



Calcul littéral (partie 2)

1

Développement

1 La distributivité simple

♥ DÉFINITIONS

Développer une expression littérale, c'est transformer un produit en somme.

Pour y arriver, on utilise la technique de la **distributivité** : pour tous nombres k , a et b :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b.$$

➔ **Exemples** : Développe les expressions $S = 2(x + 7)$, $O = 3x(1 + 2x)$ et $L = (x^2 - 3) \times 5$:

$$S = 2(x + 7)$$

$$S = 2 \times (x + 7)$$

$$S = 2 \times x + 2 \times 7$$

$$S = 2x + 14.$$

$$O = 3x(1 + 2x)$$

$$O = 3x \times (1 + 2x)$$

$$O = 3x \times 1 + 3x \times 2x$$

$$O = 3x + 6x^2.$$

$$L = (x^2 - 3) \times 5$$

$$L = 5 \times (x^2 - 3)$$

$$L = 5 \times x^2 + 5 \times 3$$

$$L = 5x^2 + 15.$$

⚠ ATTENTION!!!

La distributivité ne fonctionne que lorsqu'il y a une multiplication, cachée ou non, devant une parenthèse. Pour rappel,

- s'il y a un + devant une parenthèse, on peut enlever la paire de parenthèse.
- s'il y a un - devant une parenthèse, on change le signe de tous les nombres dans la parenthèse, on élimine ensuite le - devant la parenthèse, et enfin on élimine la paire de parenthèses.

➔ **Exemples** : Développe les expressions $M = 5 + (7 + x)$, $R = 5 - (7 + x)$, $A = (4 - 2x) - (-3x + 6)$ et $T = 4x - (x - 5)$:

$$M = 5 + (7 + x)$$

$$M = 5 + 7 + x$$

$$M = 12 + x.$$

$$R = 5 - (7 + x)$$

$$R = 5 - 7 - x$$

$$R = -2 - x.$$

$$A = (4 - 2x) - (-3x + 6)$$

$$A = 4 - 2x + 3x - 6$$

$$A = -2x + 3x + 4 - 6 = x - 2.$$

$$T = 4x - (x - 5)$$

$$T = 4x - x + 5$$

$$T = 3x + 5.$$

2 Cas plus complexes

Pour développer et réduire des expressions littérales plus complexes, il faut prendre en compte les règles de priorité.

➔ **Exemple** : Développe les expressions suivantes : $R = (x - 5) + 3(x + 4)$ et $E = 3 - (2x + 1) \times 5$:

$$R = (x - 5) + 3(x + 4)$$

$$R = x - 5 + 3x + 12$$

$$R = 4x + 7.$$

$$E = 3 - (2x + 1) \times 5$$

$$E = 3 - 5(2x + 1)$$

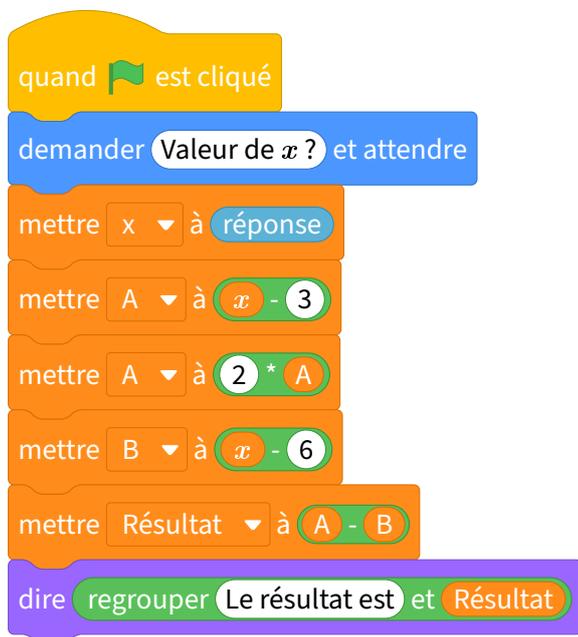
$$E = 3 - 10x - 5 = -10x - 2.$$

2

Applications

1 Programme de calcul

■ EXERCICE :



Après avoir traduit ce programme pour n'importe quel nombre, montre que le résultat sera toujours le nombre de départ :

Après avoir choisi le nombre x , on aura respectivement $A = x - 3$, puis $A = 2 \times A = 2 \times (x - 3) = 2x - 6$. Vient alors $B = x - 6$, donc le résultat vaut $A - B = (2x - 6) - (x - 6) = 2x - 6 - x + 6 = x$.

On retrouve en effet le nombre de départ !

2 Géométrie (longueurs, périmètre et aires)

Dans cette figure (composée de deux rectangles) dans laquelle les dimensions sont toutes données en cm, exprime en fonction de x :

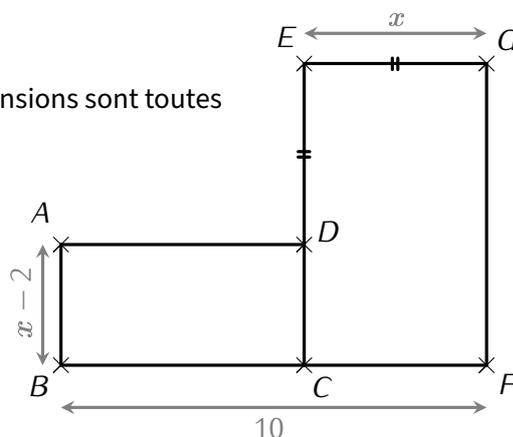
- les longueurs BC et EC ,
- le périmètre du rectangle $ABCD$,
- le périmètre total de la figure.

$$BC = 10 - x \text{ cm}$$

$$EC = x - 2 + x = 2x - 2 \text{ cm}$$

$$\mathcal{P}_{ABCD} = 2 \times (BC + AB) = 2 \times (10 - x + x - 2) = 2 \times 8 = 16 \text{ cm.}$$

$$\mathcal{P}_{\text{total}} = AB + BF + FG + GE + ED + DA = (x - 2) + 10 + (2x - 2) + x + x + (10 - x) = x - 2 + 10 + 2x - 2 + x + x + 10 - x = 4x + 16 \text{ cm.}$$



♥ DÉFINITIONS

Factoriser une expression littérale, c'est transformer une somme en produit.

Pour y arriver, on utilise aussi la technique de la **distributivité**, mais dans l'autre sens : pour tous nombres relatifs k , a et b :

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b).$$

⚓ Remarque

Pour factoriser, il faut donc trouver un **facteur commun** dans chaque terme de la somme. Celui-ci peut être un nombre connu, un nombre inconnu (donc représenté par une lettre) ou même une expression.

➤ **Exemples** : Factorise les expressions suivantes : $F = 4x + 12$, $A = 5x^2 - 3x$ et $C = (2x + 1)(4x + 7) - (x - 3)(2x + 1)$:

$$F = 4x + 12$$

← on écrit l'énoncé

$$F = 4 \times x + 4 \times 3$$

← on fait apparaître la somme et on met en évidence le facteur commun

$$F = 4 \times (x + 3)$$

← on recopie le facteur commun suivi du reste, entre parenthèses

$$F = 4(x + 3)$$

← on réduit, si possible, ce qui est dans la parenthèse.

$$A = 5x^2 - 3x$$

$$A = x \times 5x - x \times 3$$

$$A = x \times (5x - 3)$$

$$A = x(5x - 3).$$

$$C = (2x + 1)(4x + 7) - (x - 3)(2x + 1)$$

$$C = (2x + 1) \times (4x + 7) - (2x + 1) \times (x - 3)$$

$$C = (2x + 1) \times ((4x + 7) - (x - 3))$$

$$C = (2x + 1)(4x + 7 - x + 3) = (2x + 1)(3x + 10).$$