SÉQUENCE XII

Divisibilité & nombres premiers

1 Divisibilité (rappels)

DÉFINITION

Un nombre entier g est divisible par un nombre entier p si le reste de la division euclidienne de g par p est nul.

Dans ce cas, g est un multiple de p, et p est un diviseur de g.

Rappel : à la calculatrice, on appuie sur ⇧ ÷ au lieu de ÷ pour faire une division euclidienne.

Exemple : 72 est divisible par 24. En effet, $72 = 3 \times 24 + 0$ donc le reste de la division euclidienne de 72 par 24 est nul.

CRITÈRES DE DIVISIBILITÉ

- Un nombre est divisible par 2 s'il est pair (= se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8).
- Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- Un nombre est divisible par 4 si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.
- Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.
- Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- Un nombre est divisible par 10 s'il se termine par 0.

2 Nombres premiers

DÉFINITION

Un nombre nombre premier n'admet que deux diviseurs <u>différents</u> : 1 et lui-même. Le plus petit nombre premier est donc 2.

Remarque

Il n'existe à ce jour **aucune** formule pour trouver des nombres premiers. Afin d'être certain qu'un nombre soit premier, il faut faire de nombreux calculs, souvent a l'aide d'un ordinateur.

Exemple (Crible d'Eratosthène) : Cette méthode permet de trouver facilement les nombres premiers de 1 jusqu'à 100.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Légende :

- On barre 1 qui n'admet pas 2 diviseurs.
- On entoure 2 mais on barre tous ses multiples. En effet, n'importe quel multiple de 2 (par exemple 12) sera déjà divisible par 1 et lui-même, mais aussi par 2 et on dépasse donc les 2 diviseurs demandés.
- Une fois fait, on entoure le prochain nombre non barré et on élimine tous ces multiples.
- On continue jusqu'à ce que tous les nombres soient barrés ou entourés.

Liste des nombres premiers inférieurs à 100 :

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 et 97.

3 Décomposition en produit de facteurs premiers

PROPRIÉTÉ

Tout nombre entier ($\geqslant 2$) peut se décomposer de manière unique en un produit de facteurs premiers.

Exemple : La décomposition du produit en facteurs premier de 324 est :

$$324 = 2^2 \times 3^4$$

.

324	2
162	2
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

À la calculatrice

À la calculatrice, on fait : 3 2 4 EXE pour que la calculatrice mémorise le nombre, puis FORMAT ∨ ∨ (“Facteur premier”) et EXE .