

Parallélogrammes

1

Aspect graphique



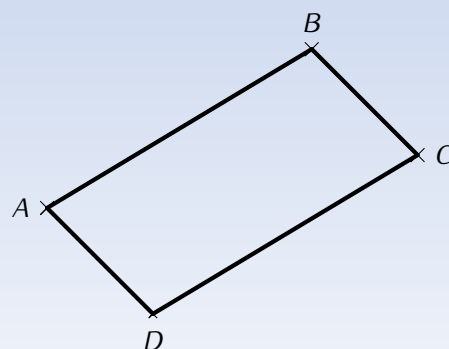
DÉFINITION

Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux.



Remarque

$ABCD$ est un parallélogramme, mais $ABDC$ n'en est pas un. Attention à l'ordre des lettres !



2

Reconnaître un parallélogramme

Toutes les caractérisations suivantes du parallélogramme sont aussi valables dans l'autre sens (voir exercice 5 p. 88 du TD).



CARACTÉRISATION 1

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.



CARACTÉRISATION 2

Si un quadrilatère a ses côtés opposés de la même longueur, alors c'est un parallélogramme.



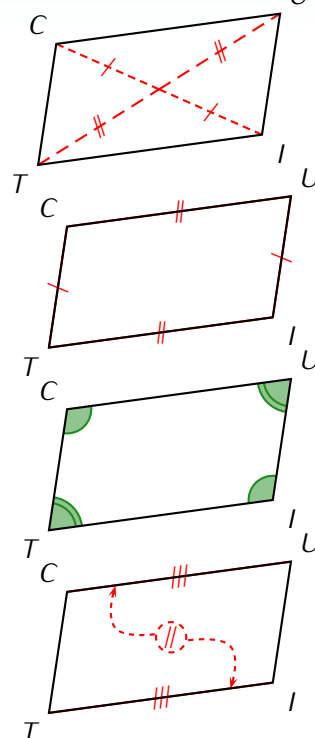
CARACTÉRISATION 3

Si un quadrilatère a ses angles opposés de la même mesure, alors c'est un parallélogramme.



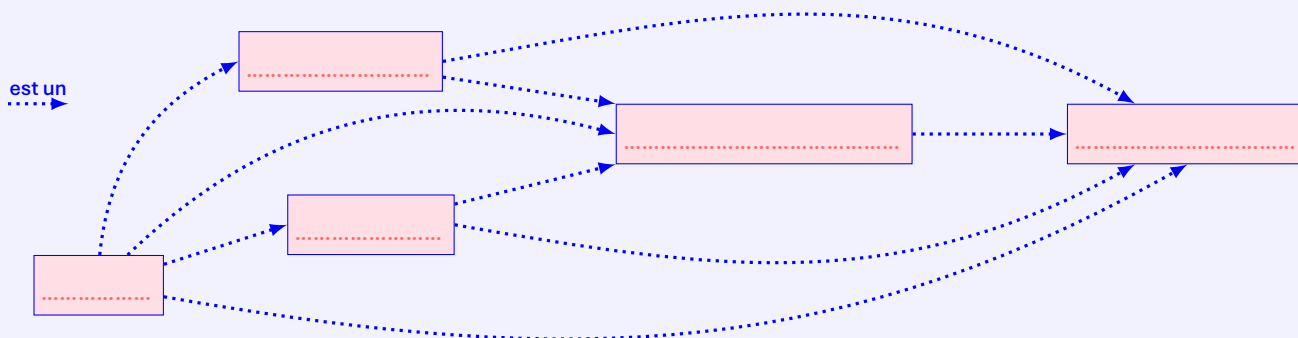
CARACTÉRISATION 4

Si un quadrilatère a deux cotés opposés parallèles et *en même temps* de la même longueur, alors c'est un parallélogramme.



Remarque

Toutes ces propriétés caractéristiques sont également vérifiées pour un rectangle, un losange ou encore un carré : ce sont donc des parallélogrammes particuliers.

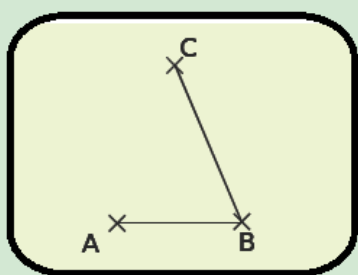


3

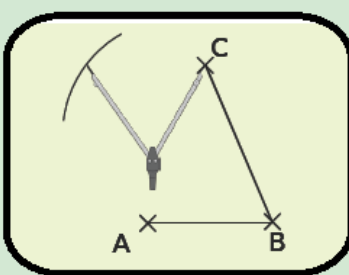
Construire un parallélogramme



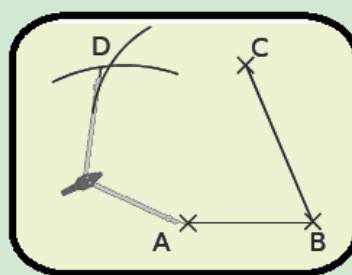
MÉTHODE (en connaissant deux côtés consécutifs)



On trace les côtés $[AB]$ et $[BC]$ du parallélogramme. La caractérisation 2 impose alors $AB = CD$ et $BC = AD$.



On reporte donc au compas la longueur AB à partir de C



On reporte ensuite au compas la longueur BC à partir de A . Les deux arcs de cercle se coupent alors en D .



MÉTHODE (en connaissant une propriété caractéristique)

Souvent ici, il faut bien lire l'énoncé pour voir si on nous donne une mesure d'angle, la longueur d'une ou deux diagonales, ...

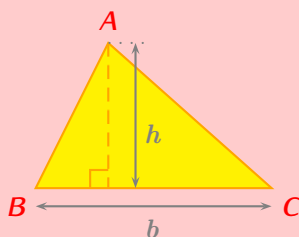
En fonction des indices donnés, on déterminera laquelle des propriétés caractéristiques est à utiliser ! La vidéo suivante montre tous les cas possibles.



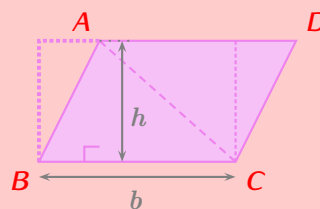


FORMULES D'AIRES

Triangle quelconque

 $\mathcal{A} = \dots\dots\dots$

Parallélogramme

 $\mathcal{A} = \dots\dots\dots$

Explications : pour le parallélogramme, on peut toujours déplacer l'une des pointes de l'autre côté de sorte à former un rectangle (en déplacement un morceau, on n'agrandit pas la figure, et on ne la rétrécit pas non plus, donc l'aire est inchangée).

Pour le triangle, on constate simplement qu'en coupant un parallélogramme en deux selon une diagonale (ici $[AC]$), on obtient deux triangles analogues : l'aire d'un triangle est donc la moitié de celle du parallélogramme correspondant !



ATTENTION !!!

Les base et hauteur d'un parallélogramme ne sont pas deux côtés consécutifs du parallélogramme. Par contre, elles sont toujours perpendiculaires entre elles !

An abstract geometric composition featuring several overlapping squares. A large orange square is at the bottom left. A blue square is positioned above it, partially overlapping. To the right of the blue square is a grey square. Further right is a smaller orange square. At the bottom right, there is a blue square and a red square. The background is a collage of various colored triangles and polygons in shades of orange, yellow, green, and blue.

Deux grandeurs sont si on passe de l'une à l'autre en multipliant toujours par le même nombre, appelé

[illegible]

1

On connaît donc le coefficient de proportionnalité, qui est souvent représenté à l'aide d'une flèche à droite du tableau.

■ **EXERCICE :** Sachant qu'une baguette de pain coûte 1,20 €, combien coûtent 2 baguettes ? 4 baguettes ? et 5 baguettes ?

Solution : On peut résumer cette situation dans un tableau :

Nombre de baguettes	1	2	4	5	$\times \dots\dots$
Prix des baguettes					

2

■ **EXERCICE :** Au démarrage d'une voiture, son conducteur appuie de manière constante sur la pédale d'accélérateur, de sorte que la vitesse augmente proportionnellement au temps passé depuis le démarrage.

Complète le tableau de proportionnalité suivant en expliquant tes calculs :

Temps (s)	2	5	?
Vitesse (km/h)	24	?	84

Solution :

Multiplier/diviser 1 colonne :

Temps (s)	2	5
Vitesse (km/h)	24	60

Diagram illustrating the relationship between speed and time for a constant distance of 12 km:

- For 2 hours, the speed is 24 km/h.
- For 5 hours, the speed is 60 km/h.

Arrows indicate the scaling factors:

- From 2 to 5: $\times 2,5$
- From 24 to 60: $\times 2,5$

Additionner/soustraire 2 colonnes :

	2	5	7
Temps (s)	2	5	7
Vitesse (km/h)	24	60	84

Pourcentages

Un pourCENTage traduit une situation de proportionnalité sur un total de 100, et tout énoncé utilisant des pourcentages peut donc se traduire sous la forme d'un tableau de proportionnalité.

RÈGLE (APPLIQUER UN POURCENTAGE)

L'expression française « $p\%$ de x » se traduit mathématiquement par un tableau de proportionnalité. Par exemple, pour calculer 18% de 250 €, on procède de la manière suivante :

Quantité		
Total		

Puisque $250 \div 100 = 2,5$, on peut calculer en faisant $18 \times 2,5 = 45$.

On peut aussi calculer l'expression française « p % de x » en calculant mathématiquement $\frac{p}{100} \times x$.

➤ **Exemple** : Dans un collège de 360 élèves, 65 % font de l'anglais, 32,5 % de l'allemand et 2,5 % de l'espagnol en tant que LV2. Pour l'anglais, il s'agit de calculer « 65 % de 360 ». On fait donc un tableau de proportionnalité :

Élèves faisant allemand LV2	65	?
Nombre total d'élèves	100	360

Puisque $360 \div 100 = 3,6$, on peut calculer en faisant $65 \times 3,6 = 234$.

On en déduit que 234 élèves font de l'anglais en LV2.

■ **EXERCICE :** Calcule le nombre d'élèves faisant de l'allemand et de l'espagnol dans ce collège :



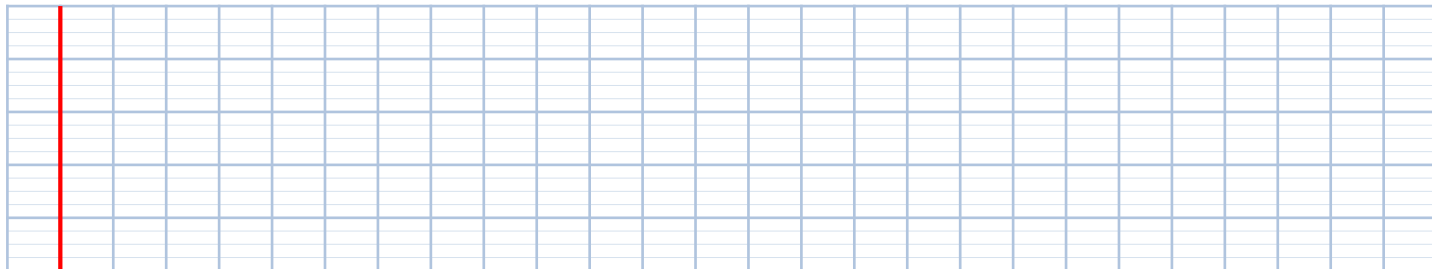
RÈGLE (CALCULER UN POURCENTAGE)

Pour déterminer un pourcentage à partir d'une proportion, on procède de la manière suivante : par exemple, dans une entreprise de 585 salariés, 234 sont des femmes ; quel est le pourcentage de femmes dans cette entreprise ?

Nombre de femmes		
Nombre total de salariés		

Puisque $585 \div 100 = 5,85$, on peut calculer en faisant $234 \div 5,85 = 40$. Il y a donc% de femmes dans cette entreprise.

➔ **Exemple** : Dans une classe de 25 élèves, 24 ont un téléphone portable. Calcule le pourcentage d'élèves ayant un téléphone portable.



4

Représentation graphique



RÈGLE

Si on représente une situation de proportionnalité dans un repère, alors on obtient des points alignés avec l'origine du repère.

➔ **Exemple** : Le périmètre $\mathcal{P}$ d'un carré est proportionnel à son côté c puisqu'on a $\mathcal{P} = 4 \times c$.

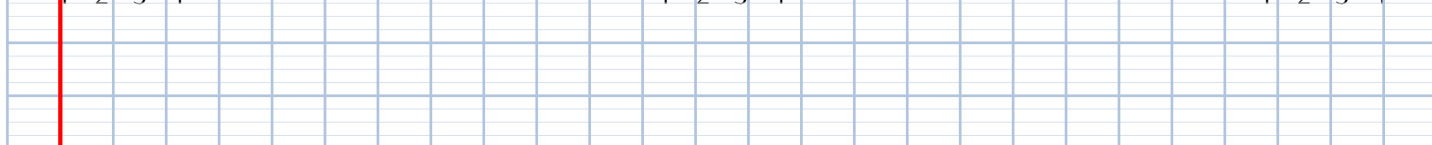
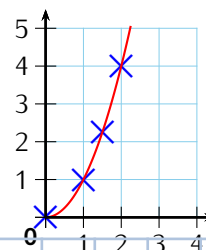
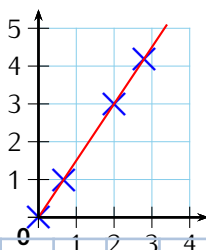
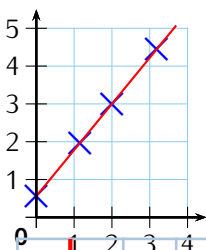
Représente graphiquement le périmètre en fonction du côté :



RÈGLE

Si une situation est représentée par des points alignés avec l'origine du repère alors c'est une situation de proportionnalité.

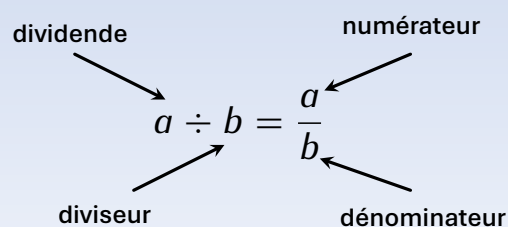
➔ **Exemples** : Ces graphiques représentent-ils des situations de proportionnalité ? Justifie.



Vocabulaire

➡ **Exemple :** Le quotient de 3,5 par 2 est le résultat de la division de 3,5 par 2. On le note $3,5 \div 2 = \frac{3,5}{2} = 1,75$.

Une écriture fractionnaire donne un nombre rationnel.



La $\frac{a}{b}$ est la solution de l'opération à trou (avec a et b des nombres entiers) : $b \times \square = a$.

[illegible][illegible]

➔ **Exemple** : Dans le mot « FRACTION », 5 lettres sur les 8 sont des consonnes. On dit que la proportion (ou la fréquence) de consonnes du mot « FRACTION » est $\frac{5}{8}$.

$\frac{5}{8} = 5 \div 8 = 0,625 = \frac{62,5}{100}$, donc cette fréquence peut aussi s'exprimer par le pourcentage 62,5%.

DÉFINITION

L'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire $\frac{a}{b}$ où a est un nombre relatif et b un nombre relatif non nul est appelé l'ensemble des

Rappel : lorsque a et b sont des nombres entiers, on parle de fraction, sinon on parle de quotient.

➔ **Examples :**

[illegible]

 Remarque

Les nombres décimaux et les nombres relatifs sont des nombres rationnels car on peut toujours les écrire sous la forme d'une fraction (grâce à la règle d'or vue en 6^e). Par exemple : $-2,35 = \frac{-2,35}{1} = \frac{-235}{100}$.

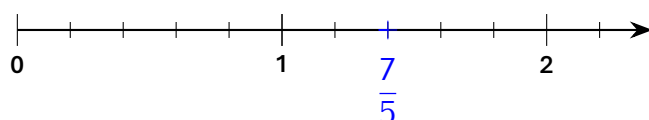
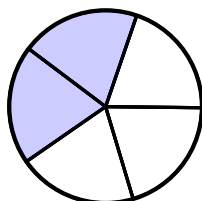
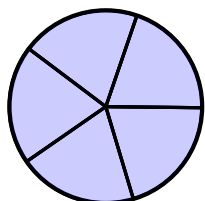


DIFFÉRENTS SENS DE L'ÉCRITURE FRACTIONNAIRE

La fraction $\frac{7}{5}$ se lit « sept cinquièmes ». Cette fraction est égale :

- à 7 fois un cinquième car $\frac{7}{5} = 7 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times 7$,
- au quotient de 7 par 5 car $\frac{7}{5} = 7 \div 5$,
- au nombre qui multiplié par 5 donne 7 car $7 = 5 \times \frac{7}{5} = \frac{7}{5} \times 5$,
- au nombre $1 + \frac{2}{5}$.

On peut aussi représenter cette fraction de plusieurs façon, par exemple :



 Remarque (rappel)

Lorsque le dénominateur est égal à 10, 100, 1000, ... on dit que c'est une **fraction décimale**, par exemple $\frac{93}{100}$ ou $\frac{6}{10}$.

CRITÈRES DE DIVISIBILITÉ (RAPPELS)

- Un nombre est divisible par 2 si son chiffre des unités est pair (il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8).
- Un nombre est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- Un nombre est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0.

« RÈGLE D'OR » DES QUOTIENTS

On ne change pas un quotient en multipliant (ou en divisant) son numérateur **ET** son dénominateur par un même nombre non nul.

➔ **Exemple :**

[illegible]

1 Simplifier une fraction

♥ DÉFINITION

..... une fraction, c'est écrire une fraction qui lui est égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petit (attention donc à ne pas tomber sur un nombre à virgule!).

➤ **Exemple :** Simplifier les fractions $A = \frac{15}{20}$; $B = \frac{8}{6}$; $C = \frac{32}{24}$; $D = \frac{160}{280}$; $E = \frac{14}{49}$; $F = \frac{56}{16}$; $G = \frac{35}{45}$; $H = \frac{88}{33}$ et $I = \frac{8}{2}$:

[illegible]

 Remarque

Aucun autre nombre que 1 ne divise à la fois 3 et 4, la fraction $\frac{3}{4}$ ne peut plus être simplifiée. On dit que cette fraction est **irréductible**.

2 Division par un nombre décimal

PROPRIÉTÉ

Pour diviser par un nombre décimal non entier, on se ramène à la division par un nombre entier en multipliant le dividende et le diviseur par 10 ou par 100 ou par 1 000 ...

[illegible]This image shows a full page of graph paper. A solid red vertical line runs down the left side, creating a narrow margin. The rest of the page is filled with a uniform grid of light blue squares.



Statistiques

1

Vocabulaire



DÉFINITIONS

Une est un ensemble de données récoltées auprès des individus qui forment la Pour créer une série statistique, il suffit donc de choisir une question, de la poser à plusieurs personnes et de recueillir les résultats.

Voici cinq exemples de séries statistiques, utilisés tout au long de cette séquence :

A	B	C	D	E
On a demandé à 20 élèves de cinquième (c'est la population) de donner leur couleur préférée : B - V - J - B - R - B - O - J - V - V - B - O - B - V - O - B - R - J - V - B	On a demandé aux élèves d'une classe combien ils avaient de téléphones chez eux. Voici les réponses : 1-0-1-2-2-4-1-5-1-3-0-2-3-1-0-3-3-4-2-1-1-0-2-2-3	Alain Provost jette un dé classique et note le numéro à chaque lancer. Il lance ce dé 30 fois : 3-1-6-2-2-1-4-5-1-4-6-3-2-3-3-5-5-6-1-2-6-1-2-1-4-3-3-4-3-6	Voici les notes (sur 10) obtenues au dernier contrôle de la classe d'Olive Rogne : 6-7-2-4-7-4-10-7-4-4-10-2-5-5-4-6-6-7-6-7	Un élève a demandé à 25 personnes à l'arrêt de bus quel était leur sport favori : football → 8; basket → 4; rugby → 2; gymnastique → 6 et danse → 5



DÉFINITIONS

- ★ L'..... d'une valeur est le nombre de fois que cette valeur apparaît dans la série.
- ★ L'..... est le nombre total de données.
- ★ La d'une valeur est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total. On peut la laisser sous forme de fraction, mais aussi donner sa valeur décimale (si elle existe) ou le pourcentage.
- ★ Un permet de regrouper toutes ces valeurs.

➔ Exemple : Prenons l'exemple A :

- Il y a cinq valeurs dans cette série statistique : **bleu**, **vert**, **jaune**, **rouge** et **orange**.
- L'effectif de la valeur **bleu** est 7 (car le bleu apparaît 7 fois; autrement dit, 7 personnes différentes ont choisi le bleu comme couleur préférée). Les effectifs des valeurs **vert**, **jaune**, **rouge** et **orange** sont respectivement de 5, 3, 2 et 3.
- L'effectif total est 20 car 20 personnes ont été interrogées (et ça tombe bien, car $7 + 5 + 3 + 2 + 3 = 20$!).
- La fréquence de la valeur **bleu** vaut $\frac{7}{20} = 0,35 = 35\%$. Les fréquences des valeurs **vert**, **jaune**, **rouge** et **orange** sont respectivement égales à 25 %, 15 %, 10 % et 15 %.
- Tous ces calculs peuvent être faits de tête ou à la calculatrice sans souci, l'essentiel est d'arriver au tableau d'effectifs :

Couleur	Bleu	Vert	Jaune	Rouge	Orange	Total
Effectifs	7	5	3	2	3	20
Fréquence (écriture fractionnaire)	$\frac{7}{20}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{20}{20}$
Fréquence (écriture décimale)	0,35	0,25	0,15	0,1	0,15	1
Fréquence (pourcentage)	35 %	25 %	15 %	10 %	15 %	100 %

Remarques

- Il faut toujours vérifier que la somme des effectifs donne bien l'effectif total.
- On peut noter une fréquence par une écriture fractionnaire, par une écriture décimale ou par un pourcentage. L'écriture décimale s'obtient en effectuant le calcul du quotient, le pourcentage s'obtient en multipliant l'écriture décimale par 100. Attention toutefois : dans certains cas, il sera nécessaire d'arrondir.

La fréquence de « Bleu » est égale à : $\frac{7}{20}$ (écriture fractionnaire) = 0,35 (écriture décimale) = 35% (pourcentage).

■ **EXERCICE** : Pour chaque série statistique B, C et E, complète son tableau d'effectifs (en faisant les calculs nécessaires dans ton cahier d'exercices) :

B →

Nombre de télé	0	1	2	3	4	5	Total
Effectifs	4						
Fréquence (écriture fractionnaire)	$\frac{4}{25}$						
Fréquence (écriture décimale)	0,16						
Fréquence (pourcentage)	16						

C →

Numéro sur le dé	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs							
Fréquence (écriture fractionnaire)	$\frac{6}{30}$						
Fréquence (écriture décimale)							
Fréquence (pourcentage)							

E →

2

Construire un graphique

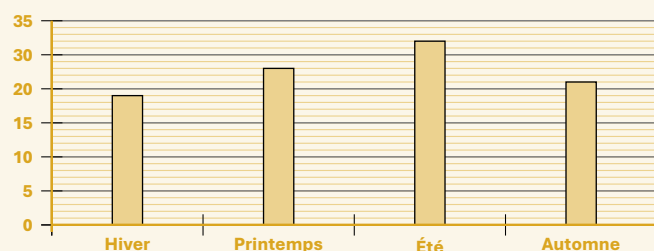
RÈGLE

Pour construire un *diagramme en bâtons*, il faut que chaque rectangle ait une hauteur égale à son effectif ou sa fréquence.

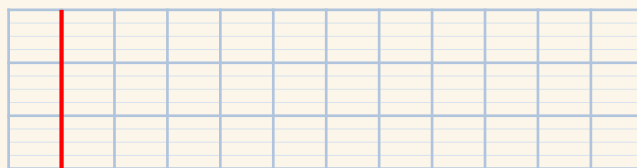


ATTENTION !!!

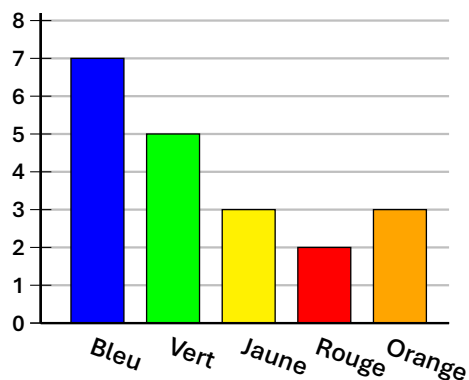
ATTENTION à l'axe des ordonnées : les valeurs doivent être régulièrement réparties, comme dans un repère. Voici par exemple un diagramme en bâtons :



**Ce diagramme en bâtons est FAUX !
Mais pourquoi ?**

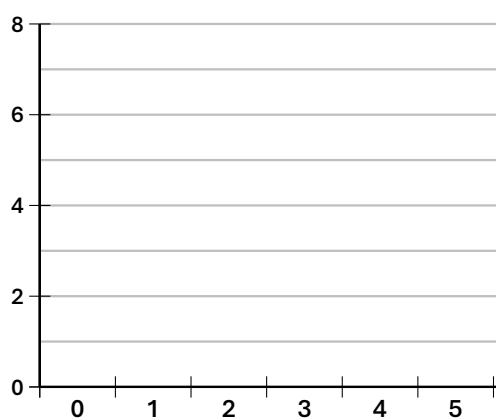


➔ **Exemple :** Voici le diagramme en bâtons correspondant à l'exemple A :



■ **EXERCICE :** Construis le diagramme en bâtons de l'exemple B :

Nombre de télévisions



RÈGLE

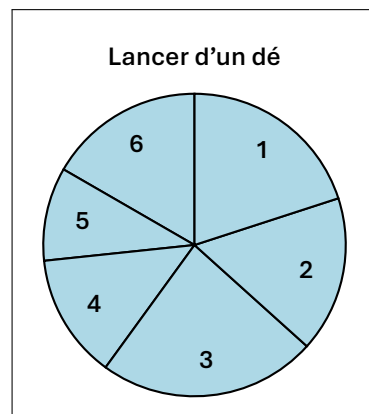
Pour construire un *diagramme circulaire*, il faut ajouter une ligne « Angles (en °) » au tableau (et éventuellement une colonne « Total » si elle n'y est pas déjà), afin de calculer les angles de chaque valeur en utilisant la proportionnalité, sachant que « fréquence (en %) $\times 3,6$ = angle ».

➔ Exemple :

On reprend le tableau de l'exemple C fait à l'exercice 2 :

Numéro sur le dé	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	6	5	7	4	3	5	30
Fréquence (en %)	20	16,7	23,3	13,3	10	16,7	100
Angle (en °)							360

× 3,6



Voici ci-contre le diagramme circulaire correspondant :

Remarque

Lorsqu'on n'a pas les fréquences, le coefficient multiplicateur permettant de passer directement des effectifs aux angles est égal à « $360 \div \text{effectif total}$ », qui peut même rester une fraction : c'est par ce nombre qu'on multiplie toutes les valeurs pour obtenir les angles correspondants.

Dans notre exemple, $\frac{360}{\text{effectif total}} = \frac{360}{30} = \frac{36}{3} = \frac{12}{1} = 12$.

■ **EXERCICE :** On a demandé à 20 enfants ce qui leur ferait plaisir à Noël parmi les cinq choix possibles :

	Console	Lecteur MP3	Scooter	Ordinateur	Téléphone portable
Effectifs	2	5	1	3	9
Fréquence (en %)					
Angles (en °)					

- Complète le tableau ci-dessus, en commençant par la ligne des fréquences. Attention : pour bien terminer cette question, il faudra sûrement rajouter une colonne...
- Construis le diagramme circulaire correspondant à cette situation, à l'aide de ton rapporteur :

Idées de cadeaux de Noël

