'un point A par rapport à une droite (d) est le point M tel que la droite (d) est la médiatrice du segment $[AM]$ (c'est-à-dire tel que (d) est la perpendiculaire au segment $[AM]$ passant par son milieu).

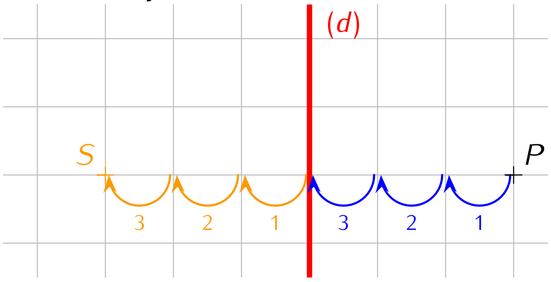
Remarque

Si un point appartient à une droite alors son symétrique par rapport à cette droite est le point lui-même.

Exemple : On voudrait construire le point S, symétrique du point P par rapport à la droite (d) :

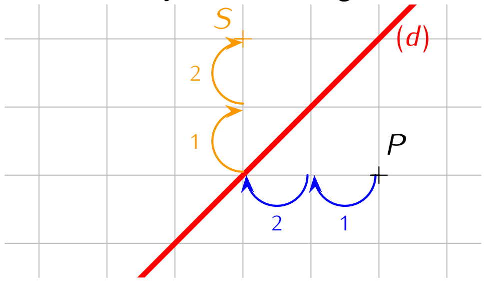
a) Dans un quadrillage :

Axe de symétrie horizontal ou vertical



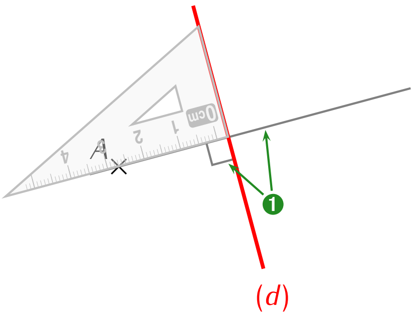
On part du point P vers (d).
Il faut 3 carreaux pour y arriver.

Axe de symétrie en diagonale

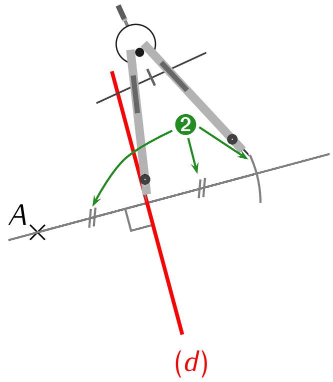


On part du point P vers (d).
Il faut 2 carreaux pour y arriver.

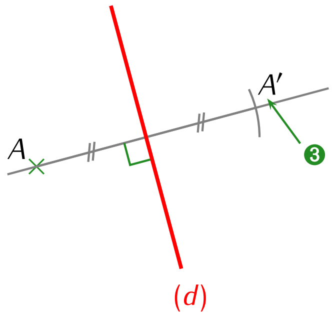
b) Avec le compas :



❶ On trace la perpendiculaire à (d) passant par A.



❷ On reporte la distance de A à la droite (d) de l'autre côté de cette droite, en utilisant le compas ou la règle.



❸ On obtient le point A' recherché.

3 Symétrique de figures usuelles (▶) et propriétés de la symétrie axiale

PROPRIÉTÉ

La symétrie axiale conserve les longueurs (donc aussi les périmètres), les mesures d'angles, l'alignement et les aires.

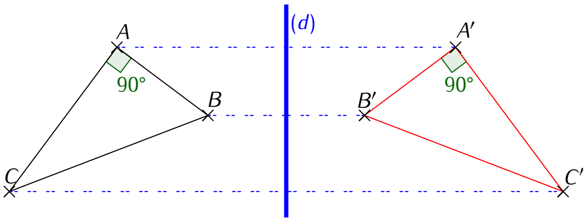
⚓ Remarque

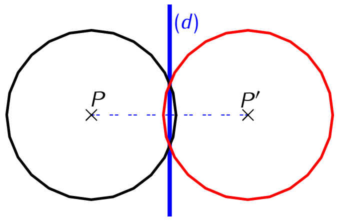
En particulier, le symétrique du milieu d'un segment est le milieu du segment symétrique.

CONSÉQUENCE SUR LES CERCLES

Le symétrique d'un cercle par rapport à un axe est un cercle de même rayon. Les centres des cercles sont symétriques par rapport à cet axe.

Exemples :





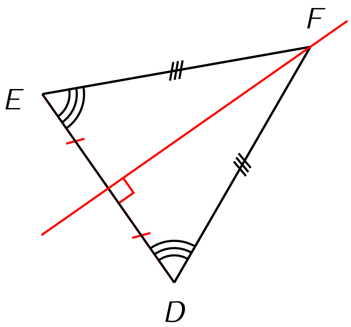
STRATÉGIE

Pour construire le symétrique d'une figure complexe, on la décompose en figures usuelles et on construit le symétrique de chacune d'elles.

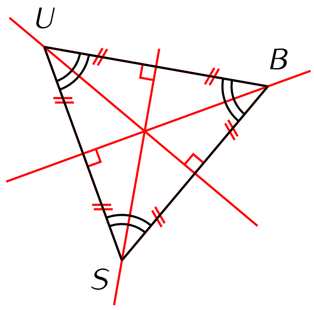
Il faut donc savoir construire le symétrique d'un point !

À noter que si une figure et son symétrique sont en fait une seule et même figure, on dit alors que l'axe de symétrie est l'**axe de symétrie de la figure**. Il s'agit de connaître les axes de symétrie des figures usuelles :

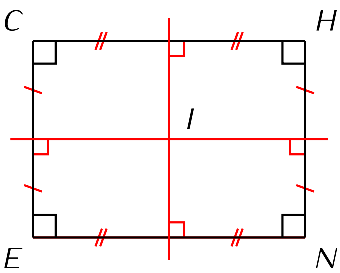
Triangle isocèle



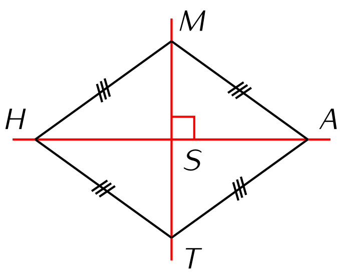
Triangle équilatéral



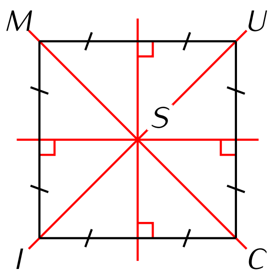
Rectangle



Losange



Carré



SÉQUENCE XVI

Espace

1 Le parallélépipède rectangle et le cube

1 Pavé droit

DÉFINITIONS

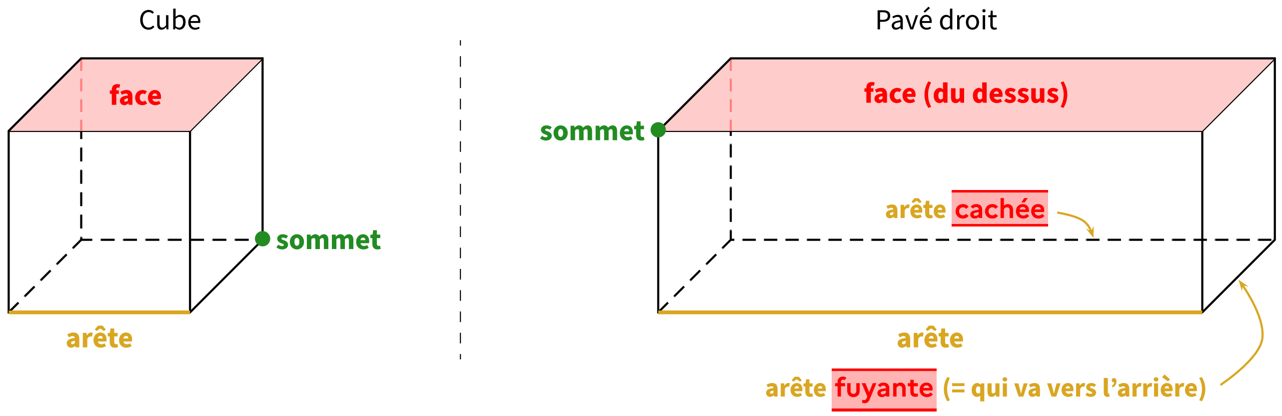
Un parallélépipède rectangle (ou pavé droit) est un solide dont les 6 faces sont des rectangles.

Un cube est un pavé droit particulier : toutes ses faces sont des carrés.

CARACTÉRISTIQUE

Un pavé droit est défini par les longueurs de 3 arêtes ayant un sommet commun, généralement appelés longueur, largeur et profondeur (ou hauteur selon le cas).

Exemples :



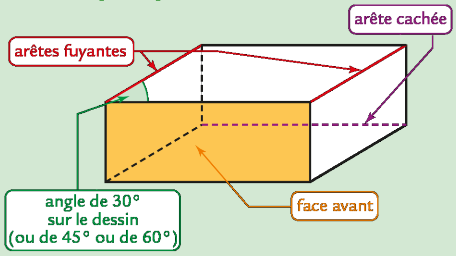
2 Représentations en perspective

La perspective utilisée en mathématiques s'appelle la **perspective cavalière**.
Elle permet de représenter dans le plan (une feuille ou le tableau par exemple) un objet de l'espace (un solide).

MÉTHODE (dessiner en perspective cavalière)

Dans le dessin en perspective d'un pavé droit, les règles de la perspective cavalière sont :

- **Les faces avant et arrière sont des rectangles, elles gardent leurs dimensions (ou sont proportionnelles si trop grandes).**
- **Les autres faces sont dessinées par des parallélogrammes.**
- **Les arêtes parallèles sur le solide sont aussi parallèles sur le dessin.**
- **Les arêtes cachées sont représentées en pointillés.**
- **Les arêtes fuyantes sont réduites.**

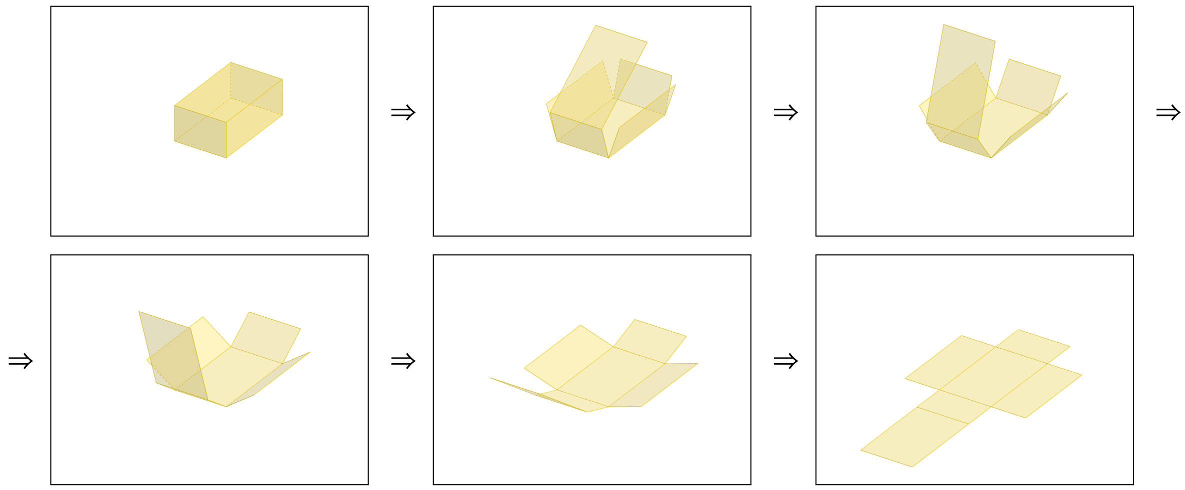


3 Patrons

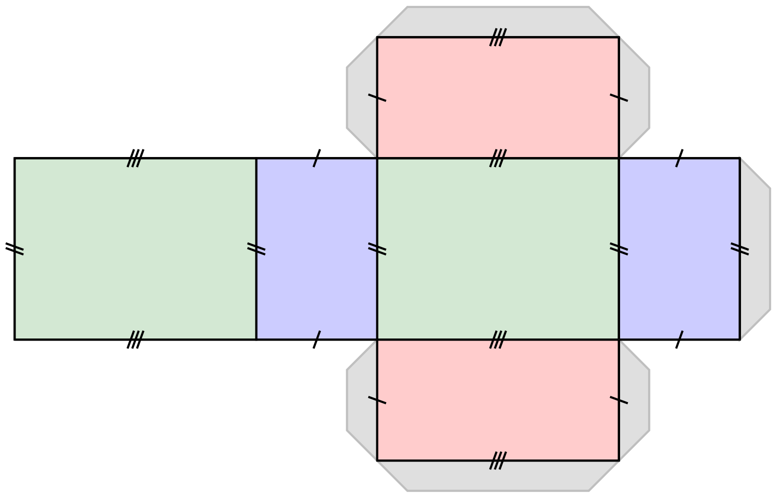
DÉFINITION

Le patron d'un solide est un dessin, qui permet, après découpage et pliage, de fabriquer ce solide (sans que deux faces ne se superposent). C'est donc la « mise à plat » de ce solide.

Exemple : Voici ce que l'on observe en "dépliant" le parallélépipède :

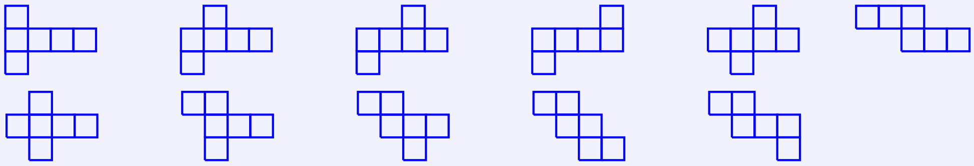


Le patron à dessiner sur la feuille ressemblera donc à ceci :



⚓ Remarque

Il existe plusieurs patrons différents pour un même parallélépipède. Parexemple, il existe *11* patrons différents pour un cube :



4 Autres solides

DÉFINITIONS

- **Un polygone est une figure qui a plusieurs côtés.**
- **Un polyèdre est un solide dont toutes les faces sont des polygones.**

En 6^{e}, ce sont les cubes et pavés qui sont étudiés en détail, mais le nom des autres solides vus au collège doivent déjà être connus :

DÉFINITIONS

						
cube	pavé droit	prisme	cylindre	pyramide	cône	boule **ou** sphère
6$^{\text{ème}}$		5$^{\text{ème}}$		4$^{\text{ème}}$		3$^{\text{ème}}$

SÉQUENCE

XVII

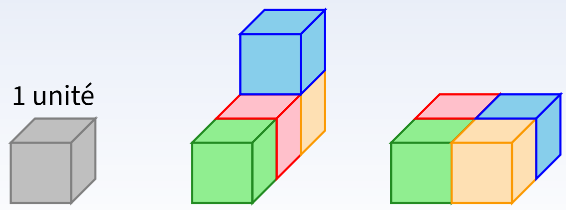
Volumes

1 Unités de volume

DÉFINITIONS

Le volume d'un solide, généralement noté $\mathscr{V}$, est la mesure de l'espace contenu dans ce solide. Le volume peut s'exprimer grâce à des cubes mais aussi grâce à un liquide (comme de l'eau) que l'on peut verser dedans : c'est alors plutôt une capacité (voir plus loin pour gérer toutes les conversions).

Exemple : Les deux solides en couleur ci-contre ont tous les deux un volume égal à 4 unités de volume, même s'ils n'ont pas la même forme !

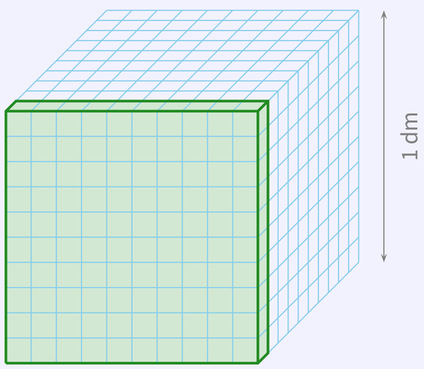


DÉFINITION

Un centimètre cube (noté cm^3) est le volume d'un cube d'un cm de côté. De même, un cube d'un m de côté aura un volume égal à $1\ \text{m}^3$; etc.

Remarque

Comme pour les aires, on va pouvoir lier les différentes unités de volume qui existent (échelle 1 : 3) :



Ce cube de 1 dm de côté a un volume logiquement égal à $1\ \text{dm}^3$ (c'est la définition).

En divisant chaque arête du cube par 10, on fait apparaître 10 cubes d'un cm de côté sur la longueur, 10 sur la largeur et 10 en profondeur, donc $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ cubes d'un cm de côté, ayant chacun un volume de $1\ \text{cm}^3$ (toujours par définition...), donc un volume total de $1\,000\ \text{cm}^3$.

On en déduit que $\boxed{1\ \text{dm}^3 = 1\,000\ \text{cm}^3}$.

Autrement dit, il y a aura un décalage de 3 *rangs* entre deux unités *de volumes* qui se suivent, donnant ainsi le tableau de conversions du paragraphe suivant.

2 Tableau de conversions

On peut verser à la goutte près une bouteille d'un litre d'eau dans un cube d'un décimètre de côté, ce qui nous donne la relation entre volume et capacité

$$\boxed{1\text{ dm}^3 = 1\text{ L}},$$

et nous permet de compléter le tableau en y mettant ensemble les unités de volumes et celles descapacités :

Volumes	km³			hm³			dam³			m³			dm³			cm³			mm³		
Capacités												kL	hL	daL	L	dL	cL	mL			
															1	0	0	0			
											5	0	0	0	0	0	0	0			
															1	0	2	8	8		

Utiliser le CONVERTISSEUR !

Exemples :

a) Une petite salle de classe peut contenir 50 cubes d'un mètre de côté (soit 50 m³ : 5 en longueur, 4 en largeur et 2,5 en hauteur). Cela représente donc *50 000 000* cm³, mais aussi *5 000* briques d'un litre de lait !

b) Justement, 1 L de lait est donc équivalent à *1 000* mL ou encore *1 000* cm³.

La dernière ligne servira à nous aider pour trouver la réponse au prochain exercice.

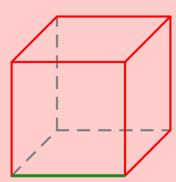
ATTENTION !!!

Comme pour les aires, lorsqu'on déplace une virgule pour faire une conversion de volumes à l'aide du tableau, il faut qu'elle arrive À LA FIN de la colonne de l'unité choisie. De plus, on rappelle que les capacités sont des unités "simples", chaque colonne n'est donc pas coupée : voir séquence "Nombres décimaux (partie 2) " n° IX, page 31.

3 Calculs de volume

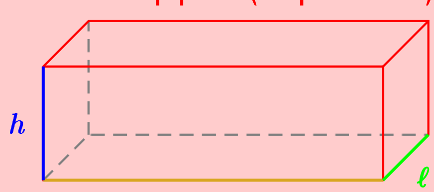
FORMULES DE VOLUME

Cube



$$\mathscr{V} = c \times c \times c$$

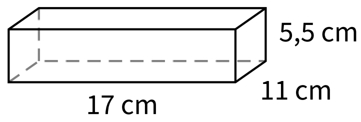
Parallélépipède (ou pavé droit)



$$\mathscr{V} = L \times \ell \times h$$

■ **EXERCICE :** Une boîte a pour dimensions 11 cm de largeur, 17 cm de longueur et 5,5 cm de hauteur.

a) Calculer son volume en cm^3 puis en dm^3.
b) Sachant que cette boîte contenait 180 morceaux de sucre, calculer le volume approximatif (arrondi au dixième) d'un sucre.



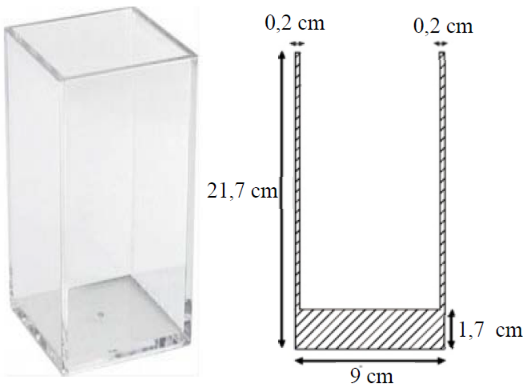
Solution :

a) $\mathscr{V} = L \times \ell \times h = 17 \times 11 \times 5{,}5 = 1\,028{,}5\ \text{cm}^3 = 1{,}028\,5\ \text{dm}^3$.
b) $1\,028{,}5 \div 180 \approx 5{,}7\ \text{cm}^3$.

■ **EXERCICE (adapté du brevet 2016) :** Combien d'eau (exprimé en L) peut contenir ce vase, sachant que le fond est un carré ?

Solution : La base utile est un carré de $9 - 2 \times 0{,}2 = 9 - 0{,}4 = 8{,}6$ cm de côté et la hauteur utile du vase est de $21{,}7 - 1{,}7 = 20$ cm. Le volume d'eau est donc de $\mathscr{V} = 8{,}6 \times 8{,}6 \times 20 = 1\,479{,}2\ \text{cm}^3 = 1{,}479\,2\ \text{dm}^3 = 1{,}479\,2$ L.

Caractéristiques du vase



Matière : verre

Forme : pavé droit

Dimensions extérieures : 9 cm × 9 cm × 21,7 cm

Épaisseur des bords : 0,2 cm

Épaisseur du fond : 1,7 cm

SÉQUENCE A

Liste des exercices donnés

1 Nombres entiers (partie 1)

» décomposition, nom des chiffres	Cahier IParcours : 1, 2 p. 5 + 3, 4, 5 p. 5
» demi-droite graduée	Cahier IParcours : 1, 2, 3, 4 p. 6
» comparaison et rangement	Cahier IParcours : fiche 3 p. 7
» additions et soustractions	Cahier IParcours : 1, 2, 4 p. 10 + 6 p. 12
» additions et soustractions	Cahier IParcours : 1, 2, 3, 5 p. 11 + 1, 2, 3 p. 12

2 Éléments de géométrie

» notion de point	Cahier IParcours : --
» droite- demi-droite et segment	Cahier IParcours : 1, 2, 3 p. 67 + 1, 2, 3 p. 68 + 2, 3 p. 69
» longueur et milieu d'un segment	Cahier IParcours : 1, 2 p. 72

3 Nombres entiers (partie 2)

» multiplications	Cahier IParcours : 1, 4, 5, 6 p. 13 + 4, 5 p. 14
» division euclidienne	Cahier IParcours : 2, 3, 4 p. 15 + 1, 2, 3 p. 16
» divisibilité	Cahier IParcours : --
» opérations sur les durées	Cahier IParcours : 1, 2, 3, 7 p. 17 + 1, 2, 3, 7 p. 18

4 Cercles

» vocabulaire du cercle	Cahier IParcours : 1, 2, 3 p. 73 + 1, 2 p. 76
» constructions	Cahier IParcours : 1 p. 77 + 3 p. 78 (ℹ remplacer 6 cm par 9 cm et faire sur une feuille blanche + colorier)

5 Fractions

» vocabulaire	Cahier IParcours : --
» lecture d'une fraction	Cahier IParcours : 1, 2, 3 p. 21 + 1, 2, 5 p. 23
» fraction et partage	Cahier IParcours : 1, 3, 4, 5, 6 p. 22
» nombre fraction	Cahier IParcours : 1, 2, 3, 4, 7, 8 p. 24
» comparaison d'une fraction à 1	Cahier IParcours : 1, 2, 4, 5, 6 p. 26
» encadrement à l'unité	Cahier IParcours : 5, 6 p. 27

6 Droites perpendiculaires & parallèles

» définitions et notations	Cahier IParcours : 1, 2, 3 p. 81
» programmes de construction	Cahier IParcours : 1, 2 p. 83 + 1, 2, 4 p. 86 (perpendiculaires) + 3, 4 p. 83 + 1, 2, 4 p. 84 (parallèles)

7 Nombres décimaux

» sous-multiples de l'unité	Cahier IParcours : 1, 2, 5, 6, 8 p. 30
» décomposition et nom des chiffres	Cahier IParcours : 1, 2, 5, 7, 9 p. 32 + 1, 2, 4, 7, 8 p. 31 + 10, 11 p. 32
» repérage sur une demi-droite graduée	Cahier IParcours : 1, 3, 4, 5, 7 p. 34
» comparaisons et rangements	Cahier IParcours : 3, 4, 7, 8 p. 35 + 3 p. 36 + 1, 2, 3, 7 p. 37
» arrondis	Cahier IParcours : 8 p. 37

8 Programmation (& repérage)

» présentation du logiciel Scratch	Cahier IParcours : fiches 1 et 2 p. 89-90
» espace de travail	Cahier IParcours : --
» exemples de blocs	Cahier IParcours : --
» algorithmie débranchée	Cahier IParcours : fiches 3, 4, 5 p. 91-93
» mon premier programme	Cahier IParcours : --

9 Opérations sur les nombres décimaux

» ordres de grandeur	Cahier IParcours : --
» additions et soustractions	Cahier IParcours : 2, 6, 7, 8 p. 42 + 2, 3, 4, 5 p. 43
» multiplication/division par 10, 100, 1 000	Cahier IParcours : 1, 2, 3 p. 41
» longueurs, masses et capacités	Cahier IParcours : 1, 6, 7, 8 p. 33
» multiplication	Cahier IParcours : 4, 5 p. 33 + 1, 4, 5, 6 p. 45 + 4, 5 p. 48
» division décimale	Cahier IParcours : fiche 6 p. 46 + 3 p. 49 + 2 p. 50 + 1 p. 52

10 Proportionnalité

» grandeurs proportionnelles	Cahier IParcours : 1, 2 p. 55 + 1, 2, 3, 5 p. 56
» « produit en croix »	Cahier IParcours : --
» pourcentage	Cahier IParcours : 1, 2, 3, 4, 5, 6 p. 47 + 1, 2, 3, 4 p. 58

11 Angles

» notion d'angle	Cahier IParcours : 1, 2, 3, 4, 5, 7 p. 136 + 1, 2, 5, 6 p. 137 + 1, 4 p. 138
» mesurer un angle	Cahier IParcours : 2, 3 p. 139 + 1, 2 p. 140 + fiche 6 p. 141
» construire un angle	Cahier IParcours : fiche 7 (expliquer l'exercice 3) p. 142 + 1 p. 143 + 1 p. 144
» bissectrice	Cahier IParcours : construis la bissectrice des angles $\widehat{BEL}$, $\widehat{RIZ}$ et $\widehat{SUC}$ de l'exercice 1 p. 143

12 Triangles & quadrilatères

» construction d'un triangle	Cahier IParcours : 1, 2, 4 p. 97 (généralités) + 5 p. 97 + 2, 3 p. 98 (construction)
» triangles particuliers	Cahier IParcours : 1, 3 p. 99 (isocèles) + 1, 3 p. 100 (équilatéraux) + 1 p. 101 (rectangles)
» quadrilatères	Cahier IParcours : 1, 2, 3 p. 102
» quadrilatères particuliers	Cahier IParcours : 1, 5 p. 103 + 1, 2 p. 104

13 Périmètres & aires

» rappels sur les longueurs	Cahier IParcours : 5 p. 33
» périmètre	Cahier IParcours : 1, 2, 3, 4 p. 150 (comptage) + 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9 p. 151 (formules) + 1, 3 p. 154 (cercle)
» aire	Cahier IParcours : 5, 6, 7 p. 150 (comptage) + 2, 3, 4, 5 p. 153 (conversions) + 1, 3, 6, 7 p. 152 (formules) + 4, 6 p. 154 (disques)
» problèmes	Cahier IParcours : 5 p. 154 + 3 p. 155

14 Statistiques

» tableaux d'effectifs	Cahier IParcours : 1 p. 59
» représentations graphiques	Cahier IParcours : 1 p. 60 + 1 p. 62 (graphiques cartésiens) + 3 p. 50 + 2 p. 59 + 2 p. 60 + 1 p. 61 (diagrammes en bâtons) + 8 p. 47 + 5 p. 58 + 3 p. 59 + 3 p. 145 + 1 p. 146 (diagrammes circulaires)

15 Symétrie axiale

» figures symétriques	Cahier IParcours : 1, 3 p. 108
» symétrique d'un point	Cahier IParcours : 1, 2 p. 109 + 1, 2 p. 111
» symétrique d'une figure	Cahier IParcours : 3, 4 p. 109 + 1, 2 p. 110 + 3 p. 111 + fiche 5 p. 112 (symétriques de figures usuelles) + 3 p. 113 + fiche 7 p. 114 (propriétés)

16 Espace

» parallélépipède rectangle et cube	Cahier IParcours : 1, 2, 4 p. 130 + 2, 4 p. 131
» représentation en perspective	Cahier IParcours : 2, 4 p. 131
» patrons	Cahier IParcours : 1, 2 p. 132 + 1, 2 p. 133
» autres solides	Cahier IParcours : 1, 2 p. 129

17 Volumes

» unités de volume	Cahier IParcours : fiche 1 p. 157
» tableau de conversion	Cahier IParcours : 2, 3, 6, 7 p. 159
» calculs de volume	Cahier IParcours : 1, 2, 5, 6 p. 158

SÉQUENCE B

Liste des vidéos

1 Nombres entiers (partie 1)

- *pièges de l'écriture en toutes lettres*
- *ranger une liste de nombres*
- *encadrer un nombre*
- *intercaler un ou des nombres*
- *poser une addition*
- *poser une soustraction*

3 Nombres entiers (partie 2)

- *poser une multiplication*
- *poser une division euclidienne*

6 Droites perpendiculaires & parallèles

- *construire une perpendiculaire*
- *construire une parallèle*

7 Nombres décimaux

- *trouver le nombre de…*
- *décomposition*
- *fraction décimale*
- *somme d'un entier et d'une fraction déc.*
- *fractions simplifiée*
- *écriture en toutes lettres*
- *pièges de l'écriture en toutes lettres*
- *ranger une liste de nombres*
- *encadrer un nombre*
- *intercaler un ou des nombres*
- *arrondir*

9 Opérations sur les nombres décimaux

- *poser une addition*
- *poser une soustraction*
- *multiplier par* 10, 100, 1 000, …
- *diviser par* 10, 100, 1 000, …
- *poser une multiplication*
- *poser une division décimale*

11 Angles

- mesurer un angle
- construire un angle
- construire une bissec. au compas

12 Triangles & quadrilatères

- construire un triangle quelconque
- construire un triangle isocèle
- construire un triangle équilatéral
- construire un tri. rect. (sans hypo.)
- construire un tri. rect. (avec hypo.)
- construire un parallélogramme

15 Symétrie axiale

- construire le sym. d'un point
- construire le sym. d'une figure

SÉQUENCE C

Tables de multiplication

Table de 1 : $1 \times 0 = 0$ $1 \times 1 = 1$ $1 \times 2 = 2$ $1 \times 3 = 3$ $1 \times 4 = 4$ $1 \times 5 = 5$ $1 \times 6 = 6$ $1 \times 7 = 7$ $1 \times 8 = 8$ $1 \times 9 = 9$ $1 \times 10 = 10$	***Table de 2 :*** $2 \times 0 = 0$ $2 \times 1 = 2$ $2 \times 2 = 4$ $2 \times 3 = 6$ $2 \times 4 = 8$ $2 \times 5 = 10$ $2 \times 6 = 12$ $2 \times 7 = 14$ $2 \times 8 = 16$ $2 \times 9 = 18$ $2 \times 10 = 20$	***Table de 3 :*** $3 \times 0 = 0$ $3 \times 1 = 3$ $3 \times 2 = 6$ $3 \times 3 = 9$ $3 \times 4 = 12$ $3 \times 5 = 15$ $3 \times 6 = 18$ $3 \times 7 = 21$ $3 \times 8 = 24$ $3 \times 9 = 27$ $3 \times 10 = 30$	***Table de 4 :*** $4 \times 0 = 0$ $4 \times 1 = 4$ $4 \times 2 = 8$ $4 \times 3 = 12$ $4 \times 4 = 16$ $4 \times 5 = 20$ $4 \times 6 = 24$ $4 \times 7 = 28$ $4 \times 8 = 32$ $4 \times 9 = 36$ $4 \times 10 = 40$	***Table de 5 :*** $5 \times 0 = 0$ $5 \times 1 = 5$ $5 \times 2 = 10$ $5 \times 3 = 15$ $5 \times 4 = 20$ $5 \times 5 = 25$ $5 \times 6 = 30$ $5 \times 7 = 35$ $5 \times 8 = 40$ $5 \times 9 = 45$ $5 \times 10 = 50$
Table de 6 : $6 \times 0 = 0$ $6 \times 1 = 6$ $6 \times 2 = 12$ $6 \times 3 = 18$ $6 \times 4 = 24$ $6 \times 5 = 30$ $6 \times 6 = 36$ $6 \times 7 = 42$ $6 \times 8 = 48$ $6 \times 9 = 54$ $6 \times 10 = 60$	***Table de 7 :*** $7 \times 0 = 0$ $7 \times 1 = 7$ $7 \times 2 = 14$ $7 \times 3 = 21$ $7 \times 4 = 28$ $7 \times 5 = 35$ $7 \times 6 = 42$ $7 \times 7 = 49$ $7 \times 8 = 56$ $7 \times 9 = 63$ $7 \times 10 = 70$	***Table de 8 :*** $8 \times 0 = 0$ $8 \times 1 = 8$ $8 \times 2 = 16$ $8 \times 3 = 24$ $8 \times 4 = 32$ $8 \times 5 = 40$ $8 \times 6 = 48$ $8 \times 7 = 56$ $8 \times 8 = 64$ $8 \times 9 = 72$ $8 \times 10 = 80$	***Table de 9 :*** $9 \times 0 = 0$ $9 \times 1 = 9$ $9 \times 2 = 18$ $9 \times 3 = 27$ $9 \times 4 = 36$ $9 \times 5 = 45$ $9 \times 6 = 54$ $9 \times 7 = 63$ $9 \times 8 = 72$ $9 \times 9 = 81$ $9 \times 10 = 90$	***Table de 10 :*** $10 \times 0 = 0$ $10 \times 1 = 10$ $10 \times 2 = 20$ $10 \times 3 = 30$ $10 \times 4 = 40$ $10 \times 5 = 50$ $10 \times 6 = 60$ $10 \times 7 = 70$ $10 \times 8 = 80$ $10 \times 9 = 90$ $10 \times 10 = 100$
Table de 11 : $11 \times 0 = 0$ $11 \times 1 = 11$ $11 \times 2 = 22$ $11 \times 3 = 33$ $11 \times 4 = 44$ $11 \times 5 = 55$ $11 \times 6 = 66$ $11 \times 7 = 77$ $11 \times 8 = 88$ $11 \times 9 = 99$ $11 \times 10 = 110$	***Table de 12 :*** $12 \times 0 = 0$ $12 \times 1 = 12$ $12 \times 2 = 24$ $12 \times 3 = 36$ $12 \times 4 = 48$ $12 \times 5 = 60$ $12 \times 6 = 72$ $12 \times 7 = 84$ $12 \times 8 = 96$ $12 \times 9 = 108$ $12 \times 10 = 120$	***Table de 13 :*** $13 \times 0 = 0$ $13 \times 1 = 13$ $13 \times 2 = 26$ $13 \times 3 = 39$ $13 \times 4 = 52$ $13 \times 5 = 65$ $13 \times 6 = 78$ $13 \times 7 = 91$ $13 \times 8 = 104$ $13 \times 9 = 117$ $13 \times 10 = 130$	***Table de 14 :*** $14 \times 0 = 0$ $14 \times 1 = 14$ $14 \times 2 = 28$ $14 \times 3 = 42$ $14 \times 4 = 56$ $14 \times 5 = 70$ $14 \times 6 = 84$ $14 \times 7 = 98$ $14 \times 8 = 112$ $14 \times 9 = 126$ $14 \times 10 = 140$	***Table de 15 :*** $15 \times 0 = 0$ $15 \times 1 = 15$ $15 \times 2 = 30$ $15 \times 3 = 45$ $15 \times 4 = 60$ $15 \times 5 = 75$ $15 \times 6 = 90$ $15 \times 7 = 105$ $15 \times 8 = 120$ $15 \times 9 = 135$ $15 \times 10 = 150$

Remerciements

Chaque séquence présente la même image d'introduction, sous licence Creative Commons. Elle a simplement subi un retournement horinzontal afin que la partie plate de l'image (originellement en-bas) se retrouve en-haut et coïncide avec le bord supérieur de la feuille. Cette image est disponible à l'adresse

`https://freepngimg.com/png/88188-geometry-color-triangle-polygon-symmetry-free-hq-image`

L'image de l'annexe "Algorithmie débranchée" appartient au domaine public :

`https://www.publicdomainpictures.net/fr/view-image.php?image=272881&picture=code-binaire`

Enfin, l'image de l'annexe "Tables de multiplication" provient du site

`https://www.enfantsprecoces.info/apprendre-les-tables-de-multiplication/`,

qui m'a gentiment laissé la permission de l'utiliser.

Le modèle LaTeX de ce cours, c'est-à-dire la "charte graphique" (visible surtout à chaque nouvelle séquence et au titres de paragraphes) a été créé par Cédric Boulonne (voir `https://cbmaths1.wordpress.com/cbmbook-cls/`), adapté par mes soins (notamment pour la couleur dominante). Je le remercie pour l'énorme travail fourni sur son site et surtout pour avoir mis ses sources à disposition !

À partir de l'année scolaire 2022-2023, la mise à jour de ce cours a été faite à partir de mon cours de l'année précédente mais aussi à partir de l'excellent manuel IParcours 6ᵉ disponible gratuitement (comme la version numérique du cahier d'exercices que nous avons fait acheter à nos élèves cette année) à l'adresse

`https://www.iparcours.fr/ouvrages/`,

Certaines activités d'algorithmie proviennent du Livre "Scratch au collège", disponible sur le site `http://exo7.emath.fr/` (fichiers sources utilisés disponibles sur `https://github.com/exo7math/scratch-exo7`). Je remercie vivement les auteurs qui ont mis ce livre en licence Creative Commons – BY-NC-SA – 4.0 FR (soit la même licence que ce cours), ce qui m'a permis de l'utiliser tranquillement !

Ces pages sont largement inspirées de l'excellent cours de Bastien Ponsard disponible sur https ://www.axelnax.fr/. Il correspond à la trace écrite que les élèves écriront dans leur cahier. La version à trous existe pour les élèves qui nécessitent des adaptations. La version complète faite par mes soins existe bien sûr toujours, disponible sur la page 6^e^ de mon site, pour donner des compléments aux élèves.

Cours de 6e version 1.1 — achevé au mois d'août 2024.