

Pythagore

1

Racines carrées

1 Définition

♥ DÉFINITION

La **racine carrée** d'un nombre positif g est un nombre plus petit p dont le carré vaut g . Autrement dit, la racine carrée p d'un nombre g vérifie $p^2 = g$.

On note ce nombre \sqrt{g} . Le carré et la racine carrée sont donc liés.

➤ RÈGLE (CARRÉS PARFAITS)

Il va être utile de connaître les premiers carrés parfaits, et donc les premières racines carrées remarquables :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	\sqrt{x}
x^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	x

2 Calculer une racine carré, simplifier un carré

⚙️ MÉTHODE (calculer une racine carrée)

Pour calculer la racine carrée de 49 (c'est-à-dire $\sqrt{49}$), on utilise la touche $\sqrt{\square}$: on tape $\sqrt{\square}$ 4 9 EXE.

Pour calculer une racine carrée en géométrie, lorsqu'on aboutit sur une égalité du type « $AB^2 = 50$ », on écrit :

$$AB^2 = 50$$

$$AB = \sqrt{50} \quad \leftarrow \text{on utilise la calculatrice : } \sqrt{\square} \ 5 \ 0 \ \uparrow \ \text{EXE}$$

$$AB \approx 7,1 \text{ cm} \quad \leftarrow \text{on n'oublie pas le symbole "}\approx\text{" si nécessaire, ainsi que l'unité...}$$

La combinaison de touches \uparrow EXE permet d'obtenir tout de suite une valeur décimale sans que la calculatrice n'affiche de racine carrée. La manipulation est aussi valable avec l'ancienne calculatrice : $\sqrt{\square}$ EXE (ou EXE puis $\square \rightarrow$).

➔ **Exemple** : En t'aidant de la méthode précédente, calcule les longueurs suivantes (si elles ne tombent pas justes, on arrondit au dixième de centimètre) : $AB^2 = 81$; $CD^2 = 56,25$; $EF^2 = 18$ et $GH^2 = 46$:

$AB = 9$ cm ; $CD = 7,5$ cm ; $EF \approx 4,2$ cm et $GH \approx 6,8$ cm.

3 Encadrer une racine carrée



MÉTHODE (encadrer une racine carrée par 2 entiers consécutifs)

Pour encadrer $\sqrt{21}$, on écrit :

$$\begin{array}{l} 16 \leq 21 \leq 25 \quad \leftarrow \text{on cherche où se trouve 21 dans la 2}^{\text{e}} \text{ ligne du tableau des carrés parfaits} \\ \sqrt{16} \leq \sqrt{21} \leq \sqrt{25} \quad \leftarrow \text{les racines carrées des 3 nombres sont rangées dans le même ordre} \\ 4 \leq \sqrt{21} \leq 5 \quad \leftarrow \text{on calcule les racines carrées devant et derrière} \end{array}$$

Pour les nombres plus grands, on les calcule à la calculatrice. La partie entière donne le nombre à gauche.

➔ **Exemples** : Encadre les racines carrées $\sqrt{21}$, $\sqrt{37}$, $\sqrt{150}$, $\sqrt{200}$, $\sqrt{1\,000}$ et $\sqrt{2\,024}$, par deux entiers consécutifs.

$4 \leq \sqrt{21} \leq 5$; $6 \leq \sqrt{37} \leq 8$; $12 \leq \sqrt{150} \leq 13$; $14 \leq \sqrt{200} \leq 15$; $31 \leq \sqrt{1\,000} \leq 32$ et $44 \leq \sqrt{2\,024} \leq 45$.

2

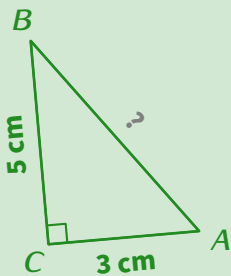
Calculer une longueur



MÉTHODE (calculer l'hypoténuse)

- On écrit le DPC du théorème de Pythagore (**⚠ la ligne du "C" ne doit comporter que des lettres!**).
- On remplace les longueurs connues et on calcule.

➔ **Exemple** :



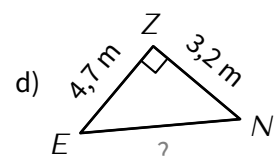
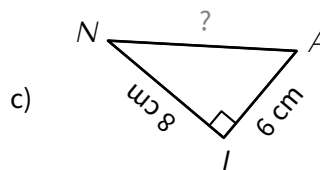
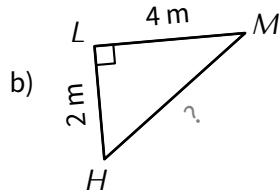
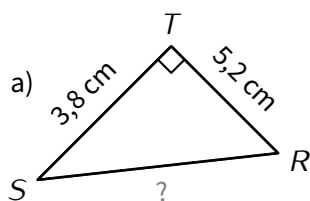
Calcule AB (arrondi au dixième).

D : ABC est un triangle rectangle en C .

P : D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$\begin{array}{l} \mathbf{C} : \underline{AB^2} = AC^2 + BC^2 \quad \leftarrow \text{on surligne la longueur à calculer} \\ AB^2 = 3^2 + 5^2 \quad \leftarrow \text{on remplace les longueurs connues} \\ AB^2 = 34 \quad \leftarrow \text{on calcule la somme} \\ AB = \sqrt{34} \quad \leftarrow \text{on simplifie le carré en utilisant } \sqrt{\quad} \\ AB \approx 5,8 \text{ cm} \quad \leftarrow \text{on calcule, on arrondit et on n'oublie pas l'unité...} \end{array}$$

■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices)** : Pour chaque triangle ci-dessous, calcule la longueur de l'hypoténuse, arrondie si nécessaire au dixième près :



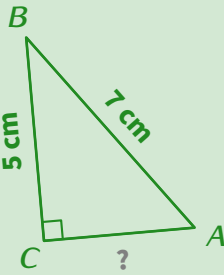
Solution : $SR \approx 6,4$ cm ; $MH \approx 4,7$ m ; $AN = 10$ cm et $EN \approx 6,7$ m.



MÉTHODE (calculer un côté de l'angle droit)

- On écrit le DPC du théorème de Pythagore (**▲ la ligne du "C" ne doit comporter que des lettres!**).
- On remplace les longueurs connues et on calcule (**▲ la longueur à calculer est à droite du "="**).

Exemple :



Calcule AC (arrondi au dixième).

D : ABC est un triangle rectangle en C.

P : D'après le théorème de Pythagore, on a :

C : $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ← on surligne la longueur à calculer

$AC^2 = AB^2 - BC^2$ ← on isole la longueur à calculer *

$AC^2 = 7^2 - 5^2$ ← on remplace les longueurs connues

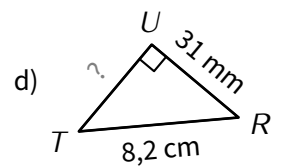
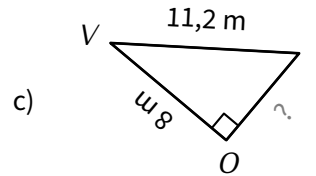
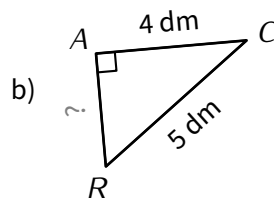
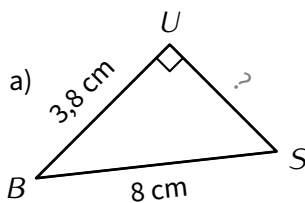
$AC^2 = 24$ ← on calcule la somme

$AC = \sqrt{24}$ ← on simplifie le carré en utilisant $\sqrt{\quad}$

$AC \approx 4,9$ cm ← on calcule, on arrondit et on n'oublie pas l'unité...

* : en isolant la longueur à calculer, le calcul devient « hypoténuse »² – « autre côté »² (soustraction)!

■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices)** : Pour chaque triangle ci-dessous, calcule la longueur demandée, arrondie si nécessaire au dixième près :



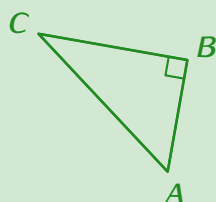
Solution : $US \approx 7$ cm ; $CR = 3$ dm ; $IO \approx 7,8$ m et $TU \approx 7,6$ cm (attention aux unités pour ce dernier calcul...).

3

Montrer qu'un triangle est rectangle ou non



MÉTHODE (montrer qu'un triangle est rectangle ou non)



théorème de Pythagore

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

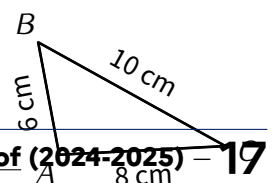
réciproque du théorème de Pythagore

- On utilise la **réciproque** du théorème de Pythagore pour montrer qu'un triangle est rectangle : pour cela, il suffit de montrer que l'égalité de Pythagore est vraie dans ce triangle.
- On utilise la **contraposée** du théorème de Pythagore pour montrer qu'un triangle n'est pas rectangle : pour cela, il suffit de montrer que l'égalité de Pythagore est fautive dans ce triangle.

Remarque

Puisqu'on doit tester une égalité, il ne faudra pas oublier de calculer ses deux membres séparément!

➔ **Exemple 1** : Est-ce que le triangle suivant est rectangle? Si oui, en quel point?



D : La plus grande longueur est BC . ← on cherche le côté le plus long

• $BC^2 = 10^2 = 100$

• $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$ } ← on teste l'égalité de Pythagore

L'égalité est donc **vraie**. ← on conclut le test : ici l'égalité est **vraie**...

P : D'après la **réci-proque** du théorème de Pythagore, ← ...donc on utilise la **réci-proque**...

C : Le triangle ABC **est rectangle** en A . ← ...et le triangle **est rectangle**!

➔ **Exemple 2** : Est-ce que le triangle suivant est rectangle ? Si oui, en quel point ?

D : La plus grande longueur est AC . ← on cherche le côté le plus long

• $AC^2 = 9^2 = 81$

• $AF^2 + FC^2 = 7^2 + 5^2 = 74$ } ← on teste l'égalité de Pythagore

L'égalité est donc **fausse**. ← on conclut le test : ici l'égalité est **fausse**...

P : D'après la **contra-posée** du théorème de Pythagore, ← ...donc on utilise la **contra-posée**...

C : Le triangle FAC **n'est pas rectangle**. ← ...et le triangle **n'est pas rectangle**!

