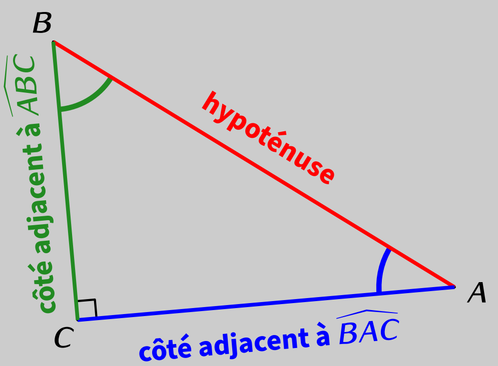
SÉQUENCE XIII

Cosinus

1 Cosinus d'un angle aigu

DÉFINITION



Dans un triangle *rectangle*, le côté adjacent à un angle aigu est le côté qui se trouve entre l'angle droit et cet angle aigu.

ATTENTION !!!

Selon l'angle choisi, le côté adjacent n'est pas le même !

Remarque

Le côté adjacent ne peut jamais être l'hypoténuse. De plus, les deux angles aigus d'un triangle rectangle sont **complémentaires** (donc si on connaît la mesure de l'un des deux, on calcule l'autre en le soustrayant de 90°).

DÉFINITION

Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu, noté $\cos$, se calcule grâce à la formule :

$$\cos = \frac{\textbf{côté adjacent à cet angle}}{\textbf{hypoténuse}}.$$

Exemple : Exprime sous la forme d'un quotient de longueurs le cosinus des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAC}$ dans le triangle ci-dessus :

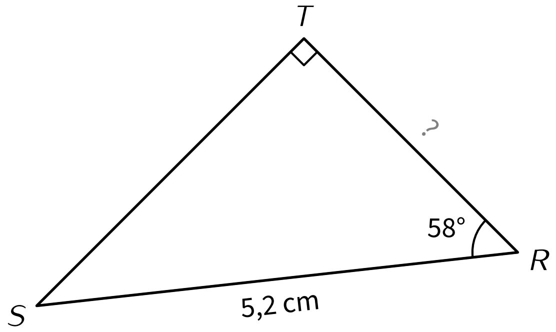
$$\cos\widehat{ABC} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{ABC}}{\text{hypoténuse}} = \frac{BC}{AB} \quad \text{et} \quad \cos\widehat{BAC} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{BAC}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{AB}.$$

2 Applications

1 Calculer une longueur

On peut demander de calculer soit le côté adjacent, soit l'hypoténuse.

Exemple : Calcule RT (arrondi au dixième).



D : Le triangle RST est rectangle en T.

P : D'après la trigonométrie, on a :

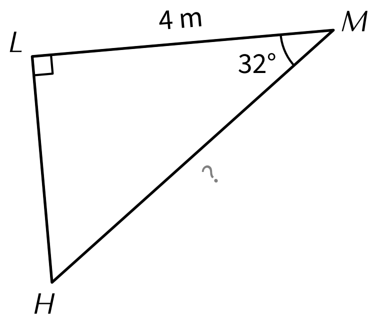
C : $\cos \widehat{TRS} = \dfrac{TR}{RS}$

$\dfrac{\cos 58°}{1} = \dfrac{TR}{5,2}$

$TR = \dfrac{5,2 \times \cos 58°}{1}$

$TR \approx 2,\underline{8}$ cm.

Exemple : Calcule MH (arrondi au mm près).



D : Le triangle HLM est rectangle en L.

P : D'après la trigonométrie, on a :

C : $\cos \widehat{HML} = \dfrac{ML}{HM}$

$\dfrac{\cos 32°}{1} = \dfrac{4}{MH}$

$MH = \dfrac{1 \times 4}{\cos 32°}$

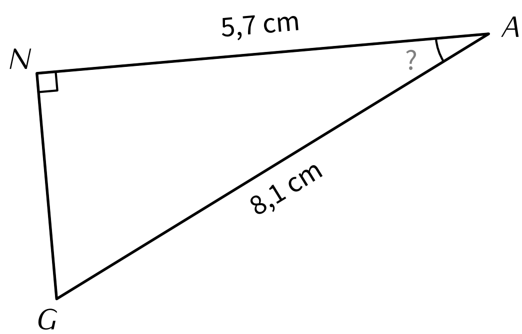
$MH \approx 4,71\underline{7}$ m.

Remarques

- Attention aux arrondis, et donc à bien lire l'énoncé.
- Comme pour les théorèmes de Pythagore et Thalès, la ligne du "C" ne doit contenir que des lettres. Il ne faut surtout pas à ce stade utiliser les données de la figure !
- Si on demande de calculer le côté adjacent à un angle et qu'on nous donne l'autre, ne pas oublier qu'ils sont complémentaires !

2 Calculer une mesure d'angle

Calcule la mesure de l'angle $\widehat{NAG}$, arrondie au degré près.



D : Le triangle ANG est rectangle en N.

P : D'après la trigonométrie, on a :

C : $\cos \widehat{NAG} = \dfrac{NA}{AG}$ ← la ligne du "C" ne contient toujours que des lettres !

$\cos \widehat{NAG} = \dfrac{5,7}{8,1}$ ← on remplace par les données

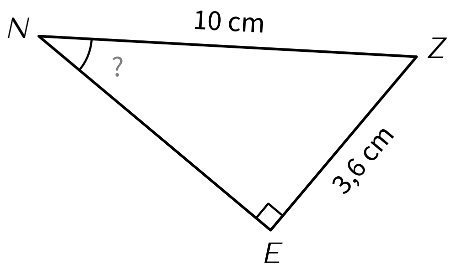
$\widehat{NAG} = \cos^{-1}\left(\dfrac{5{,}7}{8{,}1}\right)$ ← on enlève le cos à gauche, mais on met un $\cos^{-1}$ à droite

$\widehat{NAG} \approx 45°$. ← on calcule à la calculatrice

Remarque

Le début de la rédaction ne change pas, c'est au moment de remplacer les lettres par des nombres que ça change.

■ **EXERCICE :** Dans le triangle suivant, calcule :



Solution 1 :

On commence par calculer NE :

D : Le triangle NEZ est rectangle en E.

P : D'après le théorème de Pythagore, on a :

C : $NZ^2 = NE^2 + EZ^2$

$10^2 = NE^2 + 3{,}6^2$

$NE^2 = 10^2 - 3{,}6^2 = 87{,}04$

$NE = \sqrt{87{,}04} \approx 9{,}3\underline{3}$ cm.

On calcule ensuite $\widehat{ENZ}$:

D : Le triangle NEZ est rectangle en E.

P : D'après la trigonométrie, on a :

C : $\cos \widehat{ENZ} = \dfrac{EN}{NZ} = \dfrac{9{,}33}{10}$

$\widehat{ENZ} = \cos^{-1} \dfrac{9{,}33}{10} \approx 21°$.

Solution 2 :

On commence par calculer $\widehat{NZE}$:

D : Le triangle NEZ est rectangle en E.

P : D'après la trigonométrie, on a :

C : $\cos \widehat{NZE} = \dfrac{EZ}{NZ} = \dfrac{3{,}6}{10}$

$\widehat{NZE} = \cos^{-1}\left(\dfrac{3{,}6}{10}\right) \approx 6\underline{9}°$.

On calcule ensuite $\widehat{ENZ}$:

Puisque les angles $\widehat{ENZ}$ et $\widehat{NZE}$ sont complémentaires, on a : $\widehat{ENZ} = 90 - \widehat{NZE} = 90 - 69 = 21°$.