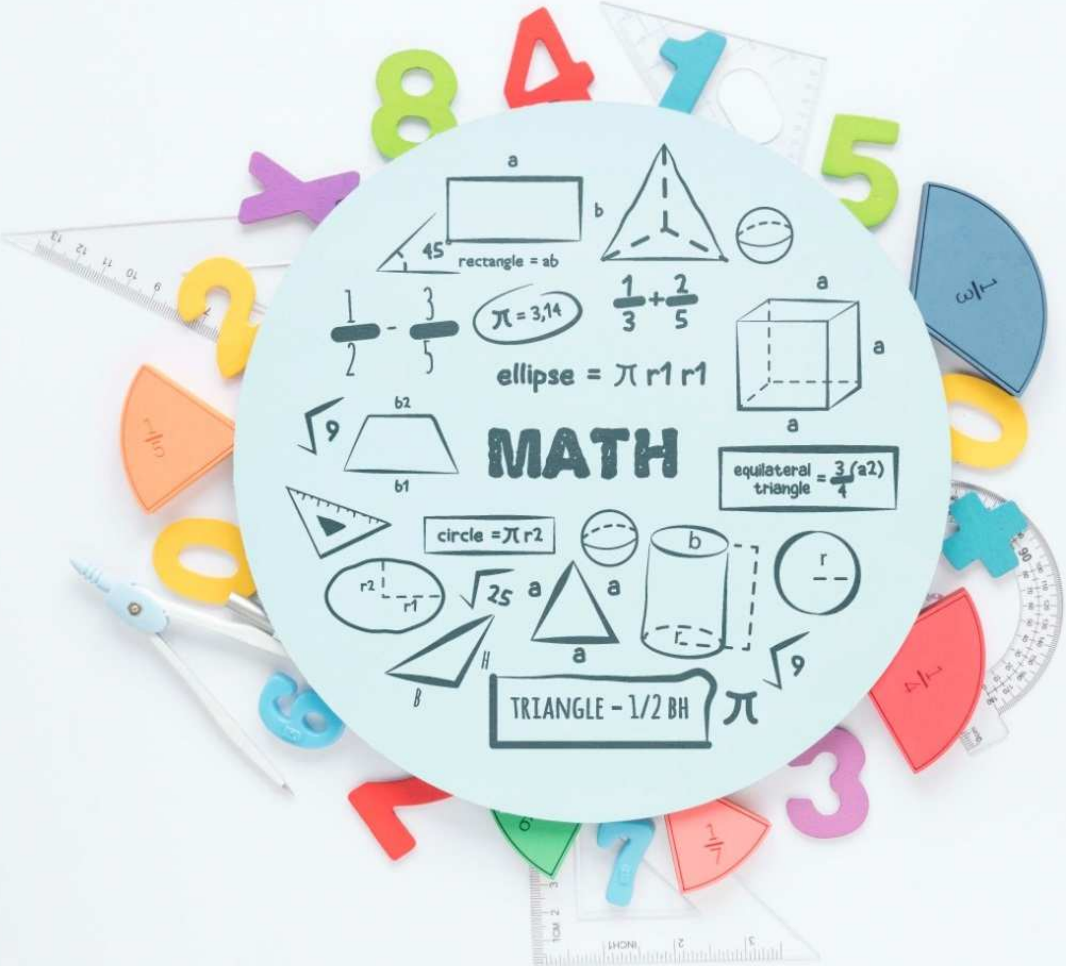
Collège Paul Langevin
13, rue Jean Moulin
54490 PIENNES

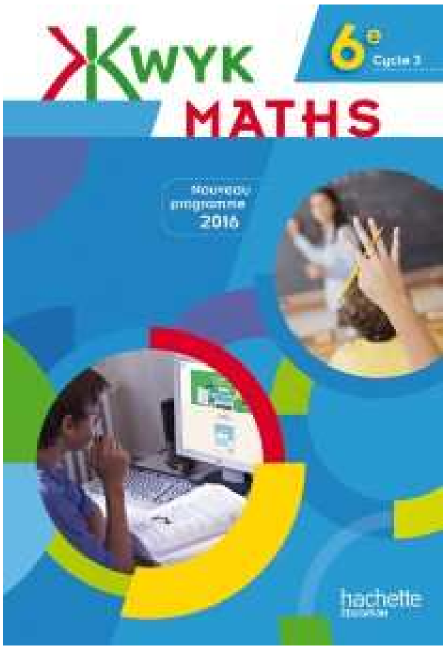
COURS DE 6^{e}



Disponible sur www.capes-de-maths.com, menu "Collège" puis "6^{e}".

Par respect pour l'environnement, merci de n'imprimer ce cours que si c'est vraiment nécessaire !

Ces cours font référence à des numéros d'exercices qui se rapportent au manuel **"Kwyk maths 6e"**, chez Hachette éducation :



COURS DE L'ANNÉE SCOLAIRE 2020-2021

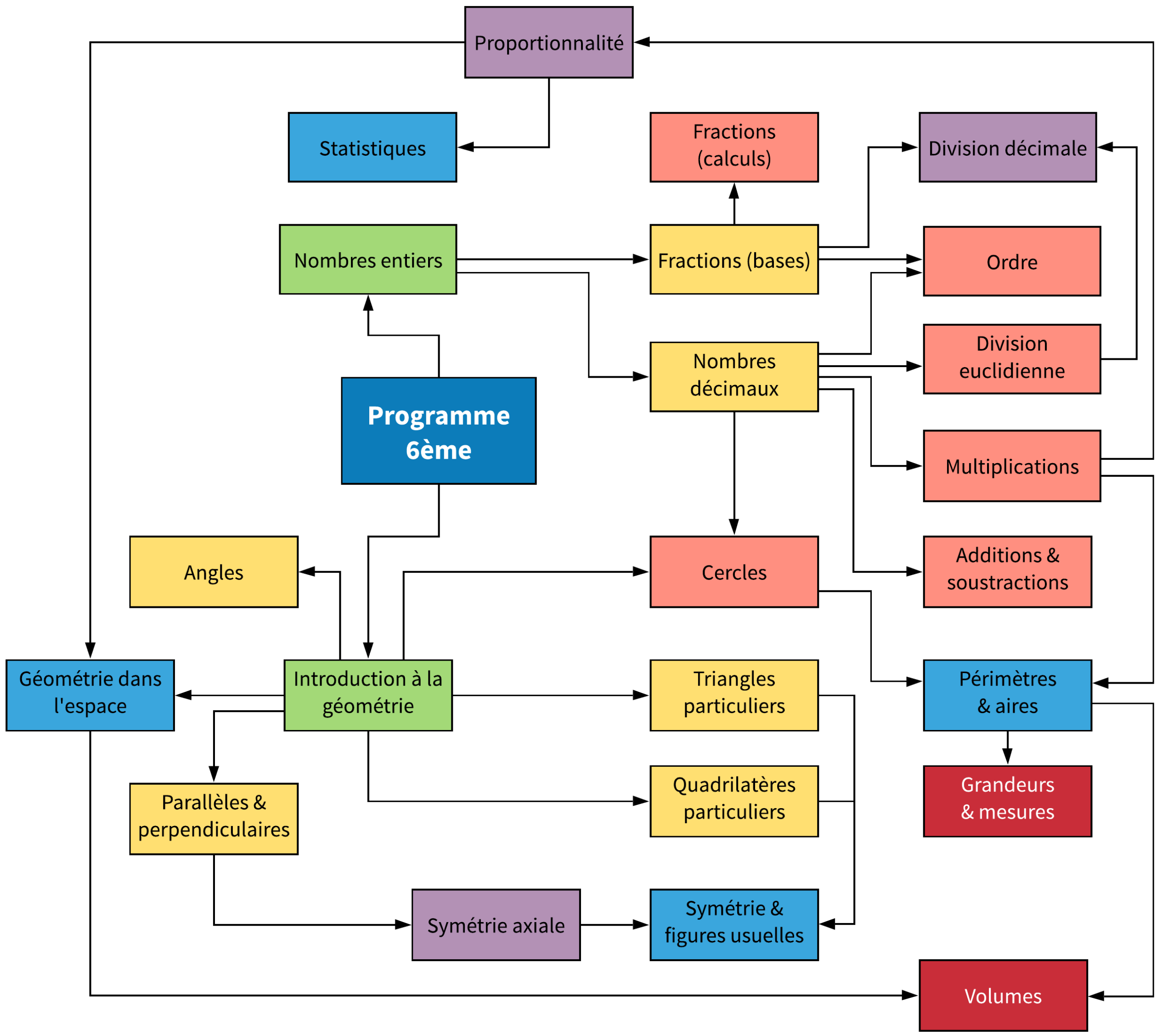
Des manipulations sont faites à la calculatrice dans ce cours. Bien que le fonctionnement des calculatrices soit sensiblement équivalent, c'est la « HP 300+ » de chez HP qui a été utilisée :

Note : Plusieurs exercices ne sont pas présent dans ce manuel, donc certaines références proviennent du cahier Iparcours, disponible gratuitement sur internet.

Table des matières

Remarque sur la progression proposée

La progression de ce manuel a été proposée après sa rédaction complète pour voir quelles sont les dépendances entre chapitres (ne serait-ce que pour un seul exercice). En effet, au début de chapitre n° **??** "**??**" (p. **??**), un exercice fait intervenir des triangles isocèles, il faut donc avoir vu avant le chapitre "Triangles particuliers"…
Voici l'organigramme des chapitres :



En **vert**, les deux chapitres "indépendants" (qui posent les bases sur les nombres et la géométrie), que l'on peut donc caser où on veut, mais pas trop tard dans l'année pour ceux d'où partent des flèches !

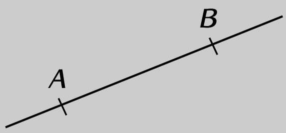
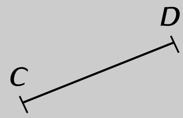
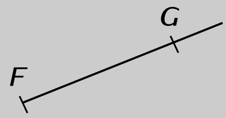
Respectivement, en **rouge**, **orange**, **violet**, **bleu** et **bordeaux** les chapitres qui dépendent d'un, deux, trois ou plus de chapitres, et qu'il faut donc caser après ces derniers.

Introduction à la géométrie

Chapitre 1

I — Notations de base

Définitions

Mot de vocabulaire	Figure	Notation
Le point E		E
La droite passant par les points A **et** B		(AB) **ou** (BA)
Le segment joignant C **et** D **(ce sont les extrémités)**		$[CD]$ **ou** $[DC]$
La demi-droite qui part de F **(d'origine** F**) et qui passe par** G		$[FG)$ **mais surtout pas** $[GF)$ **ou** $(FG]$

Notations

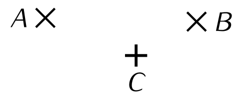
Pour écrire mathématiquement qu'un point *appartient à* une droite, une demi-droite ou un segment, on utilise le symbole « $\in$ ».
Pour écrire le contraire, on utilise le symbole « $\notin$ ».

Exemples :

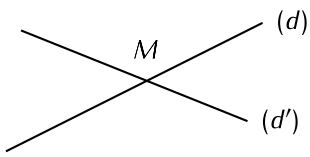
1) Un point A

*2) Des points **confondus** et **distincts***

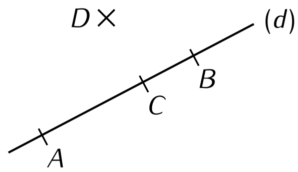
3) Plusieurs points



*4) Deux droites **sécantes** (d) et (d')*



5) Quatre points et une droite



Dans l'exemple n°2, les points A et B sont confondus alors que les points A et C (ainsi que B et C) sont distincts.
*Dans l'exemple n°4, on dit que M est le **point d'intersection** des droites (d) et (d').*
*Dans l'exemple n°5, les points A, B et C sont **alignés**, c'est-à-dire qu'ils sont sur la même ligne. On peut écrire que $A \in (d)$, $B \in (d)$, $C \in (d)$ et aussi $D \notin (d)$, mais on pourrait aussi écrire $C \in [AB]$, $B \notin [AC]$, $B \in [AC)$, etc.*

■ **Exercice 1 :** Donne les six autres noms de la droite (d) de la figure « *Quatre points et une droite* ».

Solution : (AB), (BA), (AC), (CA), (BC) et (CB).

Remarque

La manière dont un point est placé relève la chronologie du dessin. Dans l'exemple 3, on a d'abord placé les points A et B à l'aide d'une croix, et on pourrait les relier ensuite pour tracer la droite (AB). Par contre, dans l'exemple « Quatre points et une droite », le fait d'avoir utilisé une seule barre pour les points A, B et C prouve qu'ils ont été placés **après** la droite !

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	1, 2 p. 53 (IP)

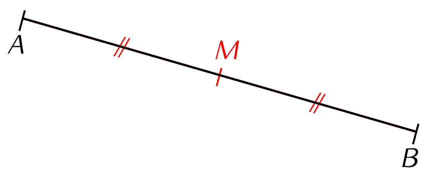
II — Longueur & milieu d'un segment

Définitions

La <u>longueur d'un segment</u> $[AB]$, aussi appelée <u>distance entre les points A et B</u>, se note simplement AB (sans les crochets). *Attention, on rappelle que les droites et les demi-droites n'ont pas de longueur !!*

Le <u>milieu d'un segment</u> est le seul point de ce segment à égale distance des deux extrémités.

Exemple :



Ce segment $[AB]$ mesure 5,4 cm : on note donc $AB = 5,4$ cm et non pas $[AB] = 5,4$ cm (faute souvent commise par abus de langage).

*D'après la définition, $M \in [AB]$ et $MA = MB$. On a **<u>codé</u>** de la même manière les segments $[MA]$ et $[MB]$, qui ont la même longueur. Plusieurs **<u>codages</u>** existent : , , , et sont les plus courants.*

ATTENTION !!!

Désormais, le codage devient obligatoire dès que l'on a ou que l'on trace plusieurs segments de même longueur. Ne pas le faire fera perdre des points aux évaluations !!

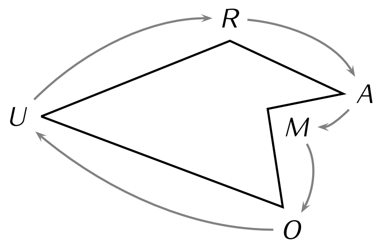
Exercices de base : —	Questions Flash : —	À la maison : 1, 2 p. 57 (IP)

III — Polygones

Définition

Un <u>polygone</u> est une figure fermée dont les côtés sont des segments. Le nombre de segments n'est pas précisé. On nomme le polygone en le parcourant dans un sens choisi.

Exemple :



Ce polygone se nomme $AMOUR$, mais on peut aussi le nommer $RUOMA$, $MARUO$, $OURAM$, …

Par contre, on ne peut pas le nommer $R\underline{AO}MU$ car $[AO]$ n'est pas un côté de ce polygone !

■ **EXERCICE 2 :** Donne les six autres noms du polygone ci-dessus.

<u>Solution</u> : *ARUOM, MOURA, OMARU, URAMO, UOMAR* et *RAMOU*. Il a donc 10 noms en tout !!

Définitions

Les polygones…

- **à 3 côtés s'appellent les <u>triangles</u>,**
- **à 4 côtés s'appellent les <u>quadrilatères</u>,**
- **à 5 côtés s'appellent les <u>pentagones</u>,**
- **à 6 côtés s'appellent les <u>hexagones</u>,**
- **à 8 côtés s'appellent les <u>octogones</u>.**

Remarque

Pour les triangles particuliers, voir au chapitre n° 10 "Triangles particuliers" (p. 29). Pour les quadrilatères particuliers, voir au chapitre n° 15 "Quadrilatères particuliers" (p. 41).

Exercices de base : —	Questions Flash : —	À la maison : 2, 3 p. 82 (IP)

Problème ouvert : —	Tâche complexe : —

Les nombres entiers

Chapitre 2

I — Rang des chiffres

Définitions

Les <u>chiffres</u> sont 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 et 9.
Un <u>nombre entier</u> est constitué de un ou plusieurs chiffres, et c'est un nombre sans virgule.

Remarque

Sur une calculatrice (ou un pavé numérique de clavier d'ordinateur), un chiffre s'obtient en appuyant sur une seule touche, alors qu'un nombre s'obtient en appuyant sur une ou plusieurs touches. Tous les chiffres sont donc aussi des nombres !

Dans un nombre, chaque chiffre occupe un certain **rang** détaillé dans le tableau ci-dessous :

classe des milliards			classe des millions			classe des mille			(classe des unités)		
centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités
					5	3	0	7	2	1	4
				4	7	0	8	6	1	3	5
		5	2	8	1	3	6	2	0	0	7

Dans le premier nombre (5 307 214) :
— 4 est le chiffre des unités,
— 7 est le chiffre des unités de mille,
— 5 est le chiffre des (unités de) millions,
— le nombre de dizaines de milliers est 530,
— le nombre de centaines est 53 072.

Dans le second nombre (47 086 135) :
— 4 est le chiffre des dizaines de millions,
— 7 est le chiffre des unités de millions,
— le nombre de dizaines est 4 708 613,
— le nombre de dizaines de mille est 4 708.

Méthode (trouver le <u>nombre</u> de centaines)

Pour trouver le nombre de centaines d'un nombre entier, il suffit d'effacer tous les chiffres à droite de celui des centaines. On garde donc tous les chifffres à gauche, y compris celui des centaines !

Remarque

Cette méthode fonctionne aussi en remplaçant *tous les mots* « centaines » par n'importe quel autre rang. De plus, on verra au chapitre n° 5 "Les nombres décimaux" (p. 16) comment faire avec les nombres à virgule.

Exercices de base : 1, 2 p. 53	Questions Flash : —	À la maison : 3, 4, 6, 7, 14 à 17 p. 54 + 19 p. 55 (pb) + 118 p. 75 (pb)

II — Écriture en toutes lettres

- ◇ 1 823 : Mille-huit-cent-vingt-trois. → pas de "s" à cent, ni à vingt car il y a encore quelque chose d'écrit arprès !
- ◇ 2 087 : Deux-mille-quatre-vingt-sept. → le mot "mille" est invariable, et toujours pas de "s" à vingt…
- ◇ 600 : Six-cent<u>**s**</u>. → ici on met bien un "s" car il n'y a plus rien derrière !
- ◇ 680 : Six-cent-quatre-vingt<u>**s**</u>. → pas de "s" à cent (il y a quelque chose après), mais un "s" obligatoire à vingt.

Voici les règles correspondant à ces exemples :

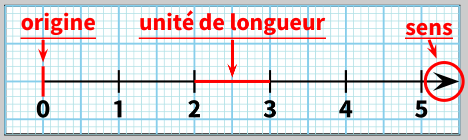
- ◇ Le mot "mille" est invariable ; les mots "million" et "milliard" par contre s'accordent et prennent donc un s au pluriel.
- ◇ Les mots "cent" et "vingt" ne prennent un s que s'ils ne sont suivis de rien d'autre !
- ◇ Les tirets peuvent désormais être mis entre chaque mot. Avant cela, on n'en mettait que pour les portions de nombres inférieurs à cent (par exemple pour le 2e nombre, on aurait écrit "deux mille quatre-vingt-sept").

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
—	—	8 à 13 p. 54 + 114 p. 74 (pb)

III — Demi-droite graduée

Définitions

On appelle demi-droite graduée une demi-droite qui possède une origine (toujours le zéro), un sens représenté par une flèche et une unité de longueur fixée (généralement 1 cm ou 1 carreau) :



Remarque

À cette demi-droite graduée s'ajoutent les **graduations** (= nombres écrits sous la demi-droite graduée) qui doivent être régulièrement réparties ! !

Propriété

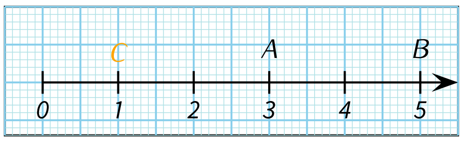
Sur une demi-droite graduée,

- ◇ chaque point est représenté par un nombre appelé *abscisse* de ce point.
- ◇ à chaque nombre correspond un point unique.

Notation : « Le point P d'abscisse 4 » s'écrit mathématiquement « $P(4)$ ».

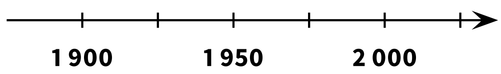
Exemples : Sur la figure suivante ,

- ◇ *L'abscisse du point A est 3 :* $A(3)$
- ◇ *Le nombre 5 est l'abscisse du point B :* $B(5)$
- ◇ *Où et comment placer le point C(1) ?*

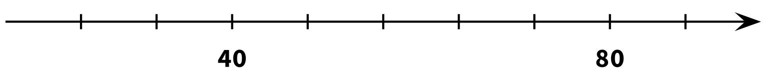


ATTENTION !!!

- ✔ **L'origine d'une demi-droite graduée n'est pas toujours visible, surtout avec de grands nombres :**



- ✔ **Il peut exister des "sous-graduations" correspondant aussi à des nombres entiers. Par exemple, sur la demi-droite ci-dessus, on trouvera 1 925 un carreau à droite de 1 900.**
- ✔ **Des fois, l'énoncé ne donne pas toutes les graduations : dans ce cas, il faut d'abord *calculer la valeur de chaque graduation* : par exemple,**



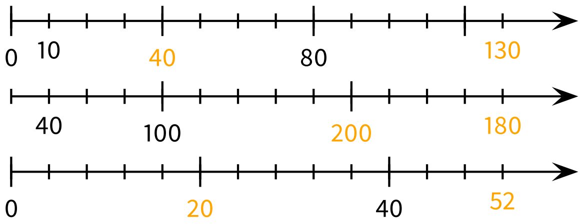
— **Étape 1 : on calcule la différence entre deux graduations consécutives (= qui se suivent) données par l'énoncé :** $80 - 40 = 40$**.**

— **Étape 2 : on compte le nombre d'unités de longueur entre ces deux nombres : ici, il y en a** 5**.**

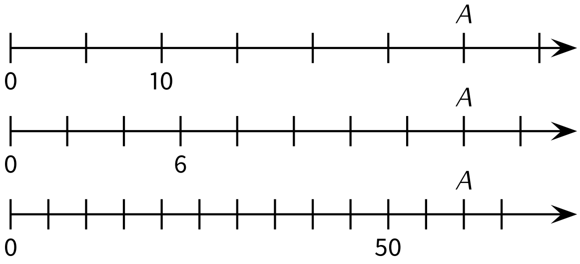
— **Étape 3 : on divise le nombre obtenu dans l'étape 1 par celui obtenu dans l'étape 2 (et toujours dans cet ordre !) :** $40 \div 5 = 8$**.**

⇒ **Cette demi-droite est donc graduée de 8 en 8 (et non de 10 en 10 comme on aurait pule penser) !**

■ **Exercice 1 :** Complète chaque grande graduation ainsi que la dernière petite graduation avec les nombres qui manquent, en t'aidant éventuellement de la petite graduation donnée :



■ **Exercice 2 :** Sur chacune des demi-droites graduées ci-dessous, donne l'abscisse du point A et place avec le plus de précision possible le point $B(12)$:



Exercices de base : 2 à 5 p. 4 (IP)	Questions Flash : —	À la maison : —

Problème ouvert : —	Tâche complexe : 1 p. 76

Fractions (bases)

Chapitre 3

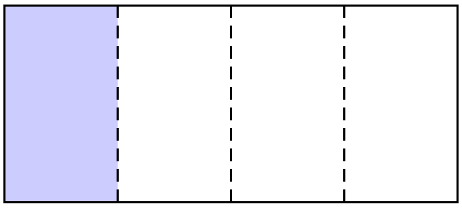
I — Bases

Définitions

Lorqu'on partage une unité en plusieurs parts égales, on dit que chaque part est une fraction de l'unité.

Exemples :

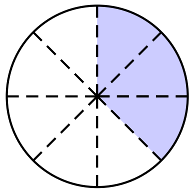
Voici un rectangle qui représente l'unité :



Ce rectangle est partagé en quatre parts égales, chaque partie représente donc la fraction « un quart » : $\frac{1}{4}$. On remarque alors que :

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}=1 \quad \textit{et} \quad 4\times\frac{1}{4}=1.$$

Voici un objet circulaire qui représente l'unité :



Cet objet est partagé en huit parts égales, chaque partie représente donc la fraction « un huitième » : $\frac{1}{8}$. Puisque trois de ces morceaux ont été dessinés, la partie coloriée représente donc :

$$3\times\frac{1}{8}=\frac{3}{8} \textit{ de l'unité.}$$

Notation : $\frac{\bigstar}{\blacksquare}$ ← **numérateur** : il indique combien de parts on prend
← **dénominateur** : il indique en combien de parts *égales* l'unité est partagée

Remarque

Cette notation a du sens puisque le numérateur (vient de numéro) donne le nombre de parts prises et le dénominateur donne le nom des parts égales : demis, tiers, quarts, cinquième, sixièmes, etc.

Ceci donne aussi la manière de lire une fraction : $\frac{4}{5}$ se lit « 4 cinquièmes » et $\frac{13}{20}$ se lit « 13 vingtièmes ».

ATTENTION !!!

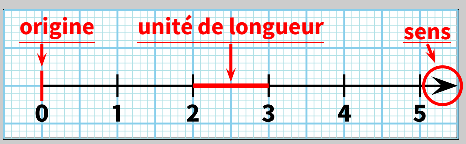
Il n'y a jamais de virgule dans une fraction, si une virgule apparaît au numérateur et/ou au dénominateur, on appelle alors cette écriture un quotient.

Exercices de base : —	Questions Flash : —	À la maison : 3 à 13 p. 35 + 20 p. 36 + 25 p. 37 (pb)

II — Demi-droite graduée

Définitions (rappels)

Une demi-droite graduée = 3 éléments :



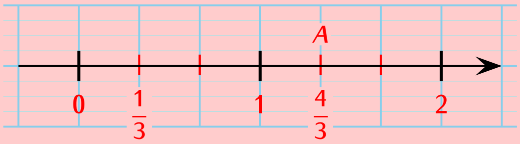
Propriété (rappel)

Sur une demi-droite graduée, chaque point correspond à un nombre appelé abscisse, et inversement.

Notation : « Le point P d'abscisse $3,5$ » s'écrit mathématiquement « $P(3,5)$ ».

Propriété

Pour placer le point $A\left(\dfrac{4}{3}\right)$ sur une demi-droite graduée, il suffit de reporter 4 fois le tiers de l'unité (en remarquant que $4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$) : on commence donc par placer $\frac{1}{3}$ en partageant l'unité en 3 parties égales, puis on place $\frac{4}{3}$:



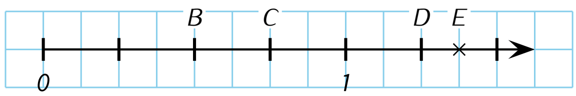
Méthode (lire l'abscisse d'un point donné)

❶ **On regarde en combien de morceaux l'unité de longueur a été partagée → on a le dénominateur.**

❷ **On regarde quelle est l'abscisse du point sur la *petite* graduation (c'est donc forcément un nombre entier) → on a le numérateur.**

Exemple :

Lire l'abscisse des points B, C et D.



L'unité de longueur (de 0 à 1) est partagée en 4 morceaux. Les abscisses seront donc des fractions de dénominateur 4. Il ne reste plus qu'à compter : $B\left(\frac{2}{4}\right)$, $C\left(\frac{3}{4}\right)$ et $D\left(\frac{5}{4}\right)$. Pour B, on peut aussi voir qu'il est pile au milieu de 0 et 1, donc son abscisse peut aussi s'écrire $\frac{1}{2}$…

■ **Exercice 1 :** Lire l'abscisse du point E sur la demi-droite graduée ci-dessus, dessinée sur les petits carreaux.

Solution : ATTENTION ici, car le point E se trouve pile entre 2 petites graduations : $E\left(\dfrac{11}{8}\right)$.

On verra au chapitre n° 9 "Ordre" (p. 26) comment placer des points ou lire des abscisses à partir de nombres décimaux !

Exercices de base : 1, 2 p. 34	Questions Flash : –	À la maison : 14 p. 35 + 15, 16 p. 36

III — Quotient

Définition

Le quotient ★ ÷ ■ du nombre entier ★ par le nombre entier ■ (avec ■ $\neq 0$) s'écrit avec la fraction $\dfrac{★}{■}$:

$$★ \div ■ = \frac{★}{■}, \text{ et donc : } ■ \times \frac{★}{■} = ★.$$

Remarque

Par conséquent, plusieurs fractions écrites différemment peuvent donner le même résultat (comme $\frac{4}{5}$ et $\frac{16}{20}$ qui donnent après calcul $0,8$).

À la calculatrice

Pour saisir une fraction sur la calculatrice, on utilise la touche $\frac{\square}{\square}$:

- 1 2 $\frac{\square}{\square}$ 3 = affichera logiquement 4 (car $12 \div 3 = 4$).
- 3 $\frac{\square}{\square}$ 4 = affichera… $\dfrac{3}{4}$! Pour switcher avec l'affichage décimal, on appuiera sur S⇔D.
- 4 $\frac{\square}{\square}$ 6 = affichera $\dfrac{2}{3}$. On remarque que la calculatrice a affiché une fraction différente, car **elle simplifie automatiquement les fractions** (voir au paragraphe suivant). On peut aussi appuyer sur S⇔D pour obtenir la valeur décimale, mais attention au nombre de chiffres après la virgule (voir chapitre n° 16 "Division décimale", p. 43)…

Exercices de base : 29, 30 p. 39	Questions Flash : –	À la maison : 31, 32, 33, 41, 42 p. 40

IV — Fractions égales

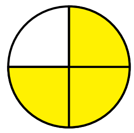
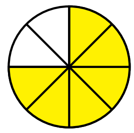
Propriété (« règle d'or »)

On ne change pas une fraction en multipliant (ou en divisant) son numérateur <u>ET</u> son dénominateur par un même nombre.

Autrement dit : $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a \times k}{b \times k}$ et $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a \div k}{a \div k}$.

Exemple :

Voici deux pizzas de même taille découpées en 4 parts égales pour la première et 8 parts égales pour la seconde. Les parts mangées ont été représentées en jaune. On détermine la fraction correspondante pour chacune des deux pizzas :

 = 

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

La proportion de pizza mangée est la même sur les deux pizzas : les fractions sont donc égales. En effet, on constate que :

$$\frac{3 \xrightarrow{\times 2} 6}{4 \xrightarrow[\times 2]{} 8} \quad \text{et} \quad \frac{6 \xrightarrow{\div 2} 3}{8 \xrightarrow[\div 2]{} 4}.$$

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} \quad \text{et} \quad \frac{6}{8} = \frac{3}{4}.$$

Définitions

Lorsqu'on utilise la règle d'or des fractions en divisant, on dit qu'on <u>simplifie</u> la fraction. On peut simplifier plusieurs fois de suite une fraction, mais lorsqu'on n'y arrive plus, on dit qu'on a obtenu une <u>fraction irréductible</u>.

■ **Exercice 2 :** Donner 4 quotients (2 avec des nombres plus petits et 2 avec des plus grands) égaux à $\dfrac{5}{20}$ et $\dfrac{27}{4,5}$.

<u>Solution</u> : $\dfrac{5}{20} = \dfrac{2,5}{10} = \dfrac{1}{4} = \dfrac{10}{40} = \dfrac{15}{60}$ et $\dfrac{27}{4,5} = \dfrac{9}{1,5} = \dfrac{3}{0,5} = \dfrac{6}{1} = \dfrac{54}{9}$.

ATTENTION !!!

Il ne faut pas oublier que la calculatrice simplifie *automatiquement* les fractions : il faut donc s'attendre à ce qu'elle affiche des résultats différents de ce qui est demandé... C'est pourquoi il faut obligatoirement apprendre par cœur et savoir utiliser la règle d'or !

Exercices de base : —	Questions Flash : —	À la maison : 34 à 38 p. 40

Problème ouvert : —	Tâche complexe : —

Parallèles & perpendiculaires

Chapitre 4

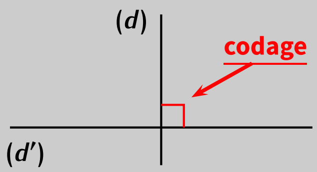
I — Définitions et constructions

Définitions

Deux droites perpendiculaires sont deux droites sécantes qui se coupent en formant quatre angles égaux, appelés angles droits. On note mathématiquement : $(d) \perp (d')$.

On dit que deux droites sont parallèles lorsqu'elles ne sont pas sécantes. On note mathématiquement : $(d) \,//\, (d')$.

Cas particulier : Deux droites confondues sont deux droites qui sont superposées.



Remarque

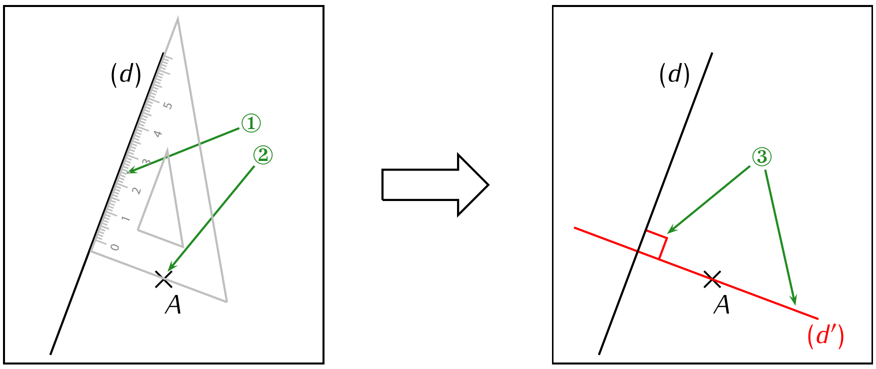
Au collège, on ne code plus qu'un seul angle droit. Il y a donc quatre possibilités de codage pour deux droites perpendiculaires. En revanche, il n'existe pas de codage officiel pour deux droites parallèles.

Méthode (construire une droite perpendiculaire)

Pour construire la perpendiculaire à une droite (d) passant par un point A,

1. **on fait coïncider un côté de l'angle droit de l'équerre avec la droite (d).**
2. **on fait passer l'autre côté de l'angle droit de l'équerre par le point A.**
3. **on trace la perpendiculaire, en prolongeant de l'autre côté de la droite et sans oublier le codage de l'angle droit !!**

En pratique : On utilise obligatoirement l'équerre pour construire la perpendiculaire à (d) passant par le point A :



Remarques

- On peut aussi demander de construire le *segment* perpendiculaire : dans ce cas, on ne trace la perpendiculaire qu'entre le point A et la droite (d), sans dépasser.
- La perpendiculaire permet donc de trouver la plus courte distance entre un point et une droite : il suffit juste de mesure la longueur du **segment** entre le point A et la droite (d).

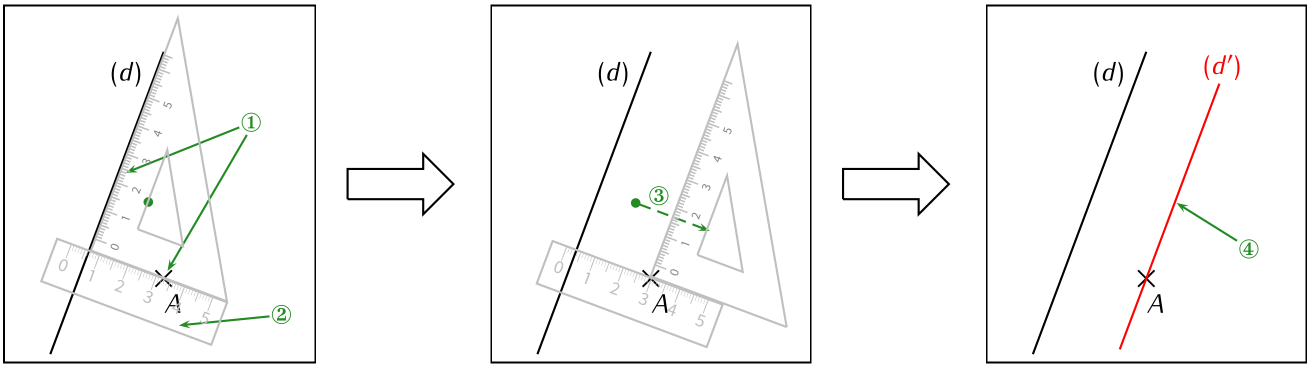
Exercices de base : 1 à 4 p. 64 (IP)	Questions Flash : —	À la maison : 1, 2 p. 66 (IP)

Méthode (construire une droite parallèle)

Pour construire la parallèle à une droite (d) passant par un point A,

❶ on place l'équerre comme si on construisait la perpendiculaire à (d) passant par A.
❷ on place la règle contre le côté de l'équerre qui touche A, et on a la maintient *fermement* !
❸ on fait glisser l'équerre le long de la règle jusqu'à ce que l'angle droit touche le point A.
❹ on maintient alors *fermement* l'équerre, on enlève la règle, et on trace la parallèle.

En pratique : On utilise obligatoirement l'équerre pour construire la parallèle à (d) passant par le point A :



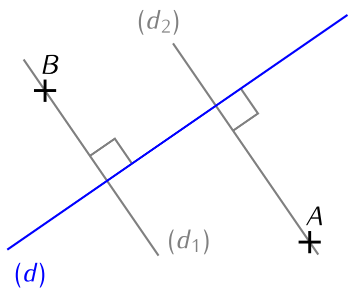
Exercices de base : 1, 2 p. 246	Questions Flash : 27, 28 p. 252	À la maison : 3, 4 p. 66 (IP) + 3, 4, 5 p. 246 + 6, 7, 8 p. 247

II — Mes trois premières propriétés de géométrie

Propriété

Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles.

Exemple :
Prenons l'exercice 13 p. 185. Après avoir fait la question a, on a la figure ci-contre :



À la question b, on nous demande ce qu'on peut dire des deux droites tracées... On a envie de répondre : « elles sont parallèles car cela se voit sur le dessin » !

*"**Voir**" sur un dessin n'est plus une preuve efficace que les deux droites sont parallèles, il va falloir le **démontrer**. Pour cela, on utilise un schéma « DPC » qui permet d'énoncer les **D**onnées de la figure, puis de citer la **P**ropriété qu'on va utiliser pour enfin donner la **C**onclusion. Pour notre exemple, on écrira donc :*

D : Les droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires toutes les deux à la droite (d).
P : Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles.
C : On a (d_1) // (d_2).

Propriétés

— Si deux droites sont parallèles à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles.
— Si deux droites sont parallèles <u>et</u> *en même temps* une troisième droite est perpendiculaire à l'une des deux, alors elle sera aussi perpendiculaire à l'autre.

L'explication et l'utilisation de ces propriétés seront (brièvement) détaillées en "aide personnalisée".

Exercices de base : —	Questions Flash : —	À la maison : 10 p. 247

Problème ouvert : —	Tâche complexe : 2 p. 256

LES NOMBRES DÉCIMAUX

Chapitre 5

I — Écriture décimale

Comparé au chapitre n° 2 (p. 8) où l'on étudiait les nombres entiers, on va maintenant voir les nombres à virgule. La virgule se trouve toujours à la fin de la colonne du chiffre des unités. On va d'ailleurs compléter le tableau du rang des chiffres pour ceux qui se trouvent après la virgule :

classe des millions			classe des mille			(classe des unités)								
centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes	cent-millièmes	millionièmes
			1	2	3	4	5	6,	7	8	9			
partie entière									"partie décimale"					

La position des chiffres d'un nombre est importante. Pour le nombre **123 456,789** ci-dessus,
— le rang du chiffre 1 est celui des *centaines de milliers* (ou *centaines de mille*),
— le chiffre des centièmes est *8*, celui des dizaines est *5* et celui des millièmes est *9*,
— le chiffre des milliers est *3* et le chiffre des dixièmes est *7*.

Méthode (Trouver le nombre de dixièmes, centièmes, . . .)

❶ **On écrit le nombre dans le tableau ci-dessus.**
❷ **On barre tout ce qui se trouve à droite du rang demandé.**
❸ **On enlève la virgule si nécessaire.**

Exemple : Toujours pour le nombre **123 456,789**, *le nombre de milliers est* 123 *tandis que le nombre de dixièmes est* 1 234 567.

Définitions

- **La partie entière d'un nombre est ce qui se trouve devant la virgule (ici 123 456).**
- **La partie décimale d'un nombre est ce qu'il faut ajouter à sa partie entière pour retrouver ce nombre (ici $0,789$ car $123\,456 + 0,789 = 123\,456,789$).**
- **L'écriture décimale est l'écriture "classique" de ce nombre, celle qui utilise la virgule (dans notre exemple c'est donc $123\,456,789$).**

Exemple : Dans le nombre 20,19, *la partie entière est donc* 20 *et la partie décimale* 0,19 *(et pas* 19 *!!).*

■ **Exercice 1 :** Donner la partie entière et la partie décimale de chacun des nombres suivants, puis donner leur nombre de dixièmes : 12,741 ; 1 024,007 ; 0,56 et 2 020, 202 1.

Solution :
⋄12,741 : partie entière = 12; partie décimale = 0, 741 ; 127 dixièmes.
⋄1 024,007 : partie entière = 1 024; partie décimale = 0, 007 ; 10 240 dixièmes.
⋄0,56 : partie entière = 0; partie décimale = 0, 56 ; 5 dixièmes.
⋄2 020, 202 1 : partie entière = 2 020; partie décimale = 0, 202 1 ; 20 202 dixièmes.

Remarque

La fraction $\frac{2}{3}$ donne à la calculatrice 0,666666667, mais en réalité, il y a une infinité de 6 après la virgule. Ce nombre (puisqu'une fraction peut se calculer) n'est donc pas décimal !

Exercices de base : —	Questions Flash : 106, 107 p. 72	À la maison : 45, 46 p. 62 + 51, 52, 53, 55, 56, 57 p. 63

II — Autres écritures

Un même nombre peut avoir plusieurs écritures différentes :

Définitions

Le nombre 170, 616 (c'est déjà l'écriture décimale) admet plusieurs écritures :

- **la décomposition (on donne mathématiquement le rang de chaque chiffre, déjà vu au chapitre n° 2 "Les nombres entiers", p. 8) :**

$$170,616 = (1 \times 100) + (7 \times 10) + (0 \times 1) + \frac{6}{10} + \frac{1}{100} + \frac{6}{1\,000}.$$

- **la fraction décimale (pour la trouver, on écrit au dénominateur le rang du *dernier chiffre* et au numérateur tout le nombre mais *sans la virgule*) :**

$$170,616 = \frac{170\,616}{1\,000}.$$

- **la fraction simplifiée (on part de la fraction décimale que l'on simplifie avec la « règle d'or » des fractions : voir chapitre n° 3 "Fractions (bases)", p. 11) :**

$$170,616 = \frac{170\,616}{1\,000} = \frac{170\,616 \div 8}{1\,000 \div 8} = \frac{21\,327}{125}.$$

- **la somme d'un entier et d'une fraction décimale (on sépare la partie entière et la partie décimale ; attention : la partie décimale doit être écrite sous forme d'une fraction décimale !) :**

$$170,616 = 170 + \frac{616}{1\,000}.$$

- **l'écriture en toutes lettres (on traduit en français la somme d'un entier et d'un nombre décimal ; attention donc aux tirets qu'on ne met qu'entre les mots représentant des nombres !) :**
  170, 616 s'écrit donc « cent-soixante-dix et six-cent-seize millièmes ».

■ **EXERCICE 2 :** Donner toutes les écritures possibles du nombre 2 387, 15.

Solution : Décomposition : $2\,387,15 = (2 \times 1\,000) + (3 \times 100) + (8 \times 10) + (7 \times 1) + \left(1 \times \frac{1}{10}\right) + \left(5 \times \frac{1}{100}\right)$

Fraction décimale : $2\,387,15 = \frac{238\,715}{100}$

Fraction simplifiée : $2\,387,15 = \frac{238\,715}{100} = \frac{238\,715 \div 5}{100 \div 5} = \frac{47\,743}{20}$.

Somme d'un entier et d'une fraction décimale : $2\,387,15 = 2\,387 + \frac{15}{100}$

Écriture en toutes lettres : deux-mille-trois-cent-quatre-vingt-sept et quinze centièmes.

Exercices de base : 5, 6, 7, 8 p. 22 (IP)	Questions Flash : 105 p. 72	À la maison : 1, 2 p. 23 (IP) + 47 p. 62 + 54 p. 63

III — Zéros inutiles

Propriété

Dans un nombre, on peut enlever les zéros qui :
— se trouvent *au début de la partie entière* (rappel du chapitre n° 2 "Les nombres entiers", p. 8),
— se trouvent *à la fin de la partie décimale*,
— mais jamais ceux qui sont entourés par deux chiffres non nuls !

Exemples :

◇ $25 = 25,\underline{0}$ → *le nombre 25 est à la fois un nombre entier et un nombre décimal.*

◇ $93,35\underline{0} = 93,35$; $210,02\underline{0} = 210,02$; $\underline{00}1,023\underline{0} = 1,023$.

Exercices de base : 1, 2 p. 24 (IP)	Questions Flash : –	À la maison : 50 p. 63

IV — Valeurs approchées (ou arrondis)

Méthode (ARRONDIR UN NOMBRE *au dixième*)

❶ On commence par tracer un trait juste après le chiffre des dixièmes.
❷ On barre tout ce qui est à droite de ce trait.
❸ On regarde le *premier* chiffre barré : s'il vaut
- **0, 1, 2, 3 ou 4, alors c'est fini.**
- **5, 6, 7, 8 ou 9, alors on ajoute 1 au *nombre* de dixièmes (attention donc si le chiffre des dixièmes vaut 9…)**

L'arrondi se trouve alors à gauche du trait.

Remarque

Cette méthode fonctionne aussi en remplaçant tous les mots « dixièmes » par n'importe quel autre rang.

Exemple (AU BROUILLON OU DANS SA TÊTE) *:*

Arrondi de 5,12 au dixième :	Arrondi de 123,456 7 au centième :	Arrondi de 987,654 à l'unité :	Arrondi de 67,895 au centième :
$5{,}1\,\vert\,\cancel{2} \to 5{,}1$	$123{,}4\overset{6}{\cancel{5}}\,\vert\,\cancel{67} \to 123{,}4\underline{6}$	$98\overset{8}{\cancel{7}}\,\vert\,\cancel{,654} \to 98\underline{8}$	$67{,}\overset{90}{\cancel{89}}\,\vert\,\cancel{65} \to 67{,}\underline{9}0$

ATTENTION !!!

On utilise obligatoirement le symbole « ≈ » lorsqu'on donne un résultat arrondi. On écrira donc au propre :

$$5{,}12 \approx 5{,}1 \quad ; \quad 123{,}456\,7 \approx 123{,}46 \quad ; \quad 987{,}654 \approx 988 \quad \textbf{et} \quad 67{,}895 \approx 67{,}9.$$

Remarque

Le manuel utilisera souvent les expressions « valeur approchée par défaut » ou « par excès ». Nous chercherons toujours simplement les « valeurs approchées » comme apprises ici…

Exercices de base :
8 p. 29 (IP)

Questions Flash :
—

À la maison :
Arrondir chacun des nombres de l'exercice 51 p. 63 à l'unité puis au dixième

Problème ouvert : —

Tâche complexe : —

Le cercle

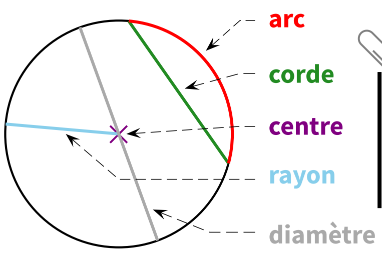
Chapitre 6

I — Généralités

Définitions

- **Un cercle, en général noté $(\mathscr{C})$ ou juste $\mathscr{C}$, de centre O, est formé de tous les points qui se trouvent à la même distance du point O.**
- **Un rayon de ce cercle est donc la distance entre le centre et n'importe quel point de ce cercle.**
- **Un arc de cercle est une portion de cercle limitée par deux points appelés extrémités.**
- **Une corde est un segment dont les extrémités sont deux points du cercle.**
- **Un diamètre est une corde qui passe par le centre du cercle.**

Exemple :



Remarques

— Le segment $[OM]$ est un rayon du cercle, alors que la longueur OM est le rayon du cercle. Le mot « rayon » a deux sens différents ici : le rayon du cercle désigne aussi bien un nombre qu'un segment !

— Le diamètre d'un cercle est égal au double de son rayon (double = 2 fois plus) : $\boxed{D = 2 \times R}$ ou $\boxed{R = D \div 2}$.

Propriétés

- Si M est un point du cercle $(\mathscr{C})$ de centre O et de rayon r, alors $OM = r$.
- Si $OM = r$, alors le point M est un point du cercle $(\mathscr{C})$ de centre O et de rayon r.

ATTENTION !!!

Il peut arriver qu'un exercice demande de « tracer un cercle $(\mathscr{C})$ de centre O et de *diamètre* 5 cm. » Il faudra bien penser à n'ouvrir son compas que de 2,5 cm !!!

Exercices de base :
—

Questions Flash :
56 p. 222

À la maison :
3, 5, 6, 7, 9, 11 p. 212 + 18 p. 213 (pb)

II — Périmètre du cercle

Définition générale

Le périmètre d'une figure, noté $\mathscr{P}$, est la mesure de son contour, et uniquement de son contour.

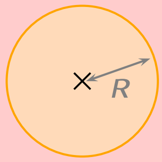
ATTENTION !!!

— **Dans tout problème, qu'il soit de proportionnalité ou non, il faut faire extrêmement attention aux unités qui doivent être les mêmes du début à la fin !**

— **Certaines figures seront dessinées avec une longueur donnée *à l'intérieur* : il ne faudra surtout pas l'additionner aux autres pour le calcul du périmètre !!**

Voici la formule qui permet de **calculer** (mesurer n'est pas possible…) le périmètre d'un cercle :

Formule du périmètre (à apprendre impérativement par cœur !)



$\mathscr{P} = 2 \times \pi \times R$

(R désigne évidemment le rayon…)

Remarques

- Dans les figures qui présentent des demi-disques ou des quarts de disques, il ne faudra surtout pas oublier d'ajouter les longueurs correspondant aux segments "droits" !
- Voir chapitre n° 19 "Périmètres & aires", p. 51, pour les formules du périmètre des autres figures usuelles.

À la calculatrice

On peut très bien utiliser $3,14$ comme valeur approchée de π. On peut aussi appuyer sur la touche SHIFT π x10^x qui affichera directement la lettre "p minuscule grec" (donc π) sur l'écran de la calculatrice. Par contre, le résultat obtenu devra obligatoirement être arrondi (voir chapitre n° 5 "Les nombres décimaux" au paragraphe IV p. 18).

Exercices de base : 24, 25 p. 171	Questions Flash : 41 p. 174 + 59 p. 222	À la maison : 26 à 32 p. 172 + 37, 53 p. 173-177 (pb)

III — Constructions de triangles

1. En connaissant trois longueurs

Ce paragraphe entre bien dans ce chapitre car ce type de construction fait appel à l'utilisation du compas :

Méthode (CONSTRUIRE UN TRIANGLE AVEC 3 LONGUEURS)

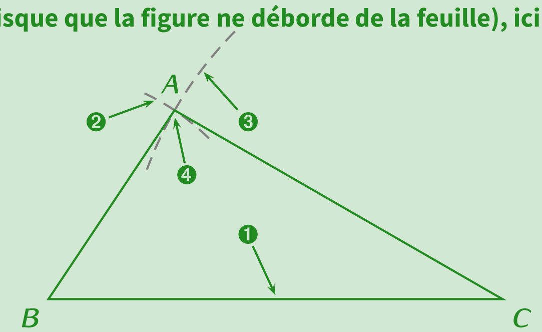
Pour construire un triangle ABC tel que $AB = 3$ cm, $AC = 5$ cm et $BC = 6$ cm,

❶ **on représente le côté le plus long horizontalement (moins de risque que la figure ne déborde de la feuille), ici $BC = 6$ cm ;**

❷ **on ouvre le compas de 3 cm, on pique sur B et on trace un arc de cercle ;**

❸ **on ouvre le compas de 5 cm, on pique sur C et on trace un autre arc de cercle ;**

❹ **les deux arcs de cercle doivent se couper en un point : c'est le point A recherché. Si les deux arcs ne se coupent pas, il faut les prolonger en répétant les étapes 2 et 3.**

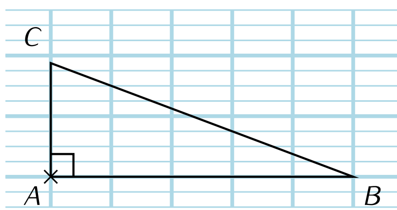


Exercices de base : 1, 2 p. 211	Questions Flash : —	À la maison : 2, 3 p. 78 (IP) + 13, 14 p. 213

2. Avec un triangle rectangle

La plupart des triangles à construire seront donnés avec 3 longueurs, mais on peut aussi demander de construire un triangle **rectangle** dans lequel on ne donnera que 2 longueurs :

La construction d'un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 4$ cm et $AC = 1,5$ cm ne pose aucun problème (à condition de remarquer qu'on nous a donné les deux côtés de l'angle droit), surtout en utilisant le quadrillage de la feuille :

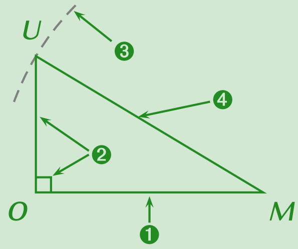


Par contre, construire un triangle rectangle en donnant l'hypoténuse et un autre côté n'est pas facile (il suffit de faire une figure à main levée pour s'en convaincre)…

Méthode (CONSTRUIRE UN TRIANGLE AVEC L'HYPOTÉNUSE CONNUE)

Pour construire le triangle MOU rectangle en O tel que $MO = 3$ cm et $MU = 3,5$ cm,

- ❶ **on construit le côté de l'angle droit que l'on connaît : $MO = 3$ cm ;**
- ❷ **on construit la demi-droite (Ox) perpendiculaire à (MO) passant par O, sans oublier le codage de l'angle droit (ne pas oublier de s'aider du quadrillage pour aller plus vite) ;**
- ❸ **on trace un arc de cercle de centre M et de rayon $3,5$ cm qui coupera la demi-droite (Ox) en un point noté U, de sorte que $MU = 3,5$ cm ;**
- ❹ **on trace le segment $[MU]$, et *on laisse les traits de construction*.**



Remarque

Pour les triangles rectangles, on remarquera que l'on avait quand même 3 informations : 2 longueurs et l'angle droit… L'année prochaine, la construction des triangles dont on connaît 2 longueurs et 1 angle (ou aussi 1 longueur et 2 angles) sera vue.

■ **EXERCICE 1 :**

1. Trace le triangle FBI rectangle en I tel que $FI = 8$ cm et $IB = 5,5$ cm.
2. Trace le triangle KGB rectangle en G tel que $KG = 3,5$ cm et $KB = 8,5$ cm.
3. Trace le triangle CIA rectangle en A tel que $AI = 12$ cm et $IC = 13$ cm.

Solution : Si les constructions sont bien faites, on doit avoir $FB \approx 9,7$ cm, $BG \approx 7,75$ cm et $CA = 5$ cm.

Exercices de base : 19, 20 p. 215	Questions Flash : –	À la maison : 1 p. 81 (IP)

Problème ouvert : –	Tâche complexe : 2 p. 226

ADDITION & SOUSTRACTION

Chapitre 7

I — Additions

Définitions

Lorsqu'on ajoute deux nombres, on calcule une <u>addition</u>. Son résultat s'appelle une <u>somme</u>.
Les deux nombres utilisés dans une addition s'appellent les <u>termes</u>.

Exemples : Avec le calcul $22{,}12 + 19{,}82 = 41{,}94$*, on peut écrire que :*

- *la somme de* $22{,}12$ *et de* $19{,}82$ *est égale à* $41{,}94$ *;*
- *l'on calcule la somme de* $22{,}12$ *et de* $19{,}82$ *;*
- *les termes de la somme sont* $22{,}12$ *et* $19{,}82$*.*

Propriété

On peut modifier l'ordre des termes dans une somme (pratique pour le calcul mental ou pour poser l'addition).

Exemple 1 (opération en ligne) :

$$\begin{aligned} & 8{,}2 + 5{,}1 + 1{,}8 \\ = \; & 8{,}2 + 1{,}8 + 5 \\ = \; & 10 + 5 \\ = \; & 15 \end{aligned}$$

Exemple 2 (opérations posées) :

$\underline{2\,019 + 8\,439}$:

$$\begin{array}{cccccc} & ^{1} & & & ^{1} & \\ & & 8 & 4 & 3 & 9 \\ + & & 2 & 0 & 1 & 9 \\ \hline & 1 & 0 & 4 & 5 & 8 \end{array}$$

$\underline{42{,}13 + 19{,}6}$:

$$\begin{array}{ccccc} & ^{1} & & & \\ & 4 & 2, & 1 & 3 \\ + & 1 & 9, & 6 & \\ \hline & 6 & 1, & 7 & 3 \end{array}$$

Remarques

— L'addition est une opération, tandis que la somme est un nombre.
— Pour poser une addition, il faut impérativement aligner les virgules !

Exercices de base : —	Questions Flash : 99 p. 94	À la maison : 5, 6, 7 p. 81

II — Soustractions

Définitions

Lorsqu'on soustrait deux nombres, on calcule une <u>soustraction</u>. Son résultat s'appelle une <u>différence</u>.
Les deux nombres utilisés dans une soustraction s'appellent aussi les <u>termes</u>.

Exemples : Avec le calcul $23{,}12 - 19{,}82 = 3{,}30$*, on peut écrire que :*

- *la différence de* $23{,}13$ *et* $19{,}82$ *est* $3{,}3$ *(il y a un zéro inutile à enlever) ;*
- *la différence de* $23{,}12$ *par* $19{,}82$ *;*
- *les deux termes de la différence sont* $23{,}12$ *et* $19{,}82$*.*

ATTENTION !!!

On NE peut PAS modifier l'ordre des termes dans une différence !!!

Exemple 1 (opération en ligne) :

$8 - 3 = 5$

Attention, on ne sait pas encore calculer $3 - 8$ *!*

Exemple 2 (opérations posées) :

$\underline{2018 - 1945}$:

$$\begin{array}{ccccc} & 2 & {}_{1}0 & {}_{1}1 & 8 \\ - & {}_{1}1 & {}_{1}9 & 4 & 5 \\ \hline & & & 7 & 3 \end{array}$$

$\underline{26{,}12 - 18{,}82}$:

$$\begin{array}{ccccc} & 2 & {}_{1}6, & {}_{1}1 & 2 \\ - & {}_{1}1 & {}_{1}8, & 8 & 2 \\ \hline & & 7, & 3 & \end{array}$$

Remarques

— La soustraction est une opération, tandis que la différence est un nombre.
— Attention aux retenues dans une soustraction posée.

Exercices de base : 1, 2 p. 79	Questions Flash : 98 p. 94	À la maison : 3, 8 à 16 p. 80 + 19 à 22 p. 81

III — Ordres de grandeur & problèmes

Définition

Pour calculer un ordre de grandeur d'une opération, on remplace les nombres par des nombres proches et plus « simples » afin de pouvoir faire le calcul *mentalement*.
Le résultat obtenu est alors une valeur proche du vrai résultat (mais pas LE vrai résultat !).

Exemple : On voudrait un ordre de grandeur de $198 + 303{,}2$*. On remplace mentalement* 198 *par* 200 *et* $303{,}2$ *par* 300*, ce qui donne (toujours mentalement)* $200 + 300 = 500$*. (le vrai résultat étant* $501{,}2$*).*

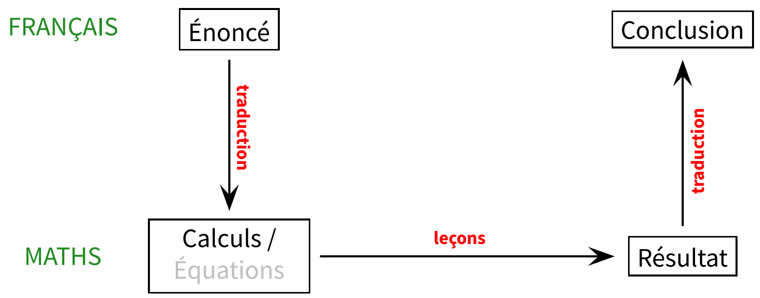
■ **Exercice 1 :** Le marathon de Paris fait 42,195 km de long. Le record de temps a été battu en 2014 par l'éthiopien Kenenisa Bekele en 2 h 05 min 03 s. À quelle vitesse moyenne approximative a-t-il couru ?

Solution : Il a fait environ 40 km en environ 2 h. Proportionnellement, cela correspond à faire environ 20 km en 1 h, d'où une vitesse moyenne d'environ 20 km/h. *La vitesse moyenne sera vue en 4e, où on trouverait exactement* 20,2455017993 *km/h*

Remarques

— On peut obtenir plusieurs ordres de grandeur pour un même calcul : tout dépend des nombres choisis pour remplacer les termes, mais aussi des facilités de calculs des élèves (certains sont plus à l'aise que d'autres avec le calcul mental) !
— La notion d'ordre de grandeur sera surtout utilisée en sciences et en calcul mental.

Principe général de résolution d'un problème :



Exercices de base : 49 à 52 p. 87	Questions Flash : —	À la maison : 59, 60 p. 88 + 65 p. 89 + 105, 107, 111 p. 96 (pb)

Problème ouvert : —	Tâche complexe : 2 p. 98

Chapitre

8

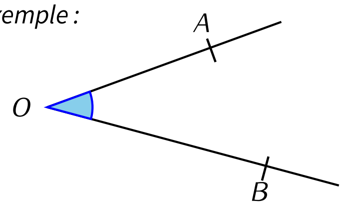
ANGLES

I — Notion d'angle

Définitions

Un angle est défini par l'ouverture de deux demi-droites de même origine. Cette origine commune s'appelle le sommet de l'angle et les deux demi-droites s'appellent les côtés de l'angle.

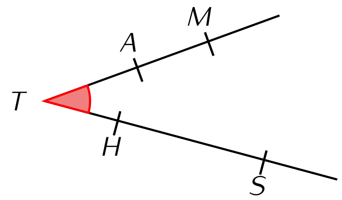
Exemple :



Le point O est le sommet de l'angle bleu. Les demi-droites $[OA)$ et $[OB)$, d'origine commune O, sont les deux côtés de l'angle bleu. → flèches sur le dessin !

Notation : Cet angle bleu se note $\widehat{AOB}$ ou $\widehat{BOA}$ (toujours le sommet au milieu).

■ **EXERCICE 1 :**



Quels sont tous les noms de l'angle rouge ?

Solution : $\widehat{MTS}$, $\widehat{MTH}$, $\widehat{ATS}$, $\widehat{ATH}$, $\widehat{STM}$, $\widehat{STA}$, $\widehat{HTM}$ et $\widehat{HTA}$.

Qu'ont-ils tous en commun ?

Solution : Le point T se trouve au milieu !

Remarque

Comme pour les segments, les angles de même mesure seront codés d'une même manière. On peut en plus doubler voire tripler l'arc de l'angle.

Exercices de base : —	Questions Flash : —	À la maison : 1 à 5 p. 107 (IP)

Définitions

Le degré est l'unité de mesure des angles au collège. Plus les deux demi-droites d'un angle sont écartées, plus la mesure de l'angle sera grande.

Les plus connus sont :

Angle	nul	aigu	droit	obtus	plat
Mesure	0°	entre 0° et 90°	90°	entre 90° et 180°	180°

Exercices de base : —	Questions Flash : 12, 13, 14 p. 15	À la maison : 3, 4 p. 201

II — Utiliser le rapporteur : mesurer un angle

Méthode (MESURER UN ANGLE)

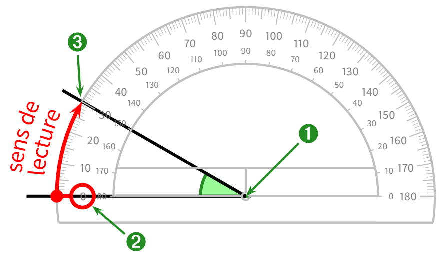
❶ **On place le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle à mesurer ;**

❷ **On place l'un des deux zéros sur un premier côté de l'angle de sorte que le second côté de l'angle passe par une graduation du rapporteur ;**

❸ **On lit la mesure de l'angle sur cette graduation, *en partant du zéro placé*.**

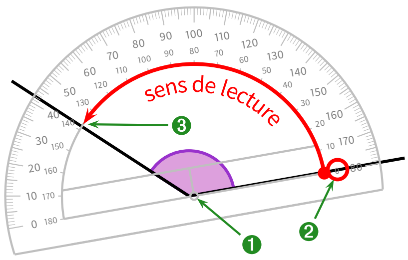
Exemples :

Angle aigu



Cet angle mesure 30°.

Angle obtus



Cet angle mesure 137°.

Exercices de base : —

Questions Flash : 15, 16, 17 p. 202

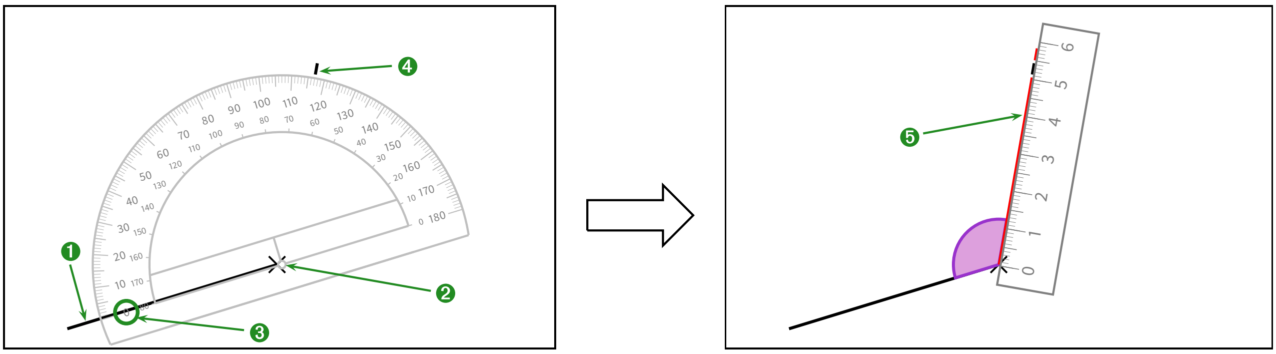
À la maison : 5, 6 p. 201 + 27 p. 205 (pb)

III — Utiliser le rapporteur : construire un angle

Méthode (CONSTRUIRE UN ANGLE)

❶ **On construit un côté de l'angle avec son sommet ;**
❷ **On place le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle ;**
❸ **On place l'un des deux zéros sur le côté tracé de l'angle ;**
❹ **On repère la graduation *en comptant à partir du zéro placé*, "perpendiculairement" au rapporteur ;**
❺ **On relie à la règle le sommet et le petit repère, et on marque l'angle.**

Exemple : Pour construire un angle de 117˚, on procède de la manière suivante :



Exercices de base : 1, 2 p. 200

Questions Flash : —

À la maison : 7, 8 p. 201 + 19 p. 204 (pb)

Remarque

Nous verrons au chapitre n° 10 "Triangles particuliers" (p. 29) les "triangles particuliers" (tri-angles : trois angles !).

Problème ouvert : —

Tâche complexe : 2 p. 206

Ordre

Chapitre 9

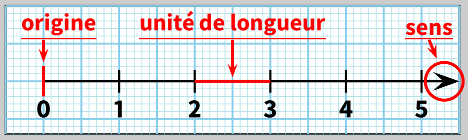
I — Demi-droite graduée

On a déjà vu au chapitre n° 2 "Les nombres entiers" (p. 8) le repérage sur une demi-droite graduée avec des nombres entiers, et au chapitre n° 3 "Fractions (bases)" (p. 11) le repérage sur une demi-droite graduée avec des fractions. Nous allons voir ici la même chose avec des nombres décimaux.

1. Avec des graduations décimales

Définition (rappel)

On appelle demi-droite graduée une demi-droite qui possède une origine (toujours le zéro), un sens (représenté par une flèche) et une unité de longueur fixée (généralement le cm) :

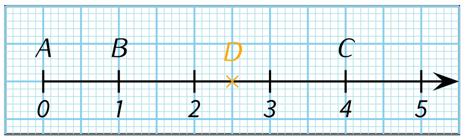


Propriétés (rappel)

Sur une demi-droite graduée, chaque point est représenté par un nombre qui est son abscisse. Inversement, à chaque nombre correspond un point unique. « Le point P d'abscisse 3,5 » s'écrit mathématiquement « $P(3,5)$ ».

Exemples : Sur la figure suivante ,

- *$A(0)$, $B(1)$ et $C(4)$*
- *Où et comment placer le point $D(2,5)$?* à l'aide du symbole "$\times$"

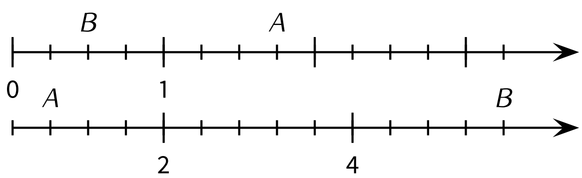


ATTENTION !!!

Ces rappels n'apparaissent pas dans le cours à trous...

- ✔ ***Rappel 1* : L'origine d'une demi-droite graduée n'est pas toujours visible.**
- ✔ ***Rappel 2* : Il peut exister des "sous-graduations". Par exemple, sur la demi-droite ci-dessus, chaque millimètre représente $0,1$.**
- ✔ ***Rappel 3* : Des fois, l'énoncé ne donne pas toutes les graduations : dans ce cas, il faut d'abord calculer la valeur de chaque graduation.**

■ **Exercice 1 :** Trouve l'abscisse (sous forme de nombre décimal) des points A et B pour chacune des deux demi-droites graduées suivantes :



Solution : $A(1{,}75)$; $B(0{,}5)$ et $A(1{,}4)$; $B(4{,}8)$.

Exercices de base : 4, 5 p. 26 (IP)	Questions Flash : —	À la maison : 85 p. 69

II — Comparaison

Définition

Comparer deux nombres revient à dire si le premier est inférieur, supérieur ou égal au deuxième.

Notations : a et b désignent deux nombres décimaux quelconques.
- $a < b \quad \rightarrow \quad a$ est **inférieur à** b : par exemple $1,8 < 2$
- $a > b \quad \rightarrow \quad a$ est **supérieur à** b : par exemple $10 > 7,5$
- $a = b \quad \rightarrow \quad a$ est **égal à** b : par exemple $93,440 = 93,44$.

  L'égalité sera rarement abordée, elle sert surtout à voir si les élèves savent encore gérer les zéros inutiles…

Méthode (COMPARER DEUX NOMBRES DÉCIMAUX)

- **Si les parties entières sont différentes, on compare les parties entières.**
- **Sinon, on s'arrange pour que les parties décimales aient le même nombre de chiffres après la virgule, et on compare les parties décimales.**
- **À cause des zéros inutiles, il se peut très bien que deux nombres soient égaux !**

Exemples :
- $12,9 > 7,45$ *: car* $12 > 7$ *(comparaison des parties entières)*
- $26,34 < 32,12$ *: car* $26 < 32$ *(pareil)*
- $1,34 > 1,27$ *: car* $34 > 27$ *(comparaison des parties décimales à 2 chiffres)*
- $201,9 > 201,8$ *: car* $9 > 8$ *(comparaison des parties décimales à 1 chiffre)*
- $12,242 > 12,100$ *: car* $242 > 100$ *(ajout de 2 zéros inutiles au 2e nombre)*
- $98,20 > 98,14$ *: car* $20 > 14$ *(ajout d'1 zéro inutile au 1er nombre)*

ATTENTION !!!

Certains élèves pensent que $98,2 < 98,14$ parce que $2 < 14$: on ne peut jamais comparer deux nombres s'ils n'ont pas le même nombre de chiffres après la virgule !!

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
—	—	79, 80 p. 68 + 83 p. 69

III — Ranger, encadrer ou intercaler des nombres

Définitions

Ranger une liste de nombres dans :
- **l'ordre croissant signifie les écrire du plus petit au plus grand, en les séparant par le symbole « < ».**
- **l'ordre décroissant signifie le contraire. On utilise alors le symbole « > ».**

Exemple : Si l'on considère les nombres $20,12$ - $22,3$ - $17,3$ *et* $22,22$*, alors :*
- *un rangement dans l'ordre croissant donne :* $17,2 < 20,12 < 22,22 < 22,3$.
- *un rangement dans l'ordre décroissant donne :* $22,3 > 22,22 > 20,12 > 17,2$.

■ **EXERCICE 2 :** Ranger dans l'ordre croissant puis décroissant les nombres suivants : 8, 5 - 6, 23 - 12, 15 - 8, 7 - 6, 4.

Solution :
Ordre croissant : $6,23 < 6,4 < 8,5 < 8,7 < 12,15$.
Ordre décroissant : $12,15 > 8,7 > 8,5 > 6,4 > 6,23$.

Remarque

L'expérience prouve que certains élèves savent ranger correctement les nombres mais ne tiennent pas compte, volontairement ou non, de l'obligation d'utiliser les symboles < et >. La même erreur aux évaluations fera donc logiquement perdre des points…

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
77, 78 p. 68	108 p. 72	54, 57 p. 69

Définitions

Donner un encadrement d'un nombre revient à trouver deux autres nombres : l'un inférieur au nombre de départ et l'autre supérieur. La soustraction de ces deux nombres donne l'amplitude.

Exemples : Encadrer $17,8$ *par deux autres nombres signifie donc le « coincer » entre ces deux nombres, par exemple*

$17,5 < 17,8 < 20$ *: on dit que* **17,8 est encadré par 17,5 et 20**.

On demande souvent d'encadrer un nombre par **deux entiers consécutifs** *(= qui se suivent), il faut alors trouver l'entier (= nombre sans virgule) qui est juste en-dessous du nombre et celui juste au-dessus :*

$17 < 17,8 < 19$ *: on dit que* **17,8 est encadré par 17 et 18**.

Définition

Intercaler un nombre revient au contraire à le coincer entre deux autres nombres donnés.

Exemple : Si l'on demande d'intercaler un nombre entre 5 *et* 10*, on va écrire par exemple* $5 < 7 < 10$ *: on a bien intercalé* 7 *entre* 5 *et* 10*.*

■ **Exercice 3 :** Intercaler au moins deux nombres entre $9,1$ et $9,3$.

Solution : On peut écrire : $9,1 < 9,20 < 9,25 < 9,3$. Ne pas oublier qu'on peut utiliser les zéros inutiles appris dans le chapitre n° 5 "Les nombres décimaux" p. 17 !

Exercices de base : —	Questions Flash : 109 p. 72	À la maison : 89, 90, 91 p. 69 + 93, 95 p. 70

Problème ouvert : —	Tâche complexe : —

Triangles particuliers

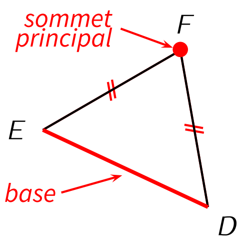
Chapitre 10

Définitions

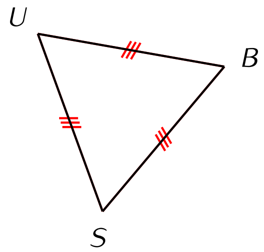
- Un **triangle isocèle** est un triangle dont deux côtés ont la même longueur. Ces deux côtés se coupent en un point nommé **sommet principal**. Le 3ᵉ côté est appelé **base**.
- Un **triangle équilatéral** est un triangle dont les trois côtés ont la même longueur.
- Un **triangle rectangle** est un triangle avec un angle droit. Le côté opposé est alors appelé **hypoténuse**.

Exemples :

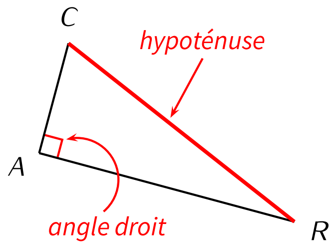
Triangle isocèle



Triangle équilatéral



Triangle rectangle



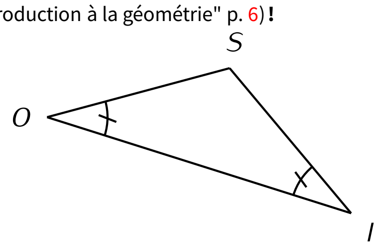
Propriétés (triangle isocèle et équilatéral)

- Si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle (et le côté entre ces deux angles est la base).
- Si un triangle a ses trois angles de même mesure (60°), alors il est équilatéral.

Remarques

- Un triangle peut à la fois être isocèle et rectangle.
- Que ce soit pour le triangle isocèle ou équilatéral, les côtés de même longueur doivent être codés !!
- Attention aux figures à main levée où le codage est prioritaire sur ce qu'on voit…
- On peut notamment utiliser le codage des angles d'un triangle (s'il est codé…) pour en déduire qu'il est isocèle. **On rappelle que toute utilisation d'une propriété implique l'utilisation d'un schéma DPC lors de la rédaction** (voir chapitre n° 1 "Introduction à la géométrie" p. 6) !

■ **Exercice 1 :** Grâce à la figure ci-contre, montrer que $OS = SI$.



Solution :
D : D'après le codage, on a : $\widehat{SOI} = \widehat{SIO}$.
P : Si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle.
C : Le triangle SOI est isocèle en S, et on a donc $OS = SI$.

ATTENTION !!!

Dans ce triangle, il n'y a pas de codage sur les segments $[OS]$ et $[SI]$: il faut donc démontrer que le triangle est isocèle ! Une fois fait seulement, on peut ajouter le codage sur les segments de la figure.

Exercices de base : —	Questions Flash : 57 p. 222	À la maison : 21 à 25, 27, 28 p. 216

Problème ouvert : —	Tâche complexe : —

Chapitre 11

Multiplication

I — Bases à connaître

Définitions

La multiplication de deux nombres s'appelle un produit. Les deux nombres utilisés dans la multiplication sont appelés facteurs.

Exemple : $5{,}6 \times 4{,}2 = 23{,}52$ *(en bleu les facteurs; en rouge le produit). On peut dire que* le produit des nombres 5,6 et 4,2 donne 23,52 *(le produit est un nombre) ou* la multiplication des nombres 5,6 par 4,2 est égale à 23,52 *(la multiplication est une opération).*

Propriété

On peut modifier l'ordre des facteurs dans un produit.

Exemple : $4 \times 1{,}8 \times 5 = 4 \times 5 \times 1{,}8 = 20 \times 1{,}8 = 36$. *On a échangé les facteurs* 1,8 *et* 5 *afin de nous simplifier la tache en calculant ainsi de gauche à droite (qui est la technique la plus répandue en calcul mental).*

Exercices de base : 1, 2 p. 101	Questions Flash : 73, 74 p. 112	À la maison : 3 à 11 p. 102

II — Poser une multiplication

Méthode (POSER UNE DIVISION DÉCIMALE $(25,1 \times 4,23)$)

❶ **On pose l'opération en colonne, virgule alignée ou non.**

❷ **On calcule les multiplications intermédiaires sans oublier les retenues, et sans tenir compte des virgules, puis on additionne les résultats intermédiaires.**

❸ **On compte le nombre *total* de chiffres après la virgule dans les facteurs (ici, il y en a 3) : il faut aussi 3 chiffres après la virgule au résultat.**

$$\begin{array}{r} 2\ 5,1 \\ \times\ \ 4,2\ 3 \\ \hline 7\ 5\ 3 \\ 5\ 0\ 2\ \cdot \\ 1\ 0\ 0\ 4\ \cdot\ \cdot \\ \hline 1\ 0\ 6,1\ 7\ 3 \end{array}$$

Remarques

— ATTENTION, car si le résultat à la fin de l'étape 2 se termine par un ou plusieurs zéros, il ne sont pas encore inutiles et comptent donc pour l'étape 3 ! Ce n'est que quand la virgule est placée qu'on pourra enlever les zéros devenus inutiles !

— Des fois, quand on multiplie par un nombre à virgule, le produit n'est pas forcément plus grand : $20 \times 0{,}8 = 16$, et $16 < 20$!

— Certains élèves ont appris à mettre des "0" au lieu des "." pour matérialiser le décalage à chaque résultat intermédiaire. L'un comme l'autre sont corrects, et le professeur saura de toute manière comprendre !

— Sachant que la calculatrice ne peut pas être interdite à la maison, il est judicieux de l'utiliser pour vérifier les résultats. Cependant, la technique doit être connue car la calculatrice risque d'être refusée le jour de l'évaluation…

Exercices de base : 29, 30 p. 105	Questions Flash : —	À la maison : 39 à 43 p. 106 + 80, 81 p. 114 (pb)

III — Multiplier par 10 - 100 - 1 000 ou par 0,1 - 0,01 - 0,001

Propriétés

Multiplier par :
- 10 revient à déplacer la virgule d'un rang vers la droite.
- 100 revient à déplacer la virgule de deux rangs vers la droite.
- 1 000 revient à déplacer la virgule de trois rangs vers la droite.

- 0,1 revient à déplacer la virgule d'un rang vers la gauche.
- 0,01 revient à déplacer la virgule de deux rangs vers la gauche.
- 0,001 revient à déplacer la virgule de trois rangs vers la gauche.

Exemples :

$20{,}21 \times 100 = 2\,021$	$2\,021 \times 1\,000 = 2\,021\,000$	$2{,}021 \times 10 = 20{,}21$
$93 \times 100 = 9\,300$	$0,93 \times 1\,000 = \cancel{0}930$	$201\,900 \times 10 = 2\,019\,000$
$93\,350 \times 0,01 = 93,35$	$0,05 \times 0,1 = 0,005$	$40 \times 0,001 = 0,04$

ATTENTION !!!

Il faut faire bien attention aux zéros inutiles : pour rappel, ce sont les zéros qui se trouvent à gauche de la partie entière ou à droite de la partie décimale.

Exercices de base : 1, 3, 4, 5 p. 30 (IP)	Questions Flash : 75 p. 112	À la maison : 31 à 36 p. 106

IV — Priorités opératoires

Propriétés

- Les calculs entre parenthèses doivent toujours être effectués d'abord (même s'ils sont à la fin du calcul) ;
- Les multiplications (et les divisions...) sont prioritaires sur les additions et les soustractions.
- « En mathématiques, quand on n'utilise pas quelque chose, on le recopie au même endroit. »

On peut aussi retenir l'ordre des priorités grâce à un schéma :

$$\underset{①}{\boxed{(\ \ )}} \longrightarrow \underset{②}{\boxed{\underset{\longrightarrow}{\times\ /\ \div}}} \longrightarrow \underset{③}{\boxed{\underset{\longrightarrow}{+\ /\ -}}}$$

En effet, en 6ᵉ, il est grand temps d'apprendre qu'on ne calcule plus forcément de gauche à droite, mais que certaines opérations ont automatiquement la priorité sur d'autres !

On prendra donc l'habitude de toujours souligner le calcul prioritaire afin d'éviter les erreurs inutiles !

Exemples :
- $\underline{(5+3)} - 6 = 8 - 6 = 2$. • $12 - \underline{(8-5)} = 12 - 3 = 9$. • $\underline{4 \times 5} + 3 = 20 + 3 = 23$.
- $\underline{2 \times 3} + 4 \times 6 = 6 + \underline{4 \times 6} = 6 + 24 = 30$ *(et surtout pas* $\cancel{2 \times 3 + 4 \times 6 = 6 + 4 \times 6 = 10 \times 6 = 60}$*!)*
- $4 + \underline{5 \times 3} = 4 + 15 = 19$ *(et surtout pas* $\cancel{4 + 5 \times 3 = 9 \times 3 = 27}$*!)*
- $\underline{(4+2)} \times (1+7) = 6 \times \underline{(1+7)} = 6 \times 8 = 48$.

Remarque

L'ordre des priorités nous permettra aussi d'exprimer un enchaînement de plusieurs calculs sous la forme d'un seul calcul en ligne.

ATTENTION !!!

On rencontre souvent à la sortie de l'école primaire des élèves qui savent correctement calculer dans leur tête, mais qui écrivent à l'écrit tout se qui se passe dans leur tête : $2 \times 3 + 4 \times 6 = 2 \times 3 = 6 = 4 \times 6 = 24 = 6 + 24 = 30$.

Ceci s'appelle un défaut de rédaction, et risque de faire perdre des points lors des évaluations, il faut donc vite corriger cette erreur en apprenant bien la leçon.

Exercices de base : 27, 28 p. 83 + 54 à 57 p. 109	Questions Flash : 100 p. 94 + 77 p. 112	À la maison : 34, 35, 36 p. 84 + 14 à 17 p. 102 + 18 p. 103 + 58, 61, 65 p. 110

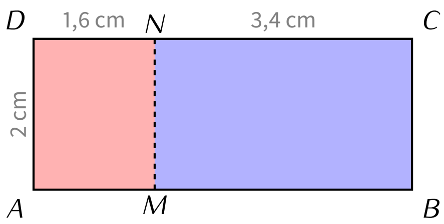
Remarque

Comme pour les additions et soustractions, on peut également utiliser les **ordres de grandeur** pour les multiplication, toujours afin de prévoir à peu près le résultat. C'est d'autant plus intéressant pour une multiplication car certains élèves ont tendance à oublier de placer la virgule finale à la fin de leur calcul posé…

Exemple : $25,1 \times 4,23 \approx 25 \times 4 = 100$.

V — Distributivité simple

■ **Exercice 1 :** Calculer de deux manières différentes l'aire du rectangle ci-dessous :



Solution : Soit on calcule l'aire du rectangle complet : $\mathscr{A}_{ABCD} = 2 \times (1,6 + 3,4) = 2 \times 5 = 10$ cm². Soit on calcule la somme des aires des deux rectangles colorés : $\mathscr{A}_{ABCD} = \mathscr{A}_{AMND} + \mathscr{A}_{BMNC} = (2 \times 1,6) + (2 \times 3,4) = 3,2 + 6,8 = 10$ cm².

Propriété

La distributivité consiste à transformer un produit en somme (ou différence) : $2 \times (1{,}6 + 3{,}4) = 2 \times 1{,}6 + 2 \times 3{,}4$.

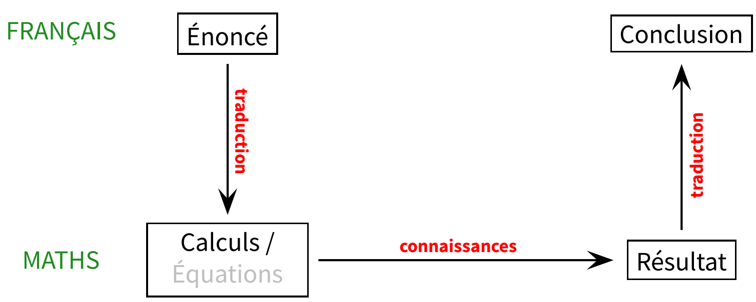
Remarques

— Les parenthèses autour des produits $2 \times 1{,}6$ et $2 \times 3{,}4$ ne sont pas utile, ils sont de toute façon prioritaires !
— Cette égalité fonctionne **dans les 2 sens** ! !
— Cette technique sera surtout utilisée en calcul mental.

Exemples : $44 \times 99 = 44 \times (100 - 1) = 44 \times 100 - 44 \times 1 = 4\,400 - 44 = 4\,356$; $27 \times 105 = 27 \times (100 + 5) = 27 \times 100 + 27 \times 5 = 2\,700 + 135 = 2\,835$.

Exercices de base : 6, 7 p. 33 (IP)	Questions Flash : —	À la maison : 12, 13 p. 102

Rappel du principe général de résolution d'un problème :



Problème ouvert : —	Tâche complexe : 2 p. 116

Chapitre 12

Proportionnalité

I — Grandeurs proportionnelles

1. Passer d'une ligne à une autre

■ **Exercice 1 :** Une baguette de pain coûte 1,20€. Combien coûtent 2 baguettes ? 4 baguettes ? et 5 baguettes ?

Solution : On peut résumer cette situation dans un tableau :

Nombre de baguettes	1	2	4	5
Prix des baguettes	$1,20$ €	$2,40$ €	$4,80$ €	6 €

$\times 1,2$

Définitions

Un tableau est dit tableau de proportionnalité si les nombres de la 2ᵉ grandeur (2ᵉ ligne) correspondent au produit de ceux de la 1ʳᵉ grandeur (1ʳᵉ ligne) par un *même nombre* (ici 1,2), qui s'appelle alors le coefficient de proportionnalité. On dit alors que ces deux grandeurs sont proportionnelles.

Remarques

— Les problèmes de ce chapitre pourront *toujours* être résumés par un tableau. Il suffira alors de voir s'il existe une valeur unique permettant de passer de la 1ʳᵉ à la 2ᵉ ligne en multipliant : si oui, on a une situation de proportionnalité !
— L'ordre des lignes n'a pas d'importance : on peut les échanger !

Exercices de base : 1, 2 p. 15	Questions Flash : —	À la maison : 3 à 12 p. 16

2. Technique du « produit en croix »

■ **Exercice 2 :** Axel Aire a acheté 7 paquets de bonbons pour $13,44$ €. Mike Robbe en a acheté 3. Combien a-t-il payé ?

Remarques

— Le souci ici est que les techniques apprises en primaire (passer d'une ligne à une autre, ou passer d'une colonne à une autre) ne fonctionnent pas.
— La technique présentée ici fonctionne **pour tous les problèmes de proportionnalité**, mais les méthodes plus simples vues en primaire peuvent quand même être appliquées lorsque c'est possible !

Méthode (« produit en croix »)

❶ On résume les données de l'énoncé dans un tableau à quatre cases.
❷ On dessine une croix en plein milieu des quatre cases, avec deux couleurs différentes ;
❸ L'une des branches de la croix est « complète » (on connaît les deux nombres à ses extrémités), on multiplie alors les deux nombres de cette branche : $13,44 \times 3 = 40,32$;
❹ On divise le résultat par le nombre qui reste : $40,32 \div 7 = 5,76$.

Solution :
Faisons un tableau :

Nombre de paquets	7	3
Prix (en €)	$13,44$	x

Calcul : $x = \dfrac{13,44 \times 3}{7} = \dfrac{40,32}{7} = 5,76$. On en déduit que Mike a payé $5,76$ €.

Remarques

— Noter la rédaction : on a mis une lettre dans le tableau pour matérialiser le nombre inconnu, on a ensuite écrit cette lettre suivi du symbole « = » et d'une fraction pour laquelle l'étape 3 a été faite au numérateur et l'étape 4 au dénominateur, et on a fini le calcul sur la même ligne.
— Il arrivera que le résultat du calcul ne tombe pas juste. Il faudra alors arrondir au rang que l'énoncé demande, *sans oublier le symbole « ≈ »*.

Exercices de base : 20, 21 p. 19	Questions Flash : 61 à 64 p. 26	À la maison : 25, 29, 30, 32, 33 p. 20 + 70 p. 29 (pb)

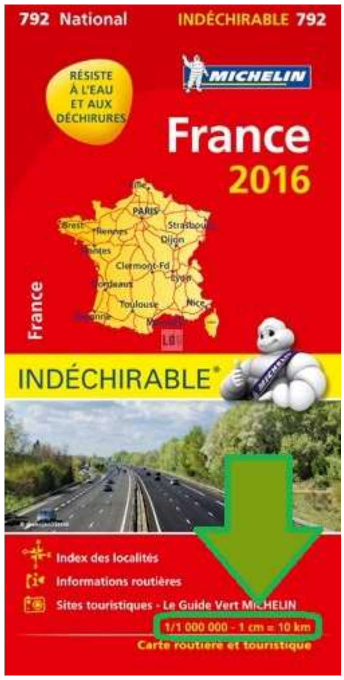
3. Échelle

Définition

On appelle <u>échelle d'un plan</u> le coefficient de proportionnalité entre les longueurs sur le dessin et dans la réalité (elles doivent être exprimées dans la même unité).

*Exemple : Sur la carte ci-contre, on peut lire que l'échelle est « 1/1 000 000 - 1 cm = 10 km ». La fraction 1/1 000 000 signifie littéralement que **<u>« 1 cm sur le dessin représente 1 000 000 cm en réalité »</u>**, donc 10 000 m ou encore 10 km. On peut donc commencer un tableau de proportionnalité :*

Distance sur le dessin (cm)	1	x	83, 8
Distance en réalité (km)	10	399	y



© Michelin

■ **Exercice 3 :**

1. La distance à vol d'oiseau entre Paris et Strasbourg est de 399 km. Quelle distance les sépare sur ce plan ?

   <u>Solution</u> : $x = \dfrac{399 \times 1}{10} = \dfrac{399}{10} = 39,9$ cm.
   Il y a donc 39,9 cm entre Paris et Strasbourg sur cette carte.

2. On mesure sur la carte 83,8 cm entre Brest et Montpellier. Quelle distance réelle sépare ces deux villes ?

   <u>Solution</u> : $y = \dfrac{83,8 \times 10}{1} = \dfrac{838}{1} = 838$ km.
   Il y a donc en réalité 838 km entre Brest et Montpellier. C'est distance s'appelle la **<u>distance à vol d'oiseau</u>**.

3. La distance calculée à la question précédente est-elle la même que celle utilisée lors d'un trajet en voiture pour aller de Brest à Montpellier ?

   <u>Solution</u> : Non, car on a mesuré la longueur du segment sur le plan. Or la route n'est pas toute droite. Il y a donc en réalité plus de 838 km **par la route** entre Brest et Montpellier.

Exercices de base : —	**Questions Flash :** —	**À la maison :** —

II — Représentation graphique d'une situation de proportionnalité

Chaque colonne de valeurs d'un tableau de proportionnalité peut se représenter par un point dans un graphique. Ce n'est pas pour rien qu'un tableau de proportionnalité a deux lignes et qu'un graphique a deux axes !

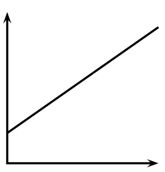
Propriété

Sur un graphique, on reconnaît une situation de proportionnalité lorsque tous les points forment une droite et que cette droite passe par l'origine (le « double–zéro »).

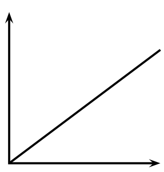
À l'inverse, si une droite alignée avec l'origine est présente sur un graphique, alors elle traduit une situation de proportionnalité !

Remarque

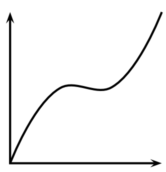
Il faut vraiment les deux conditions : de points alignés <u>**ET**</u> la droite formée doit passer par l'origine !



NON, car la droite ne passe pas par l'origine !



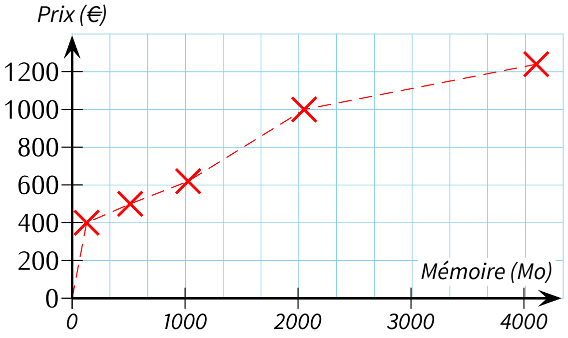
OUI



NON, car ce n'est pas une droite !

Exemple 1 : Le graphique ci-dessous indique le prix de cinq ordinateurs en fonction de leur mémoire vive (exprimée en Mo).

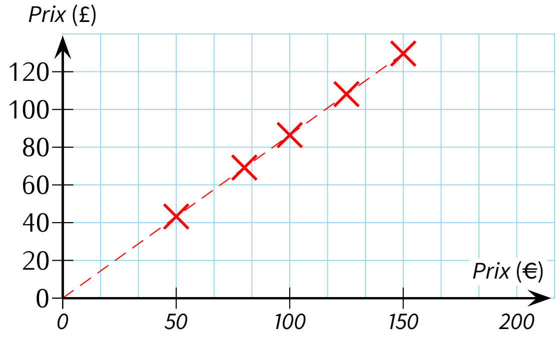
Le prix est-il proportionnel à la quantité de mémoire vive ?



*→ **NON**, car les points ne forment pas une droite.*

Exemple 2 : Dans une banque, des clients ont échangé le même jour des euros (€) en livres sterling (£).

Les sommes en € et en £ sont-elles proportionnelles ?



*→ **OUI**, car les points forment une droite **et** cette droite passe par l'origine.*

Remarque

On pourrait mettre les données de ces deux exemples chacune dans un tableau. On déterminerait très rapidement que le premier tableau n'est pas de proportionnalité (sinon on devrait payer environ 1 200 € pour un ordinateur de 2 048 Mo car ce serait le double d'un ordinateur de 1 024 Mo qui coûte environ 600 €) mais que le second est bien un tableau de proportionnalité.

Exercices de base : —	Questions Flash : —	À la maison : 68 p. 29

Problème ouvert : —	Tâche complexe : 1 p. 30

Chapitre 13

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

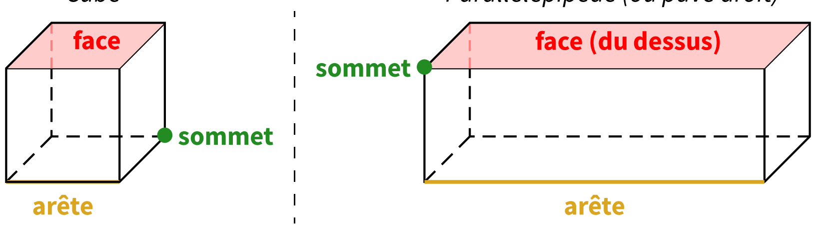
I — Définitions

Définitions

Ce que l'on peut dessiner sur une feuille est en 2D, on appelle cela des figures planes. En revanche, les objets que l'on peut réellement toucher, donc en 3D, sont appelés solides de l'espace.

Un parallélépipède rectangle (aussi appelé pavé droit) est un solide de l'espace dont les faces sont des rectangles superposables deux à deux. Les faces se coupent en des segments appelés arêtes. Les arêtes se coupent elles-mêmes en des points appelés sommets.

Exemple :



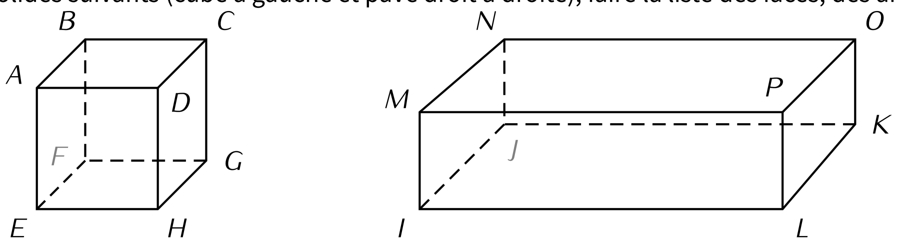
Remarques

— On ne peut pas vraiment parler de longueur, largeur, hauteur, profondeur ou même base, car cela dépend de la représentation du pavé. On adoptera en général un vocabulaire qui rend compte de que l'on « voit ».

— Le **cube** est un parallélépipède particulier : celui où toutes les faces sont des carrés.

■ **EXERCICE 1 :**

1. Dans chacun des solides suivants (cube à gauche et pavé droit à droite), faire la liste des faces, des arêtes et des sommets :



2. Dans le pavé droit $IJKLMNOP$ ci-dessus,

   a. Nommer deux faces contenant l'arête $[MN]$.

   b. Nommer trois arêtes contenant le sommet O.

   c. Nommer deux arêtes parallèles.

   d. Nommer quatre arêtes de même longueur.

Solution :

1. Récapitulons ces informations dans un tableau :

	Faces	Arêtes	Sommets
Cube	Dessus/dessous : $ABCD$ et $EFGH$ Gauche/droite : $ABFE$ et $CDHG$ Avant/arrière : $ADHE$ et $BCGF$	Dessus : $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$ Dessous : $[EF]$, $[FG]$, $[GH]$, $[HE]$ **arêtes latérales** (= de côté) : $[AE]$, $[BF]$, $[CG]$, $[DH]$	A, B, C, D, E, F, G et H
Pavé	Dessus/dessous : $MNOP$ et $IJKL$ Gauche/droite : $IJNM$ et $LKOP$ Avant/arrière : $MILP$ et $NOKJ$	Dessus : $[MN]$, $[NO]$, $[OP]$, $[PN]$ Dessous : $[IJ]$, $[JK]$, $[KL]$, $[LI]$ **arêtes latérales** (= de côté) : $[IM]$, $[JN]$, $[KO]$, $[LP]$	I, J, K, L, M, N, O et P

2. a. $ABCD$ et $ABB'A'$; b. $[BC]$, $[CC']$ et $[CD]$;
   c. $[AD]$ et $[A'D']$, mais pourquoi pas aussi $[BC]$? d. $[AD]$, $[A'D']$, $[BC]$ et $[B'C']$.

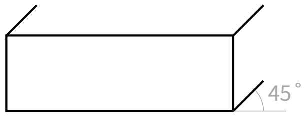
Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
—	—	5, 7 p. 261 + 16, 17 p. 262-263

II — Représentation en perspective cavalière

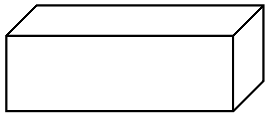
Pour représenter un solide de l'espace (comme le dessiner sur une feuille plate par exemple), plusieurs règles sont à maîtriser afin que tout le monde ait une figure à peu près semblable. On va expliquer comment dessiner un parallélépipède en perspective cavalière :

1. La face avant est représentée en grandeur réelle (ou à une certaine échelle si elle est vraiment trop grande, voir chapitre n° 12 "Proportionnalité" p. 33).

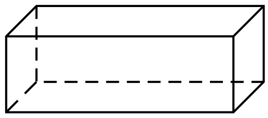
2. Les 3 **arêtes fuyantes** visibles (= celles qui vont vers l'arrière) sont toutes dessinées parallèlement et de même mesure, avec un angle compris entre 30 ° et 45 °. Elles sont représentées plus courtes qu'en réalité (environ la moitié, à cause de l'impression d'éloignement).



3. Les arêtes visibles de la face arrière sont ensuite dessinées en trait plein (il y en a en général 2 pour un pavé).

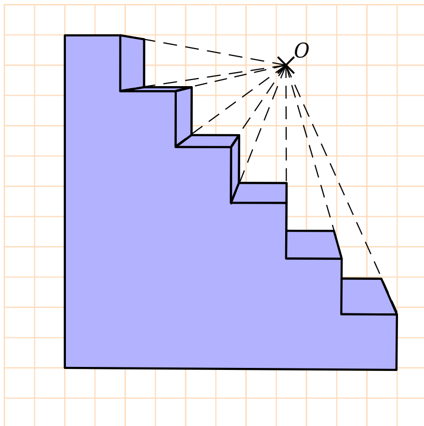


4. Enfin, les arêtes cachées sont dessinées parallèlement aux autres, en pointillés.

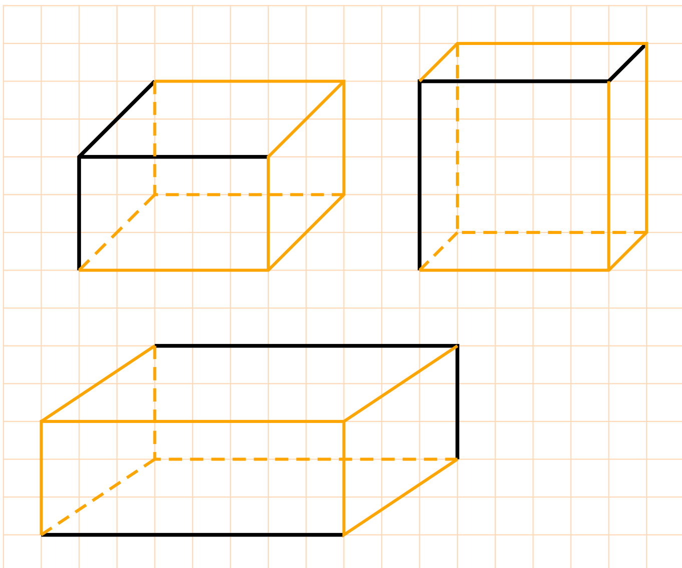


Remarques

— Les segments parallèles ***et*** de même longueur dans la réalité restent parallèles et de même longueur sur un dessin en perspective cavalière.
— Les angles ne sont pas toujours respectés sur un dessin en perspective cavalière, seulement sur la face avant et la face arrière (voir les angles droits).
— Ces conventions sont différentes de ce que l'on peut voir en réalité : lorsqu'on dessine un escalier tel qu'on le voit, on utilise la perspective dite « **à un point de fuite** », où toutes les arêtes fuyantes sont sécantes en un point unique (le point de fuite), et non parallèles :



■ **EXERCICE 2 :** Compléter les dessins en perspective cavalière des parallélépipèdes suivants :



Exercices de base : —	Questions Flash : —	À la maison : 11 p. 261 + 12ab p. 262

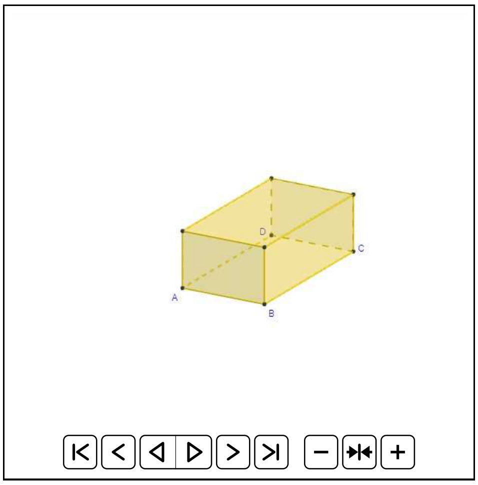
III — Patron d'un parallélépipède

Définition

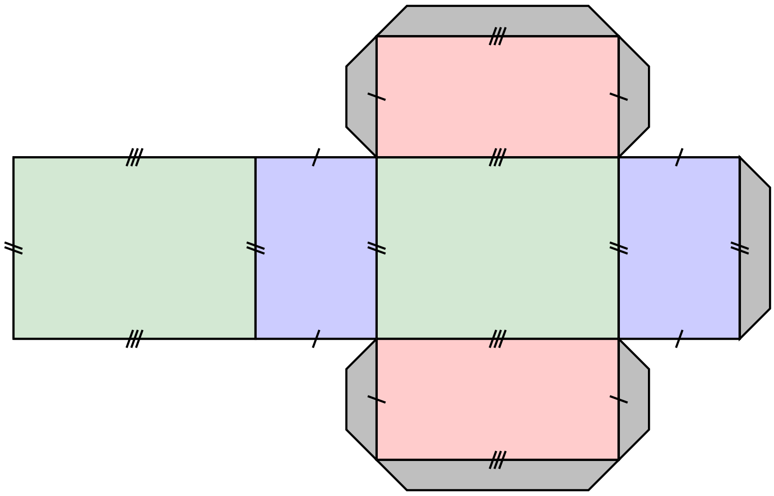
Le patron d'un solide de l'espace est une figure plane, qui après découpage et pliage, permet d'obtenir ce solide. On peut aussi le voir comme le solide « déplié » afin de le poser à plat.

Exemple :

Voici ce que l'on observe en "dépliant" le parallélépipède (animation disponible sur geogebra.org) :

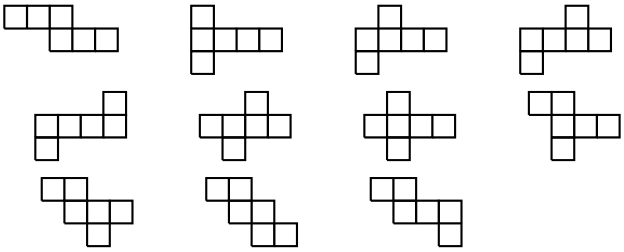


Le patron à dessiner sur la feuille ressemblera donc à ceci :



Remarques

- Pour la construction, on aura besoin de languettes qui permettront au solide de tenir ! Les languettes ne font pas partie du patron !
- Dans le patron d'un pavé droit, les faces (rectangles, il y en a 6) vont toujours par 2.
- Il existe plusieurs patrons différents pour un même parallélépipède. Par exemple, il existe 11 patrons différents pour un cube :



Exercices de base : 1, 2 p. 260	Questions Flash : —	À la maison : —

Problème ouvert : —	Tâche complexe : 2 p. 272 + 2 p. 273

DIVISION EUCLIDIENNE

Chapitre 14

I — Définitions et rappels

Définitions

Effectuer la division euclidienne d'un nombre g par un nombre p consiste à trouver le quotient entier (combien de fois on peut mettre exactement p dans g) et le reste de la division de g par p. Le nombre g que l'on divise utilisés est appelé dividende et le nombre p par lequel on divise s'appelle le diviseur.

En fait, la division euclidienne correspond plus simplement à une division *sans* virgule...

Exemple : La division euclidienne de 2 021 *par* 5 *donne un quotient de* 404, *et il reste* 1 *:*

```
   2 0 2 1 | 5
 – 2 0     |-------
     0 2   | 4 0 4
   –   0   |
       2 1 |
     – 2 0 |
         1 |
```

Remarques

- Lorsqu'on pose une division euclidienne, on s'arrête lorsqu'il n'y a plus de chiffre à abaisser.
- La division (si elle tombe juste) est l'opération inverse de la multiplication car $2\,020 \div 5 = 404$ peut s'écrire $404 \times 5 = 2\,020$.
- Mentalement, « $\div 2$ » revient à prendre la moitié ; « $\div 4$ » revient à diviser deux fois de suite par 2.

Propriété

Le calcul en ligne qui correspond à une division euclidienne est :

$$\text{dividende} = \text{diviseur} \times \text{quotient} + \text{reste}.$$

Pour notre division, on écrira donc $2\,019 = 5 \times 403 + 4$.

Remarques

- Dans un problème, il faudra donc que la division soit posée, mais il faut aussi écrire le résultat en ligne.
- On n'écrit pas par exemple "$2\,019 \div 5 = Q = 403$; $R = 4$" ou "$2\,019 \div 5 = 403$ reste 4". Il n'y a qu'un seul moyen d'écrire le calcul en ligne !

À la calculatrice

Pour faire une division **euclidienne**, on ne tape *pas* sur la touche ÷, mais sur la touche ÷R à la place : la calculatrice affichera donc le quotient et le reste !

ATTENTION !!!

Dans une division, *on ne peut pas échanger le dividende et le diviseur* ! Ce n'est pas trop un problème dans ce chapitre car le dividende sera toujours supérieur au diviseur... Mais il faudra faire attention au chapitre n° 16 "Division décimale", p. 43 !

Exercices de base : 35, 36 p. 125	Questions Flash : 90, 91 p. 132	À la maison : 37 à 41, 45, 47, 49 p. 126

II — Multiples et diviseurs

1. Définitions

Définitions

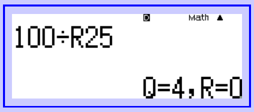
Lorsqu'un nombre g se trouve dans la table de multiplication d'un autre nombre p, on dit que :

g est un multiple de p ; g est divisible par p ; p est un diviseur de g.

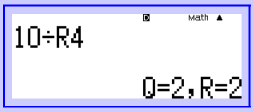
Exemple : Puisque 12 *est dans la table de* 4*, on peut indifféremment dire que* 12 *est un multiple de* 4*, ou bien que* 12 *est divisible par* 4*, ou encore que* 4 *est un diviseur de* 12*.*

À la calculatrice

Un nombre g est divisible par p si la division euclidienne de g par p donne un reste nul (= égal à zéro) :



: 100 est divisible par 25



: 10 n'est pas divisible par 4

2. Critères de divisibilité

Propriétés

Un nombre est divisible… :
- par 2 s'il est pair (= s'il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8).
- par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- par 4 si le nombre constitué de ses *deux derniers chiffres* est divisible par 4.
- par 5 s'il se termine par 0 ou 5.
- par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- par 10 s'il se termine par 0.

Exemple : Appliquons ces critères au nombre 123 456 789 *:*
- 123 456 789 *n'est pas divisible par* 2 *car il est impair.*
- *puisque* $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$*, on peut dire que* 123 456 789 *est divisible par* 3 *(*$45=3\times15$*) et par* 9 *(*$45=9\times5$*).*
- *n'est pas divisible par* 4 *car* 89 *n'est pas dans la table de* 4*.*
- *n'est pas divisible par* 5 *(ni par* 10*) car il ne se finit pas par un* 0 *ou un* 5*.*

■ **Exercice 1 :** Compléter le tableau suivant en marquant une croix dans la colonne correspondante :

Nombre	Divisible par 2	Divisible par 3	Divisible par 4	Divisible par 5	Divisible par 9	Divisible par 10
748	×		×			
36 545				×		
168	×	×	×			
47						
100	×		×	×		×
270	×	×		×	×	×

Exercices de base : 1, 2 p. 120

Questions Flash : 88, 89 p. 132

À la maison : 3 à 5 p. 120 + 6 à 9, 17 à 21 p. 121 + 27, 101 p. 122-135 (pb)

Problème ouvert : —

Tâche complexe : —

Quadrilatères particuliers

I — Rectangle, losange, carré et parallélogramme

Définitions (rappels)

- **Un rectangle est un quadrilatère ayant ses quatre angles droits.**
- **Un losange est un quadrilatère ayant ses quatre côtés de même longueur.**
- **Un carré est un quadrilatère ayant ses 4 angles droits *ET en même temps* ses 4 côtés de même longueur.**

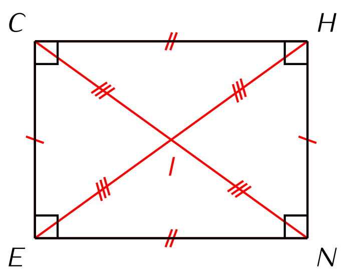
Bien sûr, ce ne sont pas les seules caractéristiques de ces figures : on peut aussi déterminer qu'un quadrilatère est un rectangle, un losange, un carré ou même un parallélogramme (voir plus loin) en utilisant des *propriétés* sur les angles ou les diagonales :

Propriétés

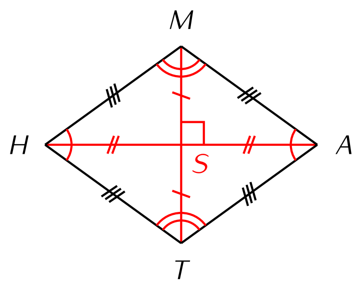
— R_1 : Un rectangle a ses deux diagonales de même longueur et sécantes en leur milieu.
— R_2 : Un rectangle a aussi ses côtés opposés parallèles et de même longueur.
— L_1 : Un losange a ses deux diagonales perpendiculaires et sécantes en leur milieu.
— L_2 : Un losange a aussi ses angles opposés de même mesure.
— C_1 : Enfin, un carré a ses diagonales perpendiculaires, de même longueur et sécantes en leur milieu.

Illustrations :

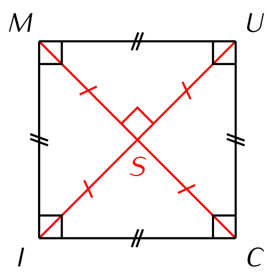
Rectangle



Losange



Carré



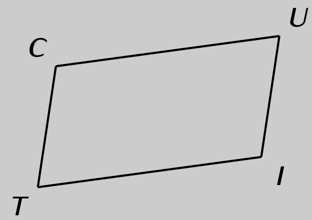
Remarques

— Ces propriétés sont particulièrement utiles pour construire un quadrilatère particulier à partir des ses diagonales !
Par exemple, il est plus simple de construire un losange en traçant d'abord deux segments perpendiculaires qui se coupent en leur milieu et en reliant leurs extrémités…
— Qui dit propriété dit schéma DPC quand on les utilise !

Exercices de base : 36, 37 p. 219	Questions Flash : 58, 60 p. 222	À la maison : 38 à 45 p. 220

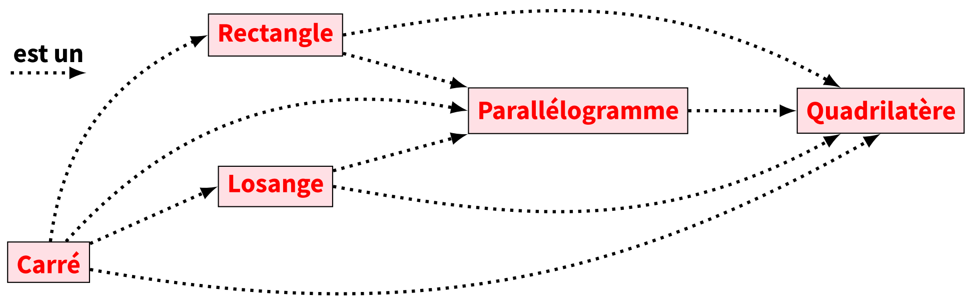
Définition

Un parallélogramme est un quadrilatère ayant ses côtés opposés parallèles :



ATTENTION !!!

Attention à l'utilisation des propriétés précédentes car elles ne vont que dans un sens (par exemple, un rectangle quelconque n'est pas un carré) :



Exercices de base : 12, 13 p. 249	Questions Flash : 29 p. 252	À la maison : 16, 17, 19 p. 250 + 36 p. 255 (pb)

Problème ouvert : —	Tâche complexe : 1 p. 226

Division décimale

Chapitre 16

I — Définitions et rappels

Définitions

Lorsqu'on divise deux nombres (donc quand on cherche combien de fois on peut mettre *exactement* un nombre dans un autre), on calcule une division décimale. Son résultat s'appelle un quotient. Les deux nombres utilisés dans la division sont appelés dividende (c'est celui que l'on divise) et diviseur (c'est celui par lequel on divise).

En fait, la division décimale correspond simplement à la division *avec* virgule.

Exemples :

- *Dans* 100*, on peut mettre exactement* 4 *fois le nombre* 25 *:* $100 \div 25 = 4$.
- *Dans* 11*, on peut mettre exactement* 2,75 *fois le nombre* 4 *:* $11 \div 4 = 2,75$. *Si l'on avait voulu faire une division euclidienne, on aurait dit qu'on peut mettre 2 fois le nombre* 4 *et il reste* 3 *:* $11 = 2 \times 4 + 3$.
- *Dans* $10,5$*, on peut mettre exactement 3,5 fois le nombre* 3 *:* $10,5 \div 3 = 3,5$. *Peut-on ici faire la division euclidienne ?*

$$\begin{array}{rr|l} & 10,5 & 3 \\ - & 9 & 3,5 \\ & 15 & \\ - & 15 & \\ & 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{rr|l} & 11 & 4 \\ - & 8 & 2,75 \\ & 30 & \\ - & 28 & \\ & 20 & \\ - & 20 & \\ & 0 & \end{array}$$

Remarques

— Dans un problème, il faudra donc que la division soit posée pour justifier le calcul, et il ne faudra pas oublier la phrase de conclusion.
— La division est l'opération "inverse" de la multiplication : $10,5 \div 3 = 3,5$ peut aussi s'écrire $3 \times 3,5 = 10,5$.

À la calculatrice

- Pour faire une division classique, on appuie sur la touche ÷.
- La calculatrice essaye de toujours donner le résultat sans virgule. Si elle affiche une fraction, il faudra alors appuyer sur S⇔D pour obtenir le quotient décimal.
- RAPPEL : pour faire une division **euclidienne**, on tape à la place ÷R : la calculatrice affichera donc le quotient et le reste !

■ **Exercice 1 :** Poser les divisions suivantes (sans calculatrice), puis écrire pour chacune d'entre elles le résultat en ligne :

$$4\,233 \div 8 ; 12\,345 \div 11 ; 314 \div 7 \text{ et } 531 \div 24.$$

Solution : On a :

$$\begin{array}{rr|l} & 4233 & 8 \\ - & 40 & 529 \\ & 23 & \\ - & 16 & \\ & 73 & \\ - & 72 & \\ & 1 & \end{array} ; \quad \begin{array}{rr|l} & 12345 & 11 \\ - & 11 & 1122 \\ & 13 & \\ - & 11 & \\ & 24 & \\ - & 22 & \\ & 25 & \\ - & 22 & \\ & 3 & \end{array} ; \quad \begin{array}{rr|l} & 314 & 7 \\ - & 28 & 44 \\ & 34 & \\ - & 28 & \\ & 6 & \end{array} \text{ et } \begin{array}{rr|l} & 531 & 24 \\ - & 48 & 22 \\ & 51 & \\ - & 48 & \\ & 3 & \end{array}.$$

Donc $4\,233 = 8 \times 529 + 1$; $12\,345 = 11 \times 1\,122 + 3$; $314 = 7 \times 44 + 6$ et $531 = 24 \times 22 + 3$.

ATTENTION !!!

Dans une division, *on ne peut pas échanger le dividende et le diviseur* afin de diviser le plus grand nombre par le plus petit : en effet, $4 \div 2 = 2$, mais $2 \div 4 = 0,5$ (voir au paragraphe suivant pour cette division) !! Il ne faut pas hésiter à utiliser la calculatrice pour vérifier le résultat !

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
—	—	63 à 66, 69 p. 130

II — Poser une division décimale

1. La division s'arrête

Pour diviser par exemple $14,55$ par 6, la méthode est la même que pour une division sans virgule, à une exception près : **dès que l'on abaisse le premier chiffre après la virgule du dividende (même si c'est un zéro inutile), il faut placer une virgule au quotient**. S'il n'y a plus de chiffres à abaisser, on continue avec des zéros inutiles jusqu'à ce qu'on tombe sur un reste nul.

$$\begin{array}{rl|l}
 & 1\,4,5\,5 & 6 \\
- & 1\,2 & 2,4\,2\,5 \\
 & 2\,5 & \\
- & 2\,4 & \\
 & 1\,5 & \\
- & 1\,2 & \\
 & 3\,0 & \\
- & 3\,0 & \\
 & 0 &
\end{array}$$

Donc $14,55 \div 6 = 2,425$.

Exercices de base : 61 p. 129	**Questions Flash :** 93 p. 132	**À la maison :** 67, 72 p. 130

2. La division ne s'arrête pas

Ce n'est pas beaucoup plus compliqué qu'une division décimale qui s'arrête, mais il faut être bien concentré… Il faut déjà avoir abaissé tous les chiffres au minimum, et on fait ça dans la couleur habituelle (bleue sur le papier et noir dans ce cours), ce n'est qu'à partir du moment où on est obligé de baisser des zéros inutiles que ça devient intéressant !

À partir de ce moment-là seulement, on change de couleur (le vert) et on s'arrête lorsqu'on tombe sur un reste déjà rencontré dans cette nouvelle couleur (ici 20) : tous les chiffres suivants se déduisent donc par simple répétition !

On a continué ici un rang supplémentaire dans une troisième couleur (le rouge) pour bien montrer que le chiffre suivant au quotient est le même que le premier écrit en vert. Il n'est donc pas utile de continuer…

$$\begin{array}{rr|l}
 & 1\,2\,3,4 & 7 \\
- & 7 & 1\,7,6\,2\,8\,5\,7\,1\,4\,2 \\
 & 5\,3 & \\
- & 4\,9 & \\
 & 4\,4 & \\
- & 4\,2 & \\
 & 2\,0 & \\
- & 1\,4 & \\
 & 6\,0 & \\
- & 5\,6 & \\
 & 4\,0 & \\
- & 3\,5 & \\
 & 5\,0 & \\
- & 4\,9 & \\
 & 1\,0 & \\
- & 7 & \\
 & 3\,0 & \\
- & 2\,8 & \\
 & 2\,0 & \\
- & 1\,4 & \\
 & 6 &
\end{array}$$

Donc $123,4 \div 7 = 17,6\,285714\,285714\ldots$

ATTENTION !!!

La calculatrice n'a pas une place d'affichage illimitée, elle ne peut afficher qu'un certain nombre de chiffres. Par conséquent, elle arrondira nécessairement le dernier, donc attention aux pièges !

■ **Exercice 2 :**

◇ Quel est le 8ᵉ chiffre après la virgule de $300 \div 3$?
◇ Quel est le 2 019ᵉ chiffre la virgule de $2\,019 \div 7$?

Solution :
◇ Attention donc, car la calculatrice arrondit le dernier chiffre : il s'agit en réalité d'un 7 et non d'un 8 !
◇ Les chiffres 428571 se répètent indéfiniment : le chiffre dont le rang est un multiple de 6 est donc toujours 1.
Or $2\,019 = 6 \times 336 + 3$, le 2 019ᵉ chiffre après la virgule sera donc un 8.

On peut bien sûr donner un résultat arrondi (voir chapitre n° 9 "Ordre" p. 18), surtout si c'est demandé dans l'énoncé :

$123,4 \div 7 \approx 18$	$123,4 \div 7 \approx 17,6$	$123,4 \div 7 \approx 17,63$	$123,4 \div 7 \approx 17,629$
(arrondi à l'unité)	(arrondi au dixième)	(arrondi au centième)	(arrondi au millième)

Exercices de base : 62 p. 129	**Questions Flash :** —	**À la maison :** 68, 73 à 75 p. 130 + 85, 102 p. 131-135 (pb)

III — Diviser par 10, 100 ou 1 000

Ces propriétés font écho à celles rencontrées pour la multiplication dans le chapitre n° 11 "Multiplication" à la page 31 :

Propriétés

Diviser par :
- 10 revient à déplacer la virgule d'un rang *vers la gauche*.
- 100 revient à déplacer la virgule de deux rangs *vers la gauche*.
- 1 000 revient à déplacer la virgule de trois rangs *vers la gauche*.

Remarque

Dans le chapitre n° 18 "Fractions (calculs)" p. 49, on a vu par exemple que $123 \times 0,1 = 123 \times \frac{1}{10} = \frac{123}{10} = 123 \div 10$ (= 12,3). Par conséquent, on en déduit que diviser par 10 (100 ou 1 000) revient exactement à multiplier par 0,1 (0,01 ou 0,001).

■ **Exercice 3 :** Quel est le mot qui a changé par rapport aux mêmes propriétés appliquées à la multiplication ?

Solution : Le mot « droite » a été remplacé par « gauche ».

Exemples :

$201\,900 \div 100 = 2\,019$	$2\,020 \div 10 = 202$	$2\,019 \div 1\,000 = 2,019$
$201,9 \div 100 = 2,019$	$1,234 \div 10 = 0,123\,4$	$0,93 \div 1000 = 0,000\,93$

Exercices de base : —	Questions Flash : 92 p. 132	À la maison : 76, 77 p. 130

Problème ouvert : —	Tâche complexe : 2, 3 p. 136

Chapitre 17

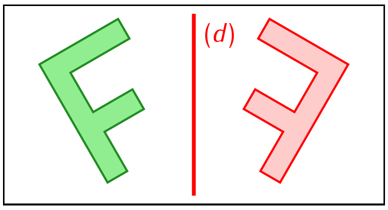
SYMÉTRIE AXIALE

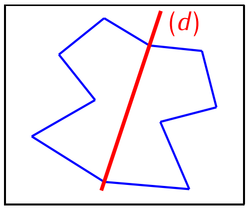
I — Définitions

Définitions

- **Deux figures sont symétriques par rapport à la droite (d) si elles se superposent par pliage selon (d).**
- **La droite (d) est un axe de symétrie si en pliant la feuille suivant (d), la figure se superpose à elle-même : la figure et son symétrique ne forment donc qu'une seule figure et non deux distinctes !**

Exemples : Sur le dessin de gauche, la figure verte était donnée et on a construit la figure rouge symétrique de la verte par rapport à l'axe (d). Sur celui de droite, la figure admet la droite (d) comme axe de symétrie :





Remarque

Puisque les figures se superposent par pliage, il est normal qu'elles aient exactement la même forme et les mêmes dimensions.

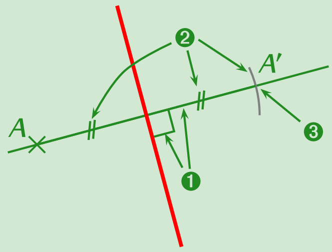
Exercices de base : —	Questions Flash : 35, 37, 38 p. 238	À la maison : 22, 27, 28 p. 236

II — Symétrique d'un point

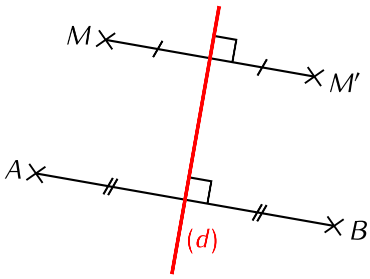
Méthode (construction du symétrique d'un point)

Pour construire le symétrique (que l'on notera A') d'un point A par rapport à une droite (d), on procède de la manière suivante :

1. **On trace la perpendiculaire à (d) passant par A à l'équerre ;**
2. **On reporte la distance de A à la droite (d) de l'autre côté de cette droite à l'aide du compas ;**
3. **On obtient le point A' recherché. On n'oublie pas le codage !**



Exemple : M' est le symétrique de M par rapport à la droite (d). B est le symétrique de A par rapport à la droite (d) :



■ **EXERCICE 1 :** On peut encore faire deux phrases analogues à celles-ci, lesquelles ?

Solution : M est le symétrique de M' par rapport à la droite (d) et A est le symétrique de B par rapport à la droite (d).

Remarque

Puisque toutes les figures sont constituées de points, **cette méthode est absolument essentielle**, c'est en fait elle qui permettra de construire le symétrique de n'importe quelle figure !!

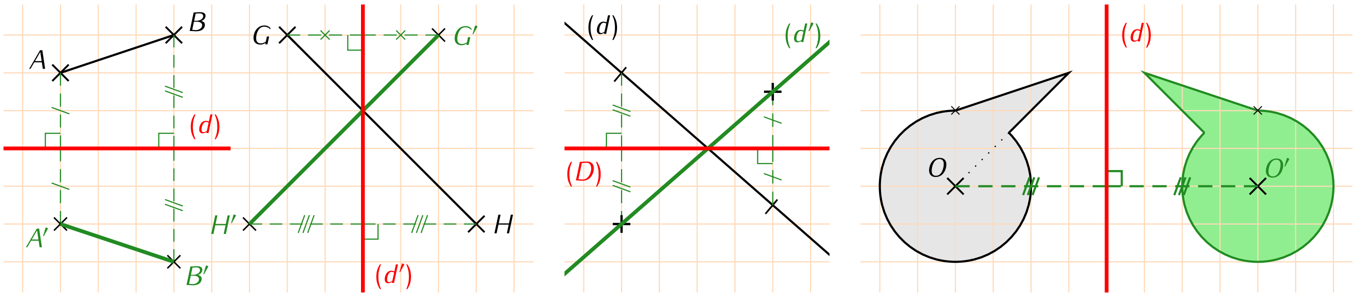
Exercices de base : —	Questions Flash : —	À la maison : 5 à 7 p. 232

III — Symétrique d'une figure

Méthode (construire le symétrique d'une figure)

Pour construire le symétrique :
- **d'un segment → on construit le symétrique des deux extrémités et on les relie ;**
- **d'une droite → on choisit deux points sur cette droite (s'il n'y en a pas, évidemment !), on construit leurs symétriques et on les relie *sans s'arrêter* ;**
- **d'un cercle → on construit le symétrique du centre et on reporte le rayon.**

Exemples : Voici trois exemples pour lesquels on a laissé la grille afin de mieux comprendre :



Propriété

La symétrie axiale conserve les distances, les angles, l'alignement et les aires.

Remarque

Cela signifie par exemple qu'un segment et son symétrique ont forcément la même longueur (mesurer sur les figures précédentes pour s'en convaincre), ou encore que si trois points sont alignés alors leurs symétriques le seront aussi…

Exercices de base : 1, 2 p. 230	Questions Flash : —	À la maison : 8 à 10 p. 232

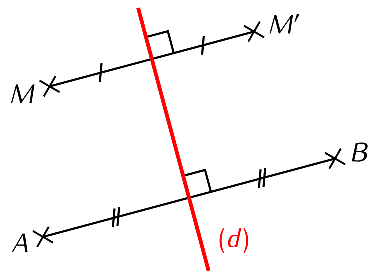
IV — Médiatrice d'un segment

1. Définition et construction

Définition

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment passant par son milieu.

Exemple : Reprenons la figure vue au paragraphe II. Grâce au codage, la droite rouge est perpendiculaire au segment $[MM']$ et passe par son milieu : c'est donc la médiatrice de ce segment $[MM']$:



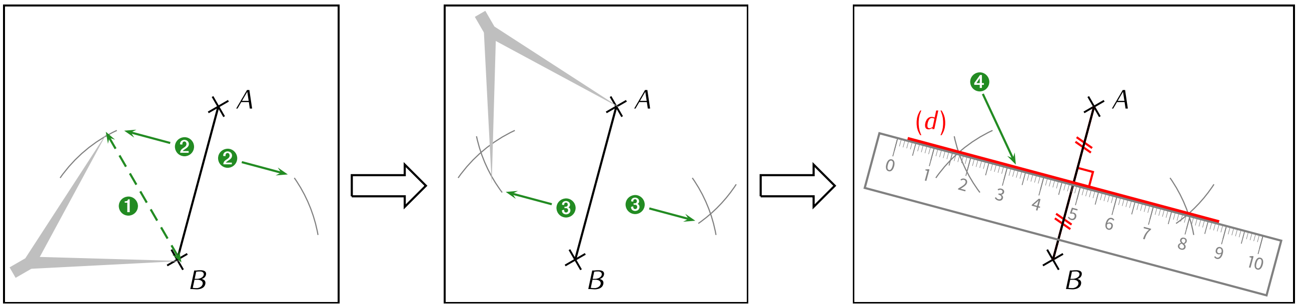
■ **Exercice 2 :** De quel autre segment la droite rouge est-elle la médiatrice ?

Solution : La droite (d) est aussi la médiatrice du segment $[AB]$ et pour la même raison : d'après le codage, (d) passe par le milieu de $[AB]$ et est perpendiculaire à $[AB]$.

Méthode (CONSTRUCTION DE LA MÉDIATRICE D'UN SEGMENT $[AB]$ AU COMPAS)

❶ On ouvre le compas d'une longueur égale à au moins la moitié de AB (AB est l'idéal).
❷ On pique sur l'une des extrémités et on trace un arc de cercle de chaque côté du segment $[AB]$.
❸ On répète l'étape précédente, mais en piquant sur l'autre extrémité et *sans changer l'ouverture du compas*.
❹ Ces 4 arcs de cercle doivent se couper en deux points que l'on relie : c'est la médiatrice ! Si les arcs ne se coupent pas, il faut répéter les étapes 2 et 3 afin de les prolonger.

Illustration :



Exercices de base : 1, 2 p. 95 (IP) + 3, 4 p. 231	Questions Flash : —	À la maison : 12, 13 p. 233

2. Propriétés de la médiatrice

Propriétés (de la médiatrice)

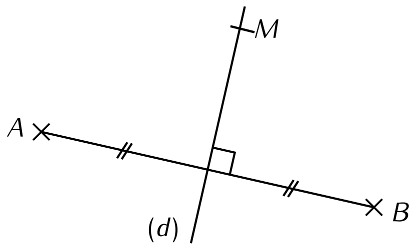
- Si un point se trouve sur la médiatrice d'un segment, alors il est ***équidistant*** (= à égale distance) de ses extrémités ;
- Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il se trouve sur la médiatrice de ce segment.

Rappel

Encore une fois, ce sont des propriétés : il ne faudra pas oublier de faire un schéma DPC pour les utiliser ! ! Voir ci-dessous.

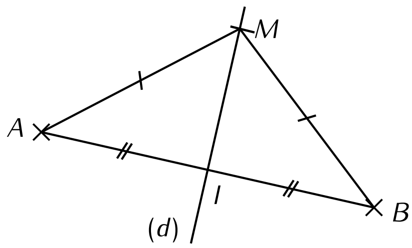
■ **EXERCICE 3 :** On donne la figure ci-contre dans laquelle $M \in (d)$. Prouver que AMB est un triangle isocèle en M.

Solution :
D : (d) est la médiatrice du segment $[AB]$ (d'après le codage).
P : D'après la propriété de la médiatrice, on a :
C : $MA = MB$, donc AMB est un triangle isocèle en M.



■ **EXERCICE 4 :** On donne la figure ci-contre. Prouver que le triangle MIB est rectangle en I.

Solution :
D : $AM = MB$ (d'après le codage) et $AI = IB$ (codage aussi).
P : D'après la propriété de la médiatrice, on a :
C : M et I se trouvent sur la médiatrice sur $[AB]$, donc (MI) est la médiatrice, ce qui entraîne que $(MI) \perp (IB)$ et donc le triangle MIB est rectangle en I.



Exercices de base : —	Questions Flash : —	À la maison : 47 p. 241

Problème ouvert : —	Tâche complexe : 2 p. 242

Chapitre 18

Fractions (calculs)

I — Fraction et quotient (rappels)

Propriété (rappel)

Une fraction est avant tout une division ! Ceci signifie qu'une fraction n'est finalement rien d'autre qu'un nombre que l'on calcule en effectuant le *quotient* du numérateur par le dénominateur.

Exemples :

- *La fraction* $\frac{3}{5}$ *peut s'écrire sous la forme d'un quotient* $3 \div 5$ *et vaut donc* $0,6$.
- *Le quotient de 3 par 4 s'écrit évidemment* $3 \div 4$*, mais peut aussi s'écrire* $\frac{3}{4}$*. Après calcul, il vaut* $\frac{3}{4} = 0,75$.

Remarques

— Certaines fractions ont une écriture décimale exacte : $\frac{3}{4} = 0,75$; $\frac{1}{2} = 0,5$; $\frac{3}{5} = 0,6$; ...

— D'autres fractions n'admettent pas d'écriture décimale exacte (car la division ne s'arrête pas, voir au chapitre n° 16 "Division décimale", p. 43), il faut alors obligatoirement arrondir : $\frac{1}{3} \approx 0,33$; $\frac{6}{7} \approx 0,86$; ...

— RAPPEL (chapitre n° 5 "Les nombres décimaux", p. 16) : Tous les nombres décimaux peuvent s'écrire sous forme d'une fraction (au minimum décimale) :

$$3,8 = \frac{38}{100} \quad ; \quad 20,16 = \frac{2\,016}{100} \quad ; \quad 1,001 = \frac{1\,001}{1\,000} \quad ; \quad \ldots$$

II — Produit d'une fraction par un nombre

Propriété

$$b \times \frac{a}{c} = \frac{a}{c} \times b = \frac{a \times b}{c}.$$

De plus, le mot français « de » se traduit mathématiquement par un « × ».

Remarque

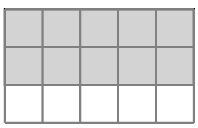
Cette propriété sera énormément utilisée dans la résolution de problèmes.

Exemples :

- *Les* $\frac{2}{3}$ *de 60 € représentent donc* $\frac{2}{3} \times 60 = \frac{2 \times 60}{3} = \frac{120}{3} = 40$ €.
- *Un professeur a fait un contrôle qui a duré les* $\frac{3}{8}$ *de l'heure. Sachant qu'une heure représente 60 minutes, le contrôle a donc duré* $\frac{3}{8} \times 60$ *min* $= \frac{3 \times 60}{8} = \frac{180}{8} = 22,5$ *min, soit 22 min et 30 s.*

■ **Exercice 1 :** Représenter une tablette de chocolat par un rectangle de 15 morceaux, et colorier les 2/3 qu'Adam a mangés. Sachant que cette tablette avait une masse de 90 g, quelle masse a-t-il mangée ?

Solution : Pour dessiner la tablette, on fait 3 lignes de 5 carreaux chacune (car $3 \times 5 = 15$) :



On cherche à calculer les $\frac{2}{3}$ de 90 g : grâce à la propriété, c'est donc $\frac{2}{3} \times 90 = \frac{2 \times 90}{3} = \frac{180}{3} = 180 \div 3 = 60$ g.
Ce sont donc 60 g de la tablette qui ont été mangés par Adam.

On aurait aussi pu faire $90 \div 15 = 6$ g pour un carreau, et donc $6 \times 10 = 60$ g. Cette technique s'appelle le **passage à l'unité** et s'appuie ici sur le dessin pour justifier que 2/3 de la tablette représentent 10 carreaux !

Exemples :

- *Combien de minutes correspondant à une évaluation qui a duré les $\frac{2}{5}$ de l'heure de maths ?*

  Solution : $\frac{2}{5} \times 60$ *min* $= \frac{2 \times 60}{5} = \frac{120}{5} = 120 \div 5 = 24$ *minutes.*

- *Un article coûte* 28 €*. En raison d'un défaut, il est vendu à $\frac{2}{7}$ de son prix. Quel sera son nouveau prix ?*

  Solution : $\frac{2}{7} \times 28$ € $= \frac{2 \times 28}{7} = \frac{56}{7} = 56 \div 7 = 8$ €.

- *Lors d'une épreuve où* 104 *sportifs étaient inscrits, $\frac{3}{8}$ d'entre eux étaient des femmes. Combien y avait-il d'hommes ?*

  Solution : $\frac{3}{8} \times 104$ € $= \frac{3 \times 104}{8} = \frac{312}{8} = 312 \div 8 = 39$ *femmes, et par conséquent* $104 - 39 = 65$ *hommes.*

À la calculatrice

Pour calculer une fraction d'une quantité, par exemple $\frac{3}{8} \times 20$, on fait : [3] [▭/▭] [8] [▶] [×] [2] [0] [=].

La calculatrice affiche alors $\frac{15}{2}$. C'est en appuyant sur [S⇔D] que l'on obtient alors $7,5$.

Exercices de base : 51, 52 p. 43	Questions Flash : 73, 74, 76 p. 46	À la maison : 53 à 59 p. 45 + 63, 66, 68 p. 45 (pb)

III — Calcul d'un pourcentage

Définition

Sur un pot de compote, on lit « 70% de fruits » (70 pourcents). Cela signifie qu'il y a 70 g de fruits pour 100 g de compote. Il s'agit d'une situation de proportionnalité car si le pot de compote pèse 200 g (donc $\times 2$), on sait qu'il y aura 140 g de fruits ($\times 2$).

Propriété

L'expression française « p% de x » se traduit mathématiquement par le calcul :

$$\frac{p}{100} \times x.$$

■ **Exercice 2 :** Pour un pot de compte de 125 g, quelle sera la quantité de fruits ?

Solution : Il s'agit de calculer « 70% de 125 g ». En appliquant la formule ci-dessus, on trouve alors :

$$\frac{70}{100} \times 125 = 0,7 \times 125 = 87,5.$$

Dans un pot de 125 g de compote, il y a donc 87,5 g de fruits.

■ **Exercice 3 :** Lors des soldes d'hiver, un manteau affiché à 199 € porte une étiquette « -30% ». Calcule son prix pendant les soldes.

Solution : Il faut d'abord calculer la réduction : $\frac{30}{100} \times 199 = 0,3 \times 199 = 59,7(0)$ €.
Il faut maintenant encore déduire cette réduction du prix initial : $199 - 59,7 = 139,3$.

Le manteau coûte donc $139,30$ € pendant les soldes d'hiver.

Exercices de base : —	Questions Flash : —	À la maison : 60, 62 p. 44 + 69, 70, 71 p. 45 (pb)

Problème ouvert : —	Tâche complexe : 2 p. 50

PÉRIMÈTRES & AIRES

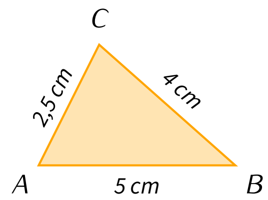
I — Calculs de périmètre

1. Définition

Définition (rappel du chapitre n° 6 "Le cercle", p. 19)

Le <u>périmètre</u> d'une figure est la mesure de son contour, et uniquement de son contour.

Exemple : On veut calculer le périmètre du triangle suivant :



<u>Solution</u> : $\mathscr{P}_{ABC} = 5 + 4 + 2,5 = 11,5$ cm.

Pour les figures particulières, on utilisera plutôt des formules qui nous permettront de calculer plus vite.

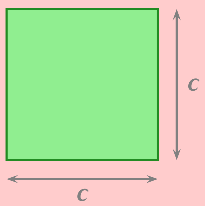
Exercices de base : 4, 5 p. 167	Questions Flash : –	À la maison : 6 à 10 p. 168

2. Formules

Voici les formules de périmètres des quadrilatères particuliers (qui ne fonctionnent *que* pour ces quadrilatères… pour les autres figures, il faut utiliser la définition ci-dessus) :

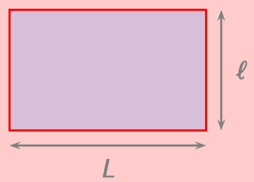
Formules de périmètre

Carré (rappel)



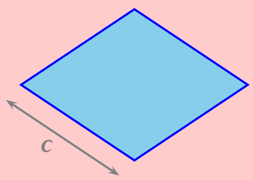
$\mathscr{P} = 4 \times c$

Rectangle (rappel)

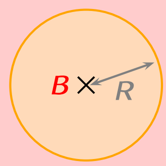


$\mathscr{P} = 2 \times (L + \ell) = 2 \times L + 2 \times \ell$

Losange



$\mathscr{P} = 4 \times c$



$\mathscr{P} = 2 \times \pi \times R$

Pour rappel, voici un tableau de conversion qui sera très utile dans nos problèmes :

Les préfixes	kilo	hecto	déca	**unité principale**	déci	centi	milli
Longueurs	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
2,5 m				2 ,	5	0	0
12,3 dm				1	2 ,	3	0
265 cm				2	6	5	0
1 500 mm				1	5	0	0

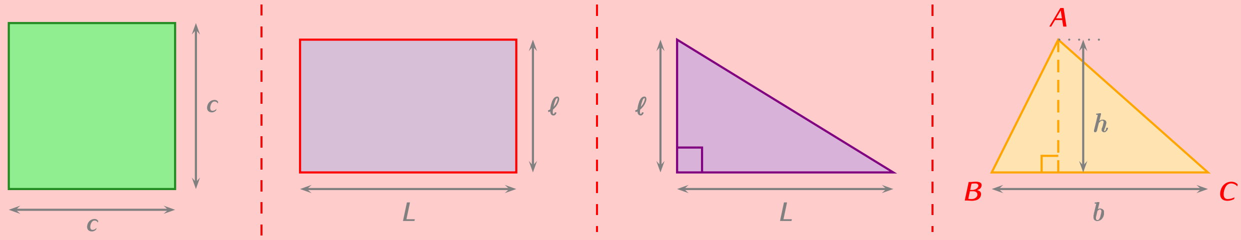
Exercices de base : 1, 2 p. 165	Questions Flash : 38, 39, 40, 42, 43 p. 174	À la maison : 11, 12, 15, 16, 17 p. 168

II — Calculs d'aire

1. Polygones

Formules d'aire

Carré | Rectangle | Triangle rectangle | Triangle quelconque



$\mathscr{A} = c \times c$ | $\mathscr{A} = L \times \ell$ | $\mathscr{A} = L \times \ell \div 2$ | $\mathscr{A} = b \times h \div 2$

Définition

Dans l'illustration du triangle quelconque, le segment en pointillés (celui avec l'angle droit) est appelé hauteur issue de A ou hauteur relative à $[BC]$: c'est la droite passant par A et perpendiculaire à (BC).

Remarques

— Puisqu'il existe trois sommets dans un triangle, on peut tracer trois hauteurs. Par conséquent, on peut appliquer de trois façons différentes la formule de l'aire dans un triangle ! On essaye de toujours choisir comme base un segment "droit" !

— Pour un triangle rectangle, la formule générale du triangle quelconque est évidemment toujours valable, mais plus simple car la base et la hauteur sont en fait les deux côtés de l'angle droit.

Définitions

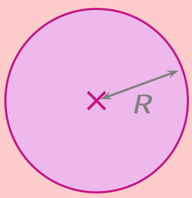
Lorsque les longueurs de l'énoncé sont en cm, l'unité naturelle d'aire sera le centimètre carré, noté cm². 1 cm² correspond donc à l'aire d'un carré de coté 1 cm.

De la même manière, 1 dm² désignera l'aire d'un carré de 1 dm de côté, 1 dam² désignera l'aire d'un carré de 1 dam de côté, etc.

Exercices de base : 18, 19, 27 p. 134	Questions Flash : 8 p. 131 + 45 p. 136	À la maison : 9, 10, 11 p. 131 + 46, 47 p. 136

2. Disque

Formule d'aire



$\mathscr{A} = \pi \times R \times R$

Exemple : On va calculer l'aire d'un disque de rayon 3 cm puis celle d'un disque de diamètre 2 km, en arrondissant les réponses au dixième :

$\mathscr{A}_1 = \pi \times R \times R$ ⟵ *on recopie la formule*

$\mathscr{A}_1 = \pi \times 3 \times 3$ ⟵ *on remplace par le rayon*

$\mathscr{A}_1 = 9\pi$ ⟵ *on tape la calcul à la calculatrice et on écrit ce qu'elle affiche*

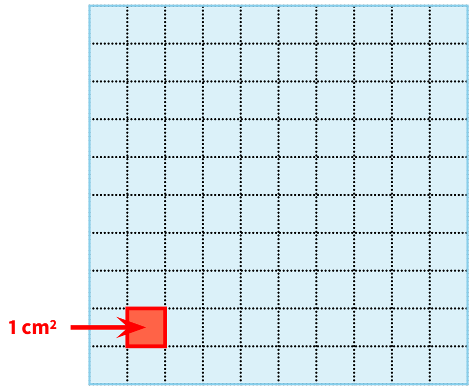
$\mathscr{A}_1 \approx 28,\underline{3}\,\text{cm}^2$ ⟵ *on appuie sur* S⇔D*, on arrondit (symbole ≈) et on écrit le résultat (sans oublier l'unité)*

Pour l'autre disque, attention à bien déterminer le rayon avant : $R = D \div 2 = 2 \div 2 = 1$ km, donc $\mathscr{A}_2 = \pi \times R \times R = \pi \times 1 \times 1 = \pi$ km$^2 \approx 3,1$ cm^2.

Exercices de base : —	Questions Flash : 68 p. 192	À la maison : 32 à 36 p. 187 + 76 p. 195 (pb)

III — Conversions d'aires

On considère la figure suivante (réalisée à l'échelle 1 :2, voir chapitre n° 12 "Proportionnalité" p. 34 pour le mot « échelle ») :



L'aire du grand carré bleu est de 1 dm² (car c'est un carré de 1 dm de côté), mais aussi 100 cm² (grâce au quadrillage tous les cm). Autrement dit : **1 dm² = 100 cm²**.
De la même manière, on aura aussi : **1 m² = 100 dm²** ; **1 dam² = 100 m²** ; etc.

Remarque

N'oublions pas les unités spéciales d'aires qui existent surtout en agriculture : l'**are** (**1 a = 1 dam² = 100 m²**) et l'**hectare** (**1 ha = 1 hm² = 100 a = 10 000 m²**).

■ **Exercice 1 :** Combien y a-t-il de mm² (donc de tous petits carrés de côté 1 mm) dans le carré rouge ? dans le carré bleu ?

Solution : La carré rouge est un carré de 1 cm = 10 mm de côté. Il contient donc 10 lignes de 10 petits carrés d'1 mm de coté chacune, donc 100 mm² : **1 cm² = 100 mm²**.

Le carré bleu contient 100 carrés rouges qui font chacun 100 mm², donc le carré bleu fait $100 \times 100 = 10\,000$ mm^2. On a donc : **1 dm² = 10 000 mm²**.

Les changements d'unités d'aire pourront donc se faire comme pour les longueurs, à la différence que chaque unité sera divisée en deux colonnes :

km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	
									1	0	0		
							1	0	0				
			0	0	3	1	4	1	0				
							1,	6	2	0	0		

On lit dans ce tableau que 1 dm² = 100 cm² ; 1 m² = 100 dm². L'aire dans la dernière ligne peut s'écrire :

314,1 m² ou 31 410 dm² ou 3 141 000 cm², ou encore 3,141 dam² ou 0,031 41 hm².

La dernière ligne sera utilisée pour nous aider à répondre au premier piège sur les aires (au paragraphe suivant).

ATTENTION !!!

En déplaçant la virgule, il faut toujours qu'elle arrive *à la fin* de la colonne de l'unité à atteindre !

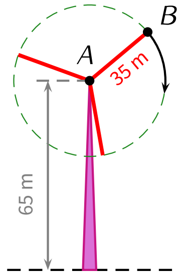
Exercices de base : 1, 2 p. 181	Questions Flash : 66 p. 192	À la maison : 9 à 16 p. 183

IV — Pièges

■ **Exercice 2 :** Une table rectangulaire a une largeur de 90 cm et une longueur de 1,80 m. Combien mesure sa surface, en cm² puis en m² ?

> Solution : Piège → garder les unités actuelles et faire $90 \times 1,8 = 162$!
> Réponse → 16 200 cm² ou 1,62 m².

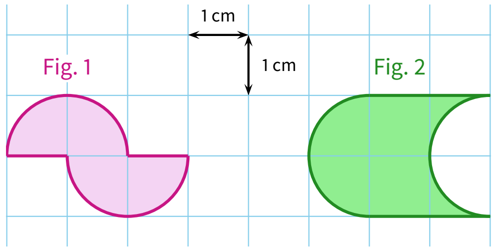
■ **Exercice 3 :** Voici le schéma d'une éolienne.



1. Quelle distance va parcourir une mouche collée au point B ?
2. Quelle est la surface d'air balayée par la pale $[AB]$ en un tour ?

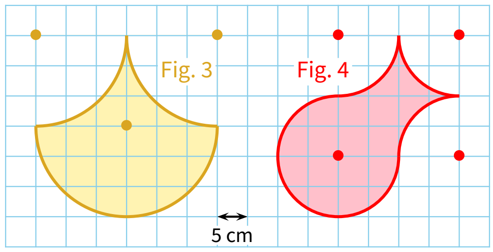
> Solution :
> Piège → avoir oublié la notion de périmètre et oublier de mettre les phrases de conclusion…
> Réponses → 1. environ 219,8 m   2. environ 3 846,5 m².

■ **Exercice 4 :** Calculer l'aire et le périmètre des figures suivantes, arrondies si nécessaire au centième.



> Solution :
> Piège → ne pas « décomposer » la figure pour les périmètres.
> Réponse → $\mathscr{A}_1 \approx 3,14$ cm², $\mathscr{P}_1 \approx 8,28$ cm ; $\mathscr{A}_2 = 4$ cm² et $\mathscr{P}_2 \approx 10,28$ cm.

■ **Exercice 5 :** Calculer l'aire et le périmètre des figures suivantes, arrondies si nécessaire au centième (les centres des arcs de cercle ont été matérialisés par des •).



> Solution :
> Piège → ici, un carreau fait 5 cm de coté…
> Réponses → $\mathscr{A}_3 \approx 450$ cm², $\mathscr{P}_3 \approx 94,2$ cm ; $\mathscr{A}_4 = 400$ cm² et $\mathscr{P}_4 = 6 \times \dfrac{2 \times \pi \times 10}{4} = 30\pi \approx 94,25$ cm.

Exercices de base : 20, 21 p. 185	Questions Flash : —	À la maison : 37 à 39 p. 187

Problème ouvert : —	Tâche complexe : 1 p. 196

Volumes

Chapitre 20

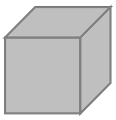
I — Unités de volume

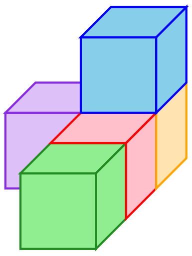
Définitions

Le volume d'un solide, généralement noté $\mathscr{V}$, est la mesure de l'espace contenu dans ce solide. Le volume peut s'exprimer grâce à des cubes mais aussi grâce à un liquide (comme de l'eau) que l'on peut verser dedans : c'est alors plutôt une capacité (voir chapitre n° 21 "Grandeurs & mesures", p. 57).

Exemple : Le solide en couleur ci-dessous a un volume égal à 5 unités :

1 unité



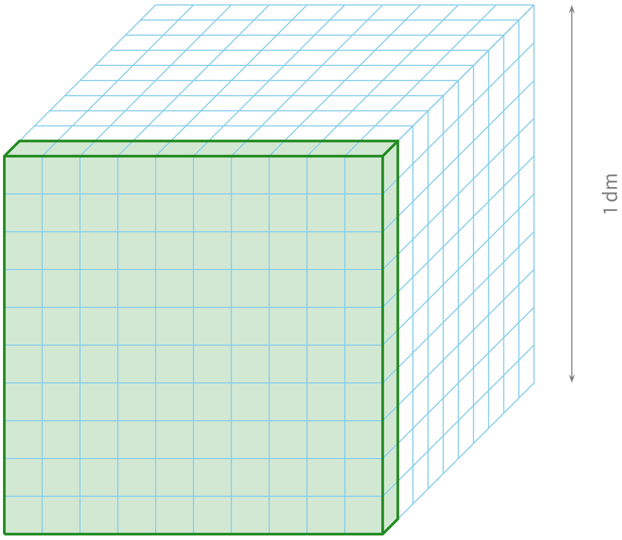


Définition

Un centimètre cube (noté cm³) est le volume d'un cube d'un cm de côté. De même, un cube d'un m de côté aura un volume égal à 1 m³ ; etc.

Remarque

Comme pour les aires, on va pouvoir lier les différentes unités de volume qui existent (échelle 1 :2) :



Ce cube de 1 dm de côté a un volume logiquement égal à 1 dm³ (c'est la définition…)

En divisant chaque arête du cube par 10, on fait apparaître 10 cubes d'un cm de côté sur la longueur, 10 sur la largeur et 10 sur la hauteur, c'est-à-dire $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ cubes d'un cm de côté, ayant chacun un volume de 1 cm³ (toujours par définition…), donc un volume total de 1 000 cm³.

On en déduit que **$1\text{ dm}^3 = 1\,000\text{ cm}^3$**.

Autrement dit, il y a aura un décalage de 3 chiffres entre deux unités *de volumes* qui se suivent, donnant ainsi le tableau de conversions du paragraphe suivant.

Exercices de base :	Questions Flash :	À la maison :
–	–	51 p. 190

II — Tableau de conversions

Suite à une petite expérience que tout bon professeur de physique-chimie montrerait à ses élèves, on peut verser à la goutte près une brique d'un litre de lait dans un cube d'un décimètre de côté, ce qui nous donne la relation

$$\boxed{1\text{ L} = 1\text{ dm}^3}$$

et nous permet de compléter le tableau en y mettant ensemble les unités classiques de volumes et celles des capacités (la dernière ligne servira à nous aider pour trouver la réponse au prochain exercice) :

Volumes	km³			hm³			dam³			m³			dm³			cm³			mm³		
Capacités												kL	hL	daL	L	dL	cL	mL			
															1	0	0	0			
											5	0	0	0	0	0	0	0			

Exemples :

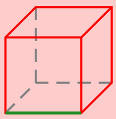
1. *Une petite salle de classe peut contenir 50 cubes d'un mètre de côté (soit 50 m³ : 5 en longueur, 4 en largeur et 2,5 en hauteur). Cela représente donc 50 000 000 cm³, mais aussi 50 000 briques d'un litre de lait !*
2. *Justement, 1 L de lait est donc équivalent à 1 000 mL ou encore 1 000 cm³.*

Exercices de base : —	Questions Flash : —	À la maison : 43 à 50 p. 190

III — Calculs de volume

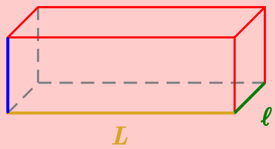
Formules de volume

Cube



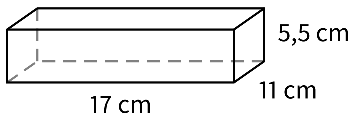
$\mathscr{V} = c \times c \times c$

Parallélépipède (ou pavé droit)



$\mathscr{V} = L \times \ell \times h$

■ **Exercice 1 :** Une boîte a pour dimensions 11 cm de largeur, 17 cm de longueur et 5,5 cm de hauteur.

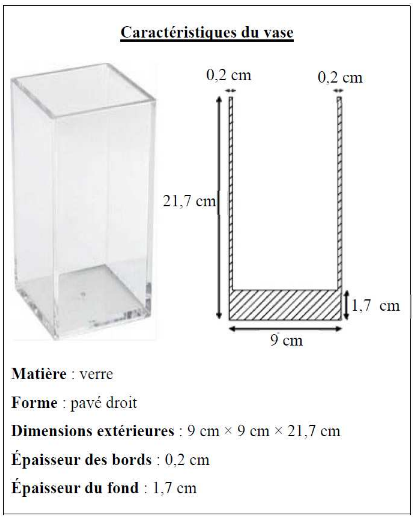


1. Calculer son volume en cm³ puis en dm³.
2. Sachant que cette boîte contenait 180 morceaux de sucre, calculer le volume approximatif d'un sucre.

Solution :

1. $\mathscr{V}_{\text{boîte}} = 17 \times 11 \times 5,5 = 1\,028,5$ cm³ ou $1,028\,5$ dm³.
2. $1\,028,5 \div 180 \approx 5,71$ cm³, donc un sucre a un volume approximatif de 6 cm³.

■ **Exercice 2 (adapté du brevet 2016) :** Quel volume d'eau peut contenir ce vase, sachant que le fond est un carré ?



Solution : Il faut commencer par déterminer les dimensions intérieures du vase :

$$L = 9 - 0,2 - 0,2 = 8,6 \text{ cm},$$
$$\ell = L = 8,6 \text{ cm},$$
$$h = 21,7 - 1,7 = 20 \text{ cm}.$$

Il suffit alors d'appliquer la formule du volume : $\mathscr{V}_{\text{vase}} = 8,6 \times 8,6 \times 20 = 1\,479,2$ cm³, ou encore $1,479\,2$ dm³, soit $1,479$ L.

Exercices de base : —	Questions Flash : 70, 71 p. 192	À la maison : 52 à 55 p. 190 + 57, 58, 60 p. 191 + 80 p. 195 (pb)

Problème ouvert : —	Tâche complexe : 1 p. 136 + 2 p. 196

Chapitre 21

GRANDEURS & MESURES

I — Masses et capacités

Définitions

Une masse permet de peser un objet, elle s'exprime en grammes, notés g. Une capacité (ou volume) permet de mesurer la contenance d'un objet (combien d'eau dedans) et s'exprime en litres, notés L.

Ces masses et capacités se convertissent de la même manière que les longueurs :

Les préfixes	kilo	hecto	déca	unité principale	déci	centi	milli
Longueurs	km	hm	dam	**m**	dm	cm	mm
Masses	kg	hg	dag	**g**	dg	cg	mg
Capacités	kL	hL	daL	**L**	dL	cL	mL
		9	8	**7**	6	5	

■ **EXERCICE 1 :** Recopier et compléter les égalités suivantes en se servant des chiffres de la dernière ligne du tableau :
- ◇ 98 765 cL = ... mL = ... L = ... daL = ... kL,
- ◇ 98,765 dag = ... g,
- ◇ 9 876,5 dg = ... hg.

Solution :
- ◇ 98 765 cL = 987 650 mL = 987,650 L = 98,765 daL = 0,987 65 kL,
- ◇ 98,765 dag = 987,65 g,
- ◇ 9 876,5 dg = 9,876 5 hg.

On rappelle simplement que pour passer d'une unité à une autre *plus petite*, on décale la virgule vers la droite; par contre pour passer d'une unité à une unité *plus grande*, on déplace la virgule vers la gauche. Dans tous les cas, la virgule se place toujours **à la fin de la colonne de l'unité à atteindre** !

Remarques

— La masse est souvent confondue avec le *poids* dans le langage courant. En sciences, ce n'est pas la même chose : la masse permet de peser un objet; le poids correspond à la force nécessaire pour le soulever...

— On rappelle qu'un volume ne s'exprime pas forcément en L, mais aussi en m^3 (ou autres...) en utilisant la relation 1 L = 1 dm^3.

Exercices de base : –	Questions Flash : –	À la maison : 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9 p. 25 (IP)

II — Durées

Définition

Une durée s'exprime en secondes, notées s. Il existe d'autres unités de durée : dixième de seconde (sport), min et h par exemple.

Tous les problèmes de durée que l'on va rencontrer pourront toujours se résumer par le schéma suivant, en passant éventuellement par une ou plusieurs "heures" intermédiaires (voir l'exercice ci-dessous) :

$$\text{Heure de début} \xrightarrow{+\ \text{durée}} \text{Heure de fin}$$

Trois cas peuvent alors se présenter :

<u>Cas n°1</u> (on connaît l'heure de début et la durée) : On calcule la *somme* de l'heure de début avec la durée pour trouver l'heure de fin.

<u>Cas n°2</u> (on connaît l'heure de début et l'heure de fin) : On calcule alors la *différence* de l'heure de fin par celle de début pour trouver la durée.

<u>Cas n°3</u> (on connaît la durée et l'heure de fin) : On calcule alors la *différence* de l'heure de fin par la durée pour trouver l'heure de début.

Méthode (CALCULER UNE DURÉE)

Il suffit de refaire le schéma ci-dessus en y intercalant des heures rondes. Dans le cas n°3, il est conseillé de partir de la fin et de faire les flèches dans l'autre sens !

■ **EXERCICE 2 :** Voici trois problèmes à résoudre. Pour chacun d'entre eux, identifier le cas et faire un schéma pour trouver la réponse.

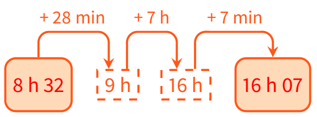
a) Albert arrive au collège le lundi matin à 8 h 32 et repart l'après-midi à 16 h 07.
Combien de temps est-il resté au collège ?

b) Bernard a pris son vélo et a roulé pendant 1 h 35. Lorsqu'il est rentré, il était 14 h 11 sur son portable.
À quelle heure était-il parti ?

c) Une évaluation a commencé à 9 h 43. Charles a travaillé dessus pendant 29 minutes.
À quelle heure a-t-il terminé ?

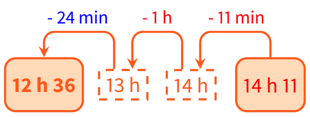
<u>Solution</u> :

a) C'est le cas n°2 :



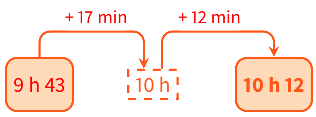
Calcul : 28 min + 7 min = 35 min.
Albert est donc resté 7 h 35 min au collège.

b) C'est le cas n°3 :



Calcul : 35 min = 24 min + 11 min.
Bernard est donc parti de chez lui à 12 h 36.

c) C'est le cas n°1 (forcément...) :



Calcul : 17 min + 12 min = 29 min.
Charles a donc arrêté de travaillé sur l'évaluation à 10 h 12.

Exercices de base : 69, 70 p. 91	Questions Flash : 102 p. 94	À la maison : 71 à 86 p. 92 + 114 p. 97 (pb)

Problème ouvert : —	Tâche complexe : 2 p. 76 (longueurs) + 1 p. 98 (durées)

SYMÉTRIE & FIGURES USUELLES

Chapitre 22

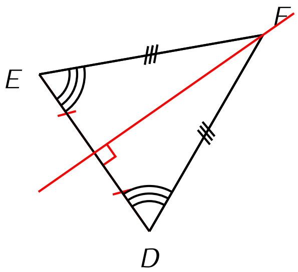
I — Triangles

Propriétés

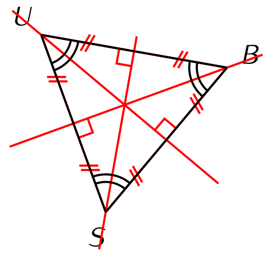
- Un triangle isocèle a un seul axe de symétrie : la médiatrice de sa base.
- Un triangle équilatéral a trois axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

Exemples : Les axes de symétrie sont dessinés en rouge sur les illustrations suivantes :

Triangle isocèle



Triangle équilatéral



II — Quadrilatères

Propriétés

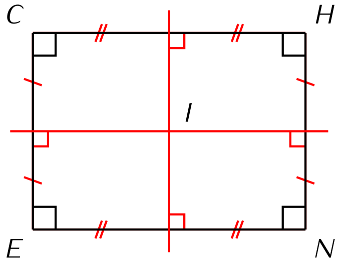
- Un rectangle a deux axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.
- Un losange a deux axes de symétrie : ses diagonales.
- Un carré a quatre axes de symétrie : ses diagonales ainsi que les médiatrices de ses côtés.

Remarque

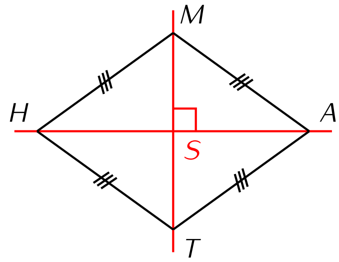
Les diagonales d'un rectangle **ne sont pas** des axes de symétrie : construire un rectangle et le découper, repasser sur l'une des diagonales en rouge et essayer de le plier selon ce segment rouge ; on observe que le rectangle ne se superpose pas sur lui-même !!

Exemples : Les axes de symétrie sont dessinés en rouge sur les illustrations suivantes :

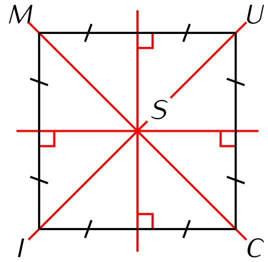
Rectangle



Losange



Carré



Exercices de base : —	Questions Flash : —	À la maison : —

Problème ouvert : —	Tâche complexe : —

STATISTIQUES

Chapitre 23

I — Tableau d'effectifs

Définition

Un tableau d'effectifs permet d'organiser et de regrouper les données afin de les lire plus facilement : on compte le nombre de fois qu'apparaît chaque valeur.

■ **EXERCICE 1 :** Voici le tableau des médailles obtenues par les six premières nations lors des JO de Pékin :

Compléter ce tableau puis répondre aux questions suivantes :

1. Qui a remporté le plus de médailles ? les U.S.A.
2. Qui a remporté le plus de médailles d'or ? la Chine
3. Qui a remporté le plus de médailles d'argent ? les U.S.A.
4. Qui a remporté le moins de médailles de bronze ? l'Espagne
5. Combien les pays européens de ce classement ont-ils remporté de médailles en tout ? $40 + 18 = 58$

	Or	Argent	Bronze	Total
Chine	51	21	28	100
U.S.A.	36	38	36	110
Russie	23	21	28	72
France	7	16	17	40
Espagne	5	10	3	18
Suisse	2	0	4	6

Définition

Le tableau ci-dessus est appelé tableau à double entrée car il permet de présenter deux grandeurs : pays + type de médailles. On aurait pu choisir genre (fille ou garçon) + niveau...

Exercices de base : 1 p. 139

Questions Flash : 52 p. 156

À la maison : 1 à 10 p. 141

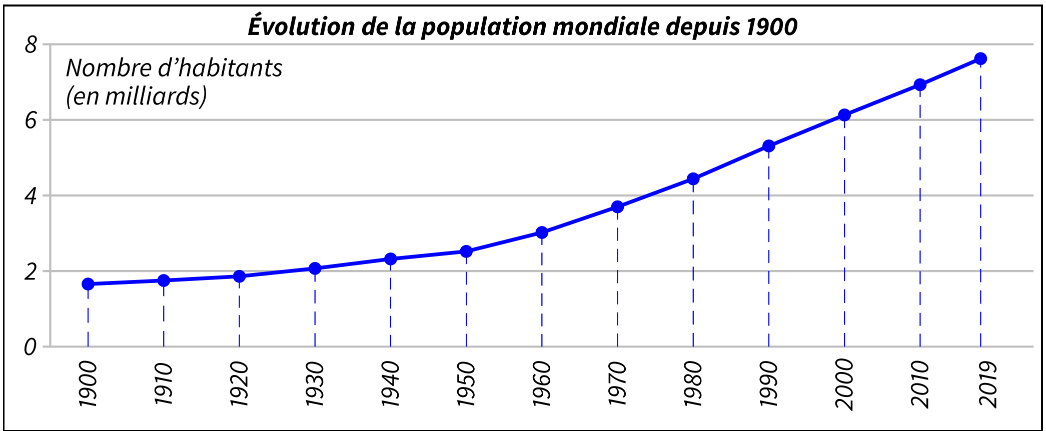
II — Représentations graphiques

1. Graphique cartésien

Définition

Dans un graphique cartésien, on représente une grandeur en fonction d'une autre à l'aide d'une courbe. En classe de 6^{e}, nous ne ferons que de la lecture graphique sur ce type de représentation.

Exemple : Voici un graphique (cartésien) donnant l'évolution de la population mondiale depuis 1900 :



■ **EXERCICE 2 :** À l'aide du graphique ci-dessus, répondre aux questions suivantes :

1. Quelle était la population mondiale approximative en 1930 ? environ 2 milliards d'habitants
2. Quelle était la population mondiale approximative en 2000 ? environ 6 milliards d'habitants
3. Vers quelle année a-t-on dépassé les 3 milliards d'habitants ? vers 1960
4. Quelqu'un a-t-il une idée de la population mondiale en 2050 ?
   Tout dépend de la vitesse d'évolution. Les statisticiens étudient trois variantes : la basse donne 8, 753 milliards, la moyenne donne 9, 771 milliards et la haute donne 10, 849 milliards en moyenne !
   (source : `https://fr.wikipedia.org/wiki/Population_mondiale`)

Exercices de base : 20, 21 p. 145	**Questions Flash :** –	**À la maison :** 22 à 30 p. 147

2. Diagramme en bâtons

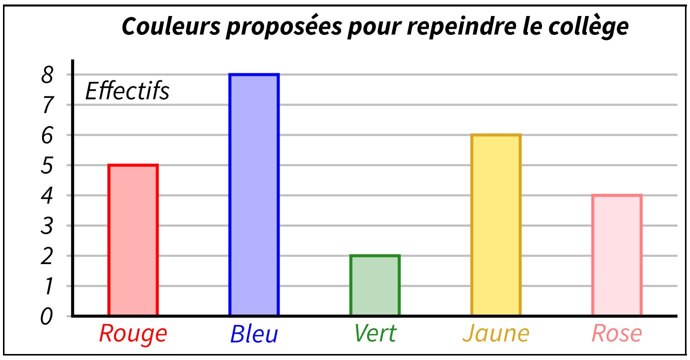
Définition

Dans un diagramme en bâtons, la hauteur de chaque bâton est proportionnelle à l'effectif de la valeur qu'il représente.

Exemple :
On a demandé à des élèves au hasard de quelle couleur ils voudraient que le collège soit repeint. Voici les résultats :

Couleur	*Rouge*	*Bleu*	*Vert*	*Jaune*	*Rose*
Effectif	5	8	2	6	4

Voici le diagramme en bâtons correspondant à cette statistique :



Remarques

— Dans un tel diagramme, la largeur des bâtons n'a pas d'importance, il faut juste qu'ils ne soient pas collés les uns aux autres, sinon on appelle cela un **histogramme**…

— En revanche, ce qui est obligatoire **pour tous les graphiques**, c'est de mettre un titre et d'identifier chaque partie dessinée (c'est-à-dire qui sur le dessin correspond à qui dans la réalité) : on doit pouvoir comprendre une représentation graphique sans avoir le tableau d'effectifs sous les yeux !

■ **EXERCICE 3 :** À l'aide du diagramme ci-dessus, répondre aux questions suivantes :

1. Quel était le nombre total d'élèves interrogés ? $5+8+2+6+4=25$ élèves
2. De quelle couleur sera repeint le collège ? apparemment en bleu…
3. Combien d'élèves ont choisi le rouge ou le rose ? $5+4=9$ élèves

Exercices de base : 39 p. 152	**Questions Flash :** 53 p. 156	**À la maison :** 41, 44 p. 153 + 47 p. 154

3. Diagramme circulaire/semi-circulaire

Définition

Dans un diagramme circulaire (ou diagramme semi-circulaire), chaque valeur est représentée par une part de disque (ou demi-disque) proportionnelle à son effectif.

Exemple : La famille d'un élève dépense 1 200 € chaque mois, selon les proportions suivantes :

Type	*Logement*	*Transport*	*Nourriture*	*Vêtements*	*Énergie*	*Loisirs*	*Total*
Dépense	*20 %*	*15 %*	*40 %*	*7 %*	*11 %*	*7 %*	*100 %*
Angle	*72°*	*54°*	*144°*	*25°*	*40°*	*25°*	*360°*

$\times 3,6$

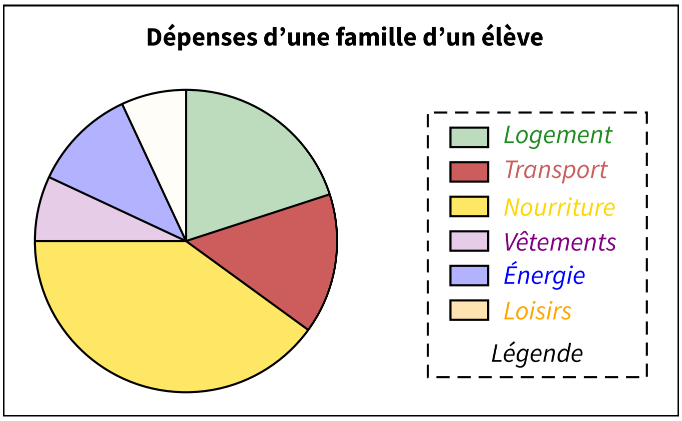
Remarque

Pour l'explication du lien permettant de passer d'une ligne à l'autre, on se référera au chapitre n° 12 "Proportionnalité", p. 33.

Méthode (construire un diagramme circulaire)

❶ On complète le tableau des pourcentages en y ajoutant une ligne « Angles » et une colonne « TOTAL ».
❷ On trace un cercle (quelle que soit sa taille) et un premier rayon *vertical* ;
❸ On construit l'angle pour la 1re catégorie du tableau (ici "Logement") : cela donne un 2e rayon ;
❹ À partir de ce nouveau rayon, on trace l'angle correspondant à la catégorie suivante ; on répète les étapes 3 et 4 jusqu'à l'avant-dernière catégorie ;
❺ L'angle restant doit correspondre à la mesure de la dernière catégorie (ici 25° pour les "Loisirs").
❻ On n'oublie pas d'identifier chaque partie, apr exemple à l'aide d'une légende, ainsi que le titre !

Exemple : On a tracé le diagramme circulaire qui correspond au tableau de l'exemple ci-dessus :



Remarques

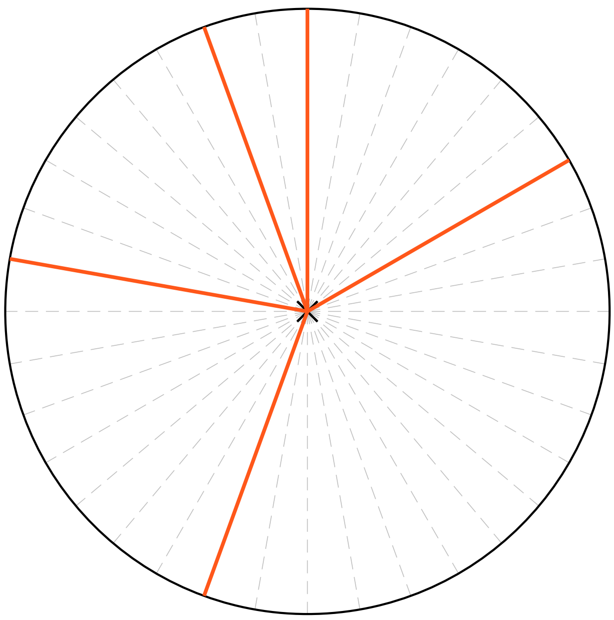
— Pour ce graphique, encore plus que pour les autres, il faut impérativement dire « qui est qui », soit en écrivant dans les portions, soit en écrivant à l'extérieur des portions (on peut aussi faire un mix des deux), ou alors on choisit de faire une légende comme ici. D'autres informations peuvent évidemment apparaitre, comme les pourcentages à l'intérieur des portions ou à côté des catégorie dans la légende, mais ce n'est pas obligatoire.

— Il n'y aura pas toujours les % dans le tableau, on ne pourra donc pas toujours utiliser le lien "pourcent $\times 3,6 =$ angle". Si ce sont les effectifs qui sont donnés, le total sera fait de sorte qu'un lien vers les angles puisse facilement être trouvé (par exemple, si le total des effectifs vaut 120, alors on fera $120 \times 3 = 360$ pour passer à la ligne des angles.

■ **Exercice 4 :** Dans un club, la répartition des sports est la suivante :

1. Complète le tableau ci-dessus.
2. Complète *au mieux* le diagramme circulaire ci-dessous correspondant à cette répartition, sachant qu'il est gradué tous les 10° (= deux traits en pointillés qui se suivent forment un angle de 10°) :

Sport	Basket	Foot	Hand	Rugby	Volley	Total
Nombre	15	35	20	15	5	90
Angle (en °)	60	140	80	60	20	360



Exercices de base : 40 p. 152

Questions Flash : —

À la maison : 42, 43 p. 153 + 50 p. 155 + 58 p. 159 (pb)

Problème ouvert : —

Tâche complexe : 1, 2 p. 160

Tables de multiplication

Annexe A

Table de 1 :	***Table de 2 :***	***Table de 3 :***	***Table de 4 :***	***Table de 5 :***
$1 \times 0 = 0$ $1 \times 1 = 1$ $1 \times 2 = 2$ $1 \times 3 = 3$ $1 \times 4 = 4$ $1 \times 5 = 5$ $1 \times 6 = 6$ $1 \times 7 = 7$ $1 \times 8 = 8$ $1 \times 9 = 9$ $1 \times 10 = 10$	$2 \times 0 = 0$ $2 \times 1 = 2$ $2 \times 2 = 4$ $2 \times 3 = 6$ $2 \times 4 = 8$ $2 \times 5 = 10$ $2 \times 6 = 12$ $2 \times 7 = 14$ $2 \times 8 = 16$ $2 \times 9 = 18$ $2 \times 10 = 20$	$3 \times 0 = 0$ $3 \times 1 = 3$ $3 \times 2 = 6$ $3 \times 3 = 9$ $3 \times 4 = 12$ $3 \times 5 = 15$ $3 \times 6 = 18$ $3 \times 7 = 21$ $3 \times 8 = 24$ $3 \times 9 = 27$ $3 \times 10 = 30$	$4 \times 0 = 0$ $4 \times 1 = 4$ $4 \times 2 = 8$ $4 \times 3 = 12$ $4 \times 4 = 16$ $4 \times 5 = 20$ $4 \times 6 = 24$ $4 \times 7 = 28$ $4 \times 8 = 32$ $4 \times 9 = 36$ $4 \times 10 = 40$	$5 \times 0 = 0$ $5 \times 1 = 5$ $5 \times 2 = 10$ $5 \times 3 = 15$ $5 \times 4 = 20$ $5 \times 5 = 25$ $5 \times 6 = 30$ $5 \times 7 = 35$ $5 \times 8 = 40$ $5 \times 9 = 45$ $5 \times 10 = 50$
Table de 6 :	***Table de 7 :***	***Table de 8 :***	***Table de 9 :***	***Table de 10 :***
$6 \times 0 = 0$ $6 \times 1 = 6$ $6 \times 2 = 12$ $6 \times 3 = 18$ $6 \times 4 = 24$ $6 \times 5 = 30$ $6 \times 6 = 36$ $6 \times 7 = 42$ $6 \times 8 = 48$ $6 \times 9 = 54$ $6 \times 10 = 60$	$7 \times 0 = 0$ $7 \times 1 = 7$ $7 \times 2 = 14$ $7 \times 3 = 21$ $7 \times 4 = 28$ $7 \times 5 = 35$ $7 \times 6 = 42$ $7 \times 7 = 49$ $7 \times 8 = 56$ $7 \times 9 = 63$ $7 \times 10 = 70$	$8 \times 0 = 0$ $8 \times 1 = 8$ $8 \times 2 = 16$ $8 \times 3 = 24$ $8 \times 4 = 32$ $8 \times 5 = 40$ $8 \times 6 = 48$ $8 \times 7 = 56$ $8 \times 8 = 64$ $8 \times 9 = 72$ $8 \times 10 = 80$	$9 \times 0 = 0$ $9 \times 1 = 9$ $9 \times 2 = 18$ $9 \times 3 = 27$ $9 \times 4 = 36$ $9 \times 5 = 45$ $9 \times 6 = 54$ $9 \times 7 = 63$ $9 \times 8 = 72$ $9 \times 9 = 81$ $9 \times 10 = 90$	$10 \times 0 = 0$ $10 \times 1 = 10$ $10 \times 2 = 20$ $10 \times 3 = 30$ $10 \times 4 = 40$ $10 \times 5 = 50$ $10 \times 6 = 60$ $10 \times 7 = 70$ $10 \times 8 = 80$ $10 \times 9 = 90$ $10 \times 10 = 100$
Table de 11 :	***Table de 12 :***	***Table de 13 :***	***Table de 14 :***	***Table de 15 :***
$11 \times 0 = 0$ $11 \times 1 = 11$ $11 \times 2 = 22$ $11 \times 3 = 33$ $11 \times 4 = 44$ $11 \times 5 = 55$ $11 \times 6 = 66$ $11 \times 7 = 77$ $11 \times 8 = 88$ $11 \times 9 = 99$ $11 \times 10 = 110$	$12 \times 0 = 0$ $12 \times 1 = 12$ $12 \times 2 = 24$ $12 \times 3 = 36$ $12 \times 4 = 48$ $12 \times 5 = 60$ $12 \times 6 = 72$ $12 \times 7 = 84$ $12 \times 8 = 96$ $12 \times 9 = 108$ $12 \times 10 = 120$	$13 \times 0 = 0$ $13 \times 1 = 13$ $13 \times 2 = 26$ $13 \times 3 = 39$ $13 \times 4 = 52$ $13 \times 5 = 65$ $13 \times 6 = 78$ $13 \times 7 = 91$ $13 \times 8 = 104$ $13 \times 9 = 117$ $13 \times 10 = 130$	$14 \times 0 = 0$ $14 \times 1 = 14$ $14 \times 2 = 28$ $14 \times 3 = 42$ $14 \times 4 = 56$ $14 \times 5 = 70$ $14 \times 6 = 84$ $14 \times 7 = 98$ $14 \times 8 = 112$ $14 \times 9 = 126$ $14 \times 10 = 140$	$15 \times 0 = 0$ $15 \times 1 = 15$ $15 \times 2 = 30$ $15 \times 3 = 45$ $15 \times 4 = 60$ $15 \times 5 = 75$ $15 \times 6 = 90$ $15 \times 7 = 105$ $15 \times 8 = 120$ $15 \times 9 = 135$ $15 \times 10 = 150$

Ce cours a été créé par M. LENZEN initialement en 2016.

Cours de 6^{e} version 4.1 — achevé au mois de juillet 2020.