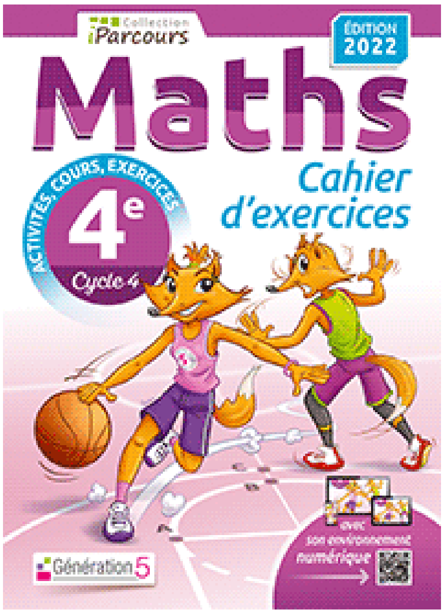
COURS DE 4^e

Disponible sur www.capes-de-maths.com, menu Collège puis 4^e.

Trace écrite (version prof) de M. LENZEN de l'année scolaire 2024-2025.

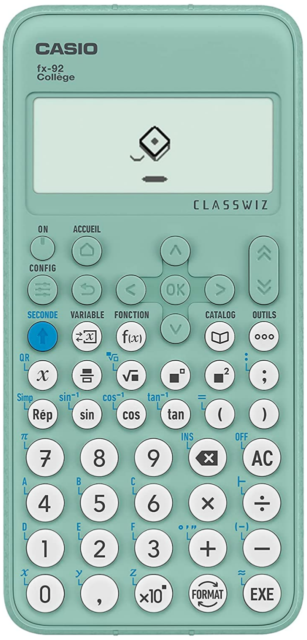
Par respect pour l'environnement, merci de n'imprimer ce cours que si c'est vraiment nécessaire !

Ce cours assez compact fait référence dans son annexe A à des numéros d'exercices qui se rapportent au cahier d'exercices **IParcours 4e**, chez Génération5 (édition 2022), que l'on a demandé aux élèves d'acheter via leur liste de fournitures :



COURS DE L'ANNÉE SCOLAIRE 2024-2025

Des manipulations sont faites à la calculatrice dans ce cours. Bien que le fonctionnement des calculatrices soit sensiblement équivalent, c'est la **« CASIO FX-92 »** (sortie en 2023) qui a été utilisée (qui intègre un tableur et surtout du Scratch…) :



Note : la présence du logo « ▶ » signifie qu'il y a une vidéo associée, disponible soit en se rendant sur mon site, soit en scannant le QR-code dans l'annexe B.

Table des matières

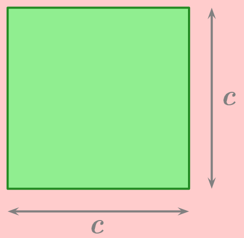
SÉQUENCE

Bases de géométrie

1 Périmètre & aire (rappel de 6e)

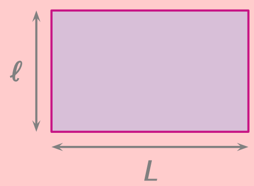
FORMULES (RAPPELS)

Carré



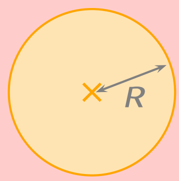
$\mathscr{P} = 4 \times c$
$\mathscr{A} = c \times c$

Rectangle



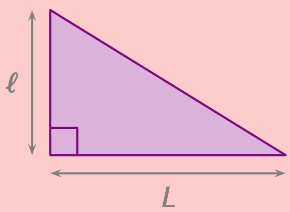
$\mathscr{P} = 2 \times (L + \ell)$
$\mathscr{A} = L \times \ell$

Disque



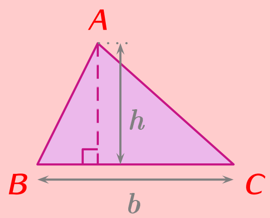
$\mathscr{P} = 2 \times \pi \times R$
$\mathscr{A} = \pi \times R \times R$

Triangle rectangle



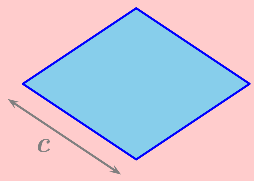
$\mathscr{P} =$? (appliquer la définition)
$\mathscr{A} = L \times \ell \div 2$

Triangle quelconque



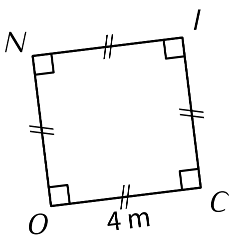
$\mathscr{P} =$? (appliquer la définition)
$\mathscr{A} = b \times h \div 2$

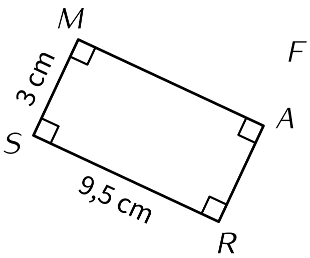
Losange

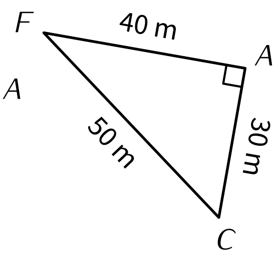


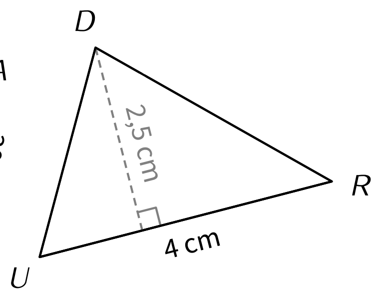
$\mathscr{P} = 4 \times c$
$\mathscr{A} =$? (être astucieux...)

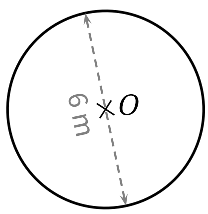
Exemples : Calcule le périmètre (sauf du triangle DUR) et l'aire (arrondis au dixième si nécessaire) des figures suivantes (respectivement un carré, un rectangle, un triangle rectangle en A, un triangle quelconque et un disque) :







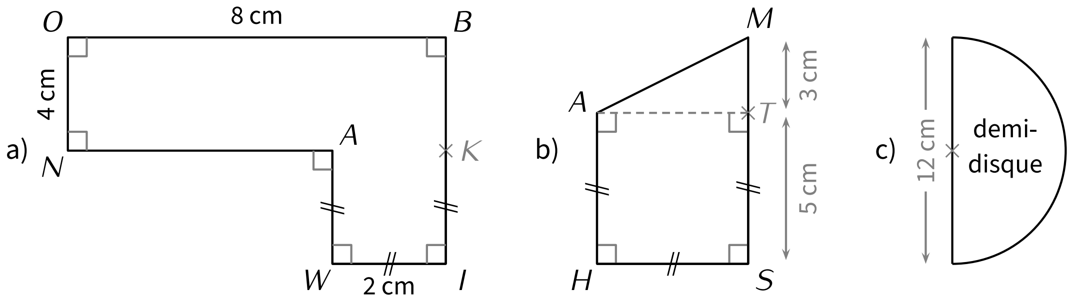




Solution :

- $\mathscr{P}_{NICO} = 4 \times 4 = 16$ m et $\mathscr{A}_{NICO} = 4 \times 4 = 16$ m^2.
- $\mathscr{P}_{MARS} = 2 \times (9{,}5 + 3) = 2 \times 12{,}5 = 25$ cm et $\mathscr{A}_{MARS} = 9{,}5 \times 3 = 28{,}5$ cm^2.
- $\mathscr{P}_{FAC} = 30 + 40 + 50 = 120$ m (définition) et $\mathscr{A}_{FAC} = 40 \times 30 \div 2 = 600$ m^2.
- $\mathscr{A}_{DUR} = 4 \times 2{,}5 \div 2 = 5$ cm^2.
- $\mathscr{P} = 2 \times \pi \times 3 = 12\pi \approx 18{,}8$ m et $\mathscr{A} = \pi \times 3 \times 3 = 36\pi \approx 28{,}3$ m^2 (⚠ $R = D \div 2 = 6 \div 2 = 3$ m !)

■ **EXERCICE :** Calcule l'aire de chacune des figures suivantes (arrondie au dixième de cm^2 pour le demi-disque) :



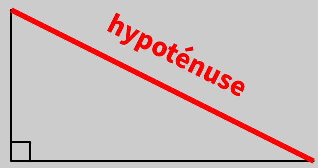
Solution :

- $A_{OBKN} = L \times \ell = 8 \times 4 = 32$ cm^2 et $\mathscr{A}_{KIWA} = c \times c = 2 \times 2 = 4$ cm^2, donc $\mathscr{A}_{OBIWAN} = 32 + 4 = 36$ cm^2.
- $A_{TAHS} = c \times c = 5 \times 5 = 25$ cm^2 et $\mathscr{A}_{MAT} = L \times \ell \div 2 = 5 \times 3 \div 2 = 7{,}5$ cm^2, donc $\mathscr{A}_{MAHST} = 25 + 7{,}5 = 32{,}5$ cm^2.
- Le rayon du demi-disque est $12 \div 2 = 6$ cm, donc $\mathscr{A} = \pi \times R^2 \div \mathbf{2} \approx 56{,}5$ cm^2 (on divise par 2 car il s'agit d'un **demi**-disque).

2 Égalité de Pythagore

DÉFINITION

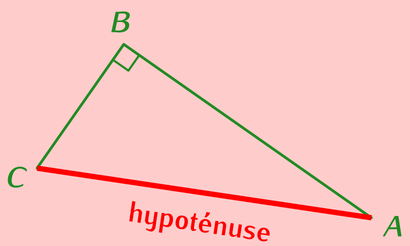
Dans un triangle rectangle, le côté opposé (ou "en face") de l'angle droit s'appelle l'hypoténuse. Il s'agit aussi du côté le plus long.



THÉORÈME DE PYTHAGORE

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

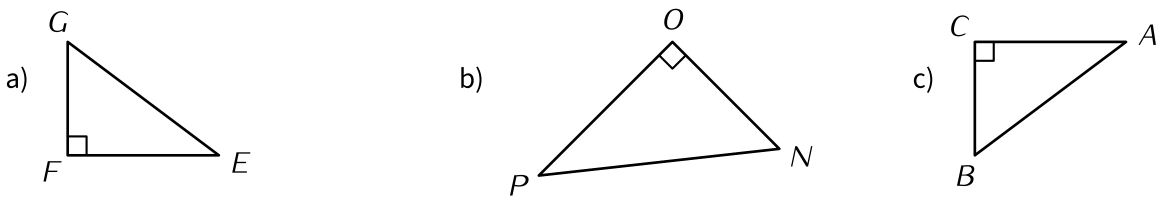
Autrement dit :

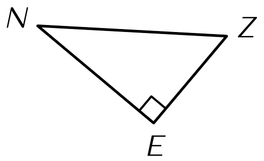


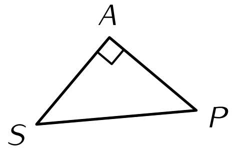
$\Rightarrow$ Égalité de Pythagore :

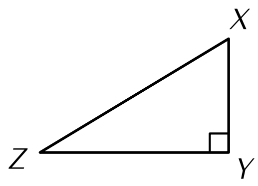
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

➔ **Exemples** : Pour chaque triangle ci-dessous, écris l'égalité de Pythagore qui lui correspond :



d) 

e) 

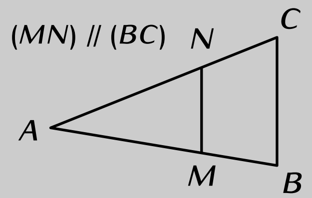
f) 

Solution : a) $EG^2 = EF^2 + FG^2$; b) $PN^2 = PO^2 + ON^2$; c) $AB^2 = AC^2 + BC^2$
d) $NZ^2 = NE^2 + EZ^2$; e) $SP^2 = SA^2 + AP^2$ et f) $XZ^2 = XY^2 + YZ^2$.

3 Égalité de Thalès

DÉFINITION

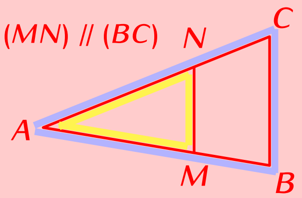
Une configuration de Thalès est une figure dans laquelle deux droites sécantes sont coupées par deux autres droites parallèles. Ces droites peuvent parfois être dessinées sous la forme de segments.



THÉORÈME DE THALÈS

Si deux droites parallèles coupent deux droites sécantes, alors elles déterminent deux triangles dont les côtés correspondants ont des longueurs proportionnelles.

Autrement dit :

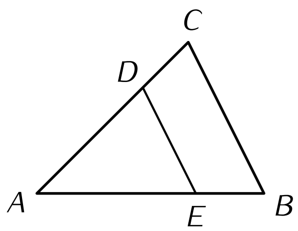


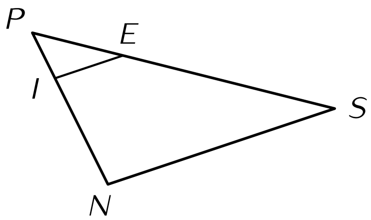
$\Rightarrow$ Égalité de Thalès :

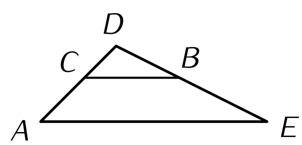
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

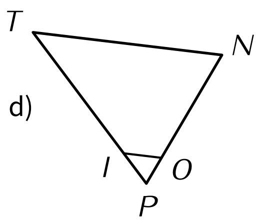
On écrit les trois côtés du petit triangle aux numérateurs en commençant par les deux côtés qui sont repassés des deux couleurs en même temps. *Puis, pour chaque dénominateur, on écrit le côté qui lui correspond dans le grand triangle, c'est-à-dire soit dans l'alignement, soit parallèle.*

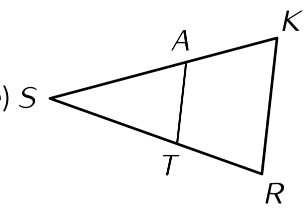
Exemples : Pour chaque configuration de Thalès ci-dessous, écris l'égalité de Thalès qui lui correspond (dans chaque figure, le segment à l'intérieur du triangle est parallèle à l'un de ses côtés) :

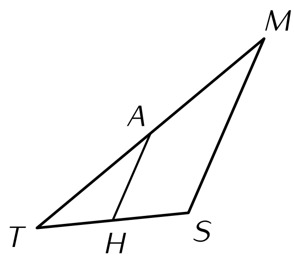
a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

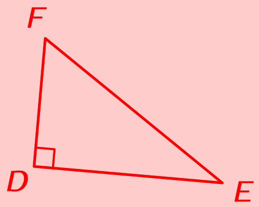
Solution : a) $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC}$; b) $\frac{PI}{PN} = \frac{PE}{PS} = \frac{IE}{NS}$; c) $\frac{DC}{DA} = \frac{DB}{DE} = \frac{CB}{AE}$;
d) $\frac{PI}{PT} = \frac{PO}{PN} = \frac{IO}{TN}$; e) $\frac{SA}{SK} = \frac{ST}{SR} = \frac{AT}{KR}$ et f) $\frac{TA}{TM} = \frac{TH}{TS} = \frac{AH}{MS}$.

4 DPC

DÉFINITION

En géométrie, pour rédiger une démonstration, on utilise une présentation appelée DPC et qui correspond à la structure classique "Donnée(s) - Propriété - Conclusion".

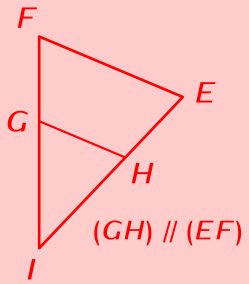
DPC DU THÉORÈME DE PYTHAGORE



Le DPC correspondant au théorème de Pythagore :

D : EDF est un triangle rectangle en D. ← on écrit la donnée
P : D'après le théorème de Pythagore, on a : ← on cite le théorème
C : $EF^2 = ED^2 + DF^2$ ← on écrit l'égalité de Pythagore

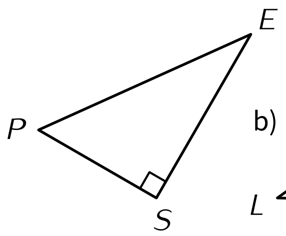
DPC DU THÉORÈME DE THALÈS

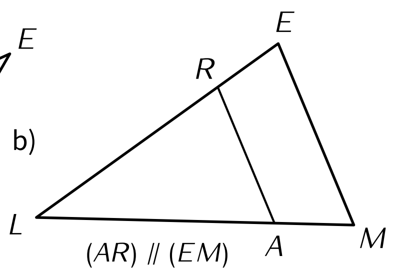


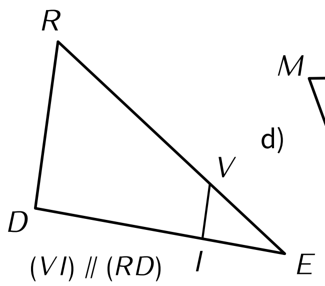
Le DPC correspondant au théorème de Thalès :

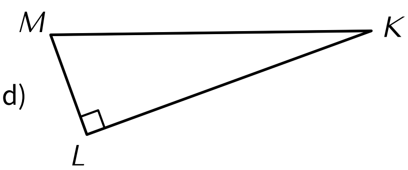
D : • (FG) et (EH) sont sécantes en I ← on doit utiliser les 5 points de la configuration + les parallèles
• (GH) // (EF)
P : D'après le théorème de Thalès, on a : ← on cite le théorème
C : $\frac{IG}{IF} = \frac{IH}{IE} = \frac{GH}{EF}$ ← on écrit l'égalité de Thalès

■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :** Pour chaque figure, écris le DPC correspondant (théorème de Pythagore ou théorème de Thalès) :

a) 

b) 

c) 

d) 

Solution :

a) D : Le triangle PES est rectangle en S.
P : D'après le théorème de Pythagore, on a :
C : $PE^2 = PS^2 + ES^2$.

b) D : • (RE) et (AM) sont sécantes en L.
• (AR) // (EM).
P : D'après le théorème de Thalès, on a :
C : $\frac{LR}{LE} = \frac{LA}{LM} = \frac{AR}{EM}$.

c) D : • (ID) et (RV) sont sécantes en E.
• (VI) // (RD).
P : D'après le théorème de Thalès, on a :
C : $\frac{EV}{ER} = \frac{EI}{ED} = \frac{VI}{RD}$.

d) D : Le triangle KLM est rectangle en L.
P : D'après le théorème de Pythagore, on a :
C : $KM^2 = KL^2 + LM^2$.

SÉQUENCE II

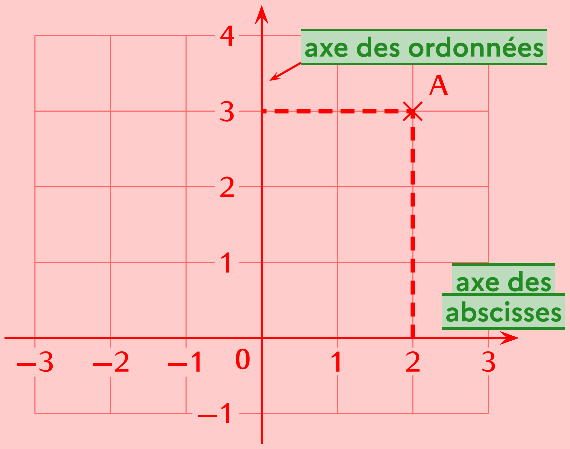
Opérations sur les nombres relatifs

1 Rappels de 5e

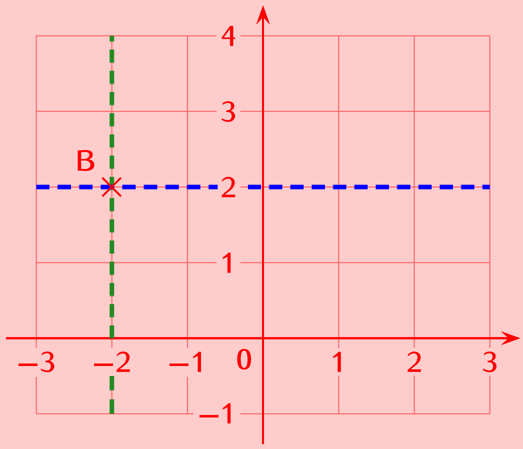
1 Repérage

PROPRIÉTÉ

Lire les coordonnées d'un point



Placer un point $B(-2; 2)$



Vocabulaire : $A\,(\,2\,;\,3\,)$.

abscisse du point A — ordonnée du point A

2 Addition de nombres relatifs

RÈGLE

- Pour additionner deux nombres relatifs de même signe, on additionne leur distance à zéro et on garde le signe commun.
- Pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires, on soustrait la plus petite distance à zéro de la plus grande et on prend le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro.

Cette règle permet un calcul automatisé. Pour les élèves qui ont du mal, il est toujours possible de voir l'**addition** de nombres relatifs comme un jeu où soit on gagne de l'argent (nombre positif), soit on perd de l'argent (nombre négatif). On calcule ainsi le bilan de ce qu'on a gagné (ou perdu).

Exemples : Calcule $A = (-2) + (-3)$ et $B = (-5) + (+7)$:

- $A = (-2) + (-3) = (-5)$ car en perdant 2 € puis encore 3 €, on a globalement perdu 5 €.
- $B = (-5) + (+7) = (+2)$ car en perdant 5 € puis en gagnant 7 €, on a globalement gagné 2 €.

3 Soustraction de deux nombres relatifs

PROPRIÉTÉ

Soustraire par un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

Exemples : Calcule $C = (+12) - (-5)$, $D = (-6) - (+8)$, $E = (-7) - (-3)$ et $F = (+9) - (+12)$:

- $C = (+12) - (-5) = (+12) + (+5) = (+17)$.
- $D = (-6) - (+8) = (-6) + (-8) = (-14)$.
- $E = (-7) - (-3) = (-7) + (+3) = (-4)$.
- $F = (+9) - (+12) = (+9) + (-12) = (-3)$.

2 Multiplication de nombres relatifs

1 Produit de deux facteurs

PROPRIÉTÉ (« RÈGLE DES SIGNES »)

Pour multiplier deux nombres relatifs, on multiplie leur distance à zéro et on applique la règle des signes :
- ★ le produit de deux nombres relatifs de même signe est positif ;
- ★ le produit de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.

Remarque

Cette règle des signes peut se retenir de la manière suivante : $++ \to +$, $-- \to +$, $+- \to -$ et $-+ \to -$.

Exemples : Effectue les multiplications $F = (-4) \times (-2{,}5)$ et $G = 0{,}2 \times (-14)$:

<u>**Solution**</u> : $F = (-4) \times (-2{,}5) = (+10)$ car $- \times - \Rightarrow +$ et $4 \times 2{,}5 = 10$.
$G = 0{,}2 \times (-14) = (-2{,}8)$ car $+ \times - \Rightarrow -$ et $0{,}2 \times 14 = 2{,}8$.

Remarque

Multiplier un nombre relatif par -1 revient à prendre son opposé. Cela signifie que pour tout nombre relatif x, on a $-1 \times x = -x$.

2 Produit de plusieurs facteurs

MÉTHODE (signe d'un produit de plusieurs facteurs)

Pour déterminer le signe d'un produit de plusieurs facteurs, on compte le nombre de facteurs <u>négatifs</u> :
- **S'il est *pair*, le produit est positif.**
- **S'il est *impair*, le produit est négatif.**

Exemple : Quel est le signe du produit : $H = -6 \times 7 \times (-8) \times (-9)$?

<u>**Solution**</u> : On compte 3 facteurs négatifs (qui est impair), donc H sera un nombre négatif.

■ **EXERCICE :** Calcule le produit : $J = 2 \times (-4) \times (-5) \times (-2{,}5) \times (-0{,}8)$:

Solution : $J = 2 \times (-4) \times (-5) \times (-2{,}5) \times (-0{,}8) = 0{,}8 \times \underline{2 \times 5} \times \underline{2{,}5 \times 4} = 80$ (4 facteurs négatifs ⇒ J est positif).

3 Division de deux nombres relatifs

RÈGLE

Pour calculer le quotient d'un nombre relatif par un nombre relatif non nul, on divise leur distance à zéro et on applique la règle des signes suivante :

- le quotient de deux nombres relatifs de même signe est positif ;
- le quotient de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.

Exemple : Effectue la division suivante : $K = 65 \div (-5)$:

Solution : $K = 65 \div (-5) = -13$ car $+ \div - = -$ et $65 \div 5 = 13$.

■ **EXERCICE :** Quelle est l'écriture décimale du quotient $L = \dfrac{(-30)}{(-4)}$?

Solution : $L = \dfrac{-30}{-4} = \dfrac{30}{4} = \dfrac{15}{2} = 7{,}5$ car $- \div - = +$ et $30 \div 4 = 7{,}5$.

Remarque

- La règle des signes pour la division est la même que celle pour la multiplication.
- Le quotient de 0 par n'importe quel nombre non nul est égal à 0. Cela signifie que pour tout nombre relatif non nul x, on a $\dfrac{0}{x} = 0$.

4 Inverse d'un nombre relatif

DÉFINITION

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre signifie que leur produit est égal à 1.

Autrement dit, si x désigne un nombre non nul, alors son inverse est le nombre $\dfrac{1}{x}$.

Remarques

0 n'a pas d'inverse. De plus, ne pas confondre l'inverse de x (donc $\dfrac{1}{x}$) avec l'**opposé** de x (qui est $-x$) !

RÈGLES

- L'inverse de a est $\dfrac{1}{a}$.
- L'inverse de $\dfrac{1}{a}$ est donc a.
- L'inverse de $\dfrac{a}{b}$ est $\dfrac{b}{a}$.

5 Rappel des priorités

PROPRIÉTÉ (« ORDRE DES PRIORITÉS »)

On effectue, dans l'ordre des priorités :

❶ les calculs entre parenthèses ou crochets. S'il y a des parenthèses emboîtées, les plus emboîtées sont prioritaires.
❷ les multiplications et les divisions, en allant de gauche à droite.
❸ les additions et soustractions, en allant de gauche à droite.

On peut aussi (et surtout) retenir l'ordre des priorités grâce à un schéma :

$$\underset{❶}{\boxed{(\ )}} \longrightarrow \underset{❷}{\boxed{\times / \div \ \rightarrow}} \longrightarrow \underset{❸}{\boxed{+ / - \ \rightarrow}}$$

Exemple : Calculons $A = 7 + 2 \times (5 + 7) - 5$:

Solution : $A = 7 + 2 \times (5+7) - 5 = 7 + 2 \times 12 - 5 = 7 + 24 - 5 = 31 - 5 = 26$.

EXERCICE : Calculons les expressions $A = 13 + (-7) \times (-2)$ et $B = (-8+5) \times (-2) + 9$:

Solution : $A = 13 + (-7) \times (-2) = 13 + 14 = 27$ et $B = (-8+5) \times (-2) + 9 = -3 \times (-2) + 9 = 6 + 9 = 15$.

6 Écrire en une seule expression

MÉTHODE (utiliser un programme de calcul)

Écriture en langage naturel	Écriture en langage mathématiques	
• **Choisis un nombre.** • **Ajoute** 3. • **Multiplie par** -9. • **Soustraire** 5.	• 7 • $7 + 3$ • $(7+3) \times (-9)$ • $(7+3) \times (-9) - 5 = 95$ **(calculatrice)**	• 7 • $7 + 3 = 10$ • $10 \times (-9) = -90$ • $-90 - 5 = -95$ **(calcul direct)**

MÉTHODE (calculer avec un énoncé rédigé)

J'ai 15 **pièces de** 50 **centimes et** 13 **pièces d'un euro. Je donne** 8 **€ à un copain. Combien me reste-t-il ?**
$15 \times 0{,}50 + 13 - 8 = 7{,}50 + 13 - 8 = 20{,}50 - 8 = 12{,}50$ **: il me reste** 12,50 **€.**

5 **dictionnaires identiques pèsent** 17 **kg. Combien pèseraient** 20 **dictionnaires ?** $17 \times 4 = 68$ **: 20 dictionnaires pèsent 68 kg.**

SÉQUENCE III

Pythagore

1 Racines carrées

1 Définition

DÉFINITION

La racine carrée d'un nombre positif g est un nombre plus petit p dont le carré vaut g. Autrement dit, la racine carrée p d'un nombre g vérifie $p^2 = g$.

On note ce nombre $\sqrt{g}$. La carré et la racine carrée sont donc liés.

RÈGLE (CARRÉS PARFAITS)

Il va être utile de connaître les premiers carrés parfaits, et donc les premières racines carrées remarquables :

$\square^2$															$\sqrt{\square}$
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	$\sqrt{x}$	
x^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	x	

2 Calculer une racine carré, simplifier un carré

MÉTHODE (calculer une racine carrée)

Pour calculer la racine carrée de 49 (c'est-à-dire $\sqrt{49}$), on utilise la touche ⓐ : on tape $\sqrt{\square}$ 4 9 EXE.

Pour calculer une racine carrée en géométrie, lorsqu'on aboutit sur une égalité du type « $AB^2 = 50$ », on écrit :

$$\begin{aligned} AB^2 &= 50 \\ AB &= \sqrt{50} && \leftarrow \text{on utilise la calculatrice : } \sqrt{\square}\ 5\ 0\ \Uparrow\ \text{EXE} \\ AB &\approx 7{,}\underline{1}\text{ cm} && \leftarrow \text{on n'oublie pas le symbole “}\approx\text{” si nécessaire, ainsi que l'unité...} \end{aligned}$$

La combinaison de touches ⇑ EXE permet d'obtenir tout de suite une valeur décimale sans que la calculatrice n'affiche de racine carrée. La manipulation est aussi valable avec l'ancienne calculatrice : SECONDE EXE (ou EXE puis S⇔D).

Exemple : En t'aidant de la méthode précédente, calcule les longueurs suivantes (si elles ne tombent pas justes, on arrondira au dixième de centimètre) : $AB^2 = 81$; $CD^2 = 56{,}25$; $EF^2 = 18$ et $GH^2 = 46$:

$AB = 9$ cm ; $CD = 7{,}5$ cm ; $EF \approx 4{,}2$ cm et $GH \approx 6{,}\underline{8}$ cm.

3 Encadrer une racine carrée

MÉTHODE (encadrer une racine carrée par 2 entiers consécutifs)

Pour encadrer $\sqrt{21}$, on écrit :

$16 \leqslant 21 \leqslant 25$ ← **on cherche où se trouve 21 dans la 2e ligne du tableau des carrés parfaits**

$\sqrt{16} \leqslant \sqrt{21} \leqslant \sqrt{25}$ ← **les racines carrées des 3 nombres sont rangées dans le même ordre**

$4 \leqslant \sqrt{21} \leqslant 5$ ← **on calcule les racines carrés devant et derrière**

Pour les nombres plus grands, on les calcule à la calculatrice. La partie entière donne le nombre à gauche.

Exemples : Encadre les racines carrées $\sqrt{21}$, $\sqrt{37}$, $\sqrt{150}$, $\sqrt{200}$, $\sqrt{1\,000}$ et $\sqrt{2\,024}$, par deux entiers consécutifs.

$4 \leqslant \sqrt{21} \leqslant 5$; $6 \leqslant \sqrt{37} \leqslant 8$; $12 \leqslant \sqrt{150} \leqslant 13$; $14 \leqslant \sqrt{200} \leqslant 15$; $31 \leqslant \sqrt{1\,000} \leqslant 32$ et $44 \leqslant \sqrt{2\,024} \leqslant 45$.

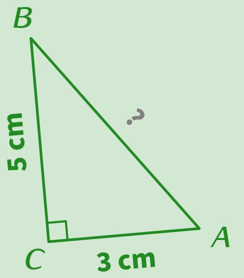
2 Calculer une longueur

MÉTHODE (calculer l'hypoténuse)

❶ **On écrit le DPC du théorème de Pythagore (⚠ la ligne du “C” ne doit comporter que des lettres !).**

❷ **On remplace les longueurs connues et on calcule.**

Exemple :



***Question* : calcule AB *(arrondi au dixième)*.**

***Réponse* :**

D : ABC **est un triangle rectangle en** C.

P : D’après le théorème de Pythagore, on a :

C : $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ← **on surligne la longueur à calculer**

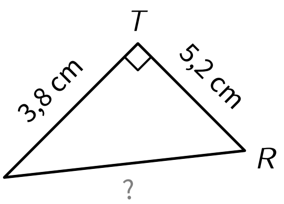
$AB^2 = 3^2 + 5^2$ ← **on remplace les longueurs connues**

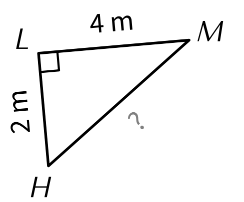
$AB^2 = 34$ ← **on calcule la somme**

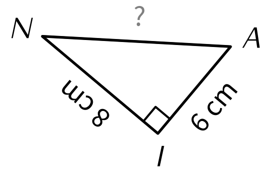
$AB = \sqrt{34}$ ← **on simplifie le carré en utilisant $\sqrt{}$**

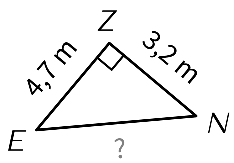
$AB \approx 5{,}8$ **cm** ← **on calcule, on arrondit et on n’oublie pas l’unité...**

■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :** Pour chaque triangle ci-dessous, calcule la longueur de l’hypoténuse, arrondie si nécessaire au dixième près :

a)


b)


c)


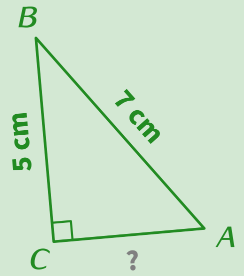
d)


Solution : $SR \approx 6{,}4$ cm ; $MH \approx 4{,}\underline{7}$ m ; $AN = 10$ cm et $EN \approx 6{,}\underline{7}$ m.

MÉTHODE (calculer un côté de l'angle droit)

❶ **On écrit le DPC du théorème de Pythagore (⚠ la ligne du “C” ne doit comporter que des lettres !).**
❷ **On remplace les longueurs connues et on calcule (⚠ la longueur à calculer est à droite du “=”).**

Exemple :

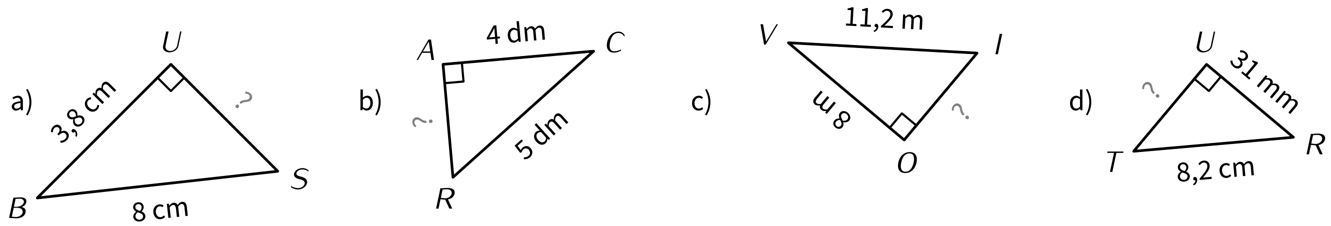


Calcule AC (arrondi au dixième).

D : ABC **est un triangle rectangle en** C.
P : D'après le théorème de Pythagore, on a :
C : $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ← **on surligne la longueur à calculer**
$AC^2 = AB^2 - BC^2$ ← **on isole la longueur à calculer ***
$AC^2 = 7^2 - 5^2$ ← **on remplace les longueurs connues**
$AC^2 = 24$ ← **on calcule la somme**
$AC = \sqrt{24}$ ← **on simplifie le carré en utilisant $\sqrt{\ }$**
$AC \approx 4{,}9$ **cm** ← **on calcule, on arrondit et on n'oublie pas l'unité...**

** : en isolant la longueur à calculer, le calcul devient « hypoténuse »^{2} — « autre côté »^{2} (soustraction) !*

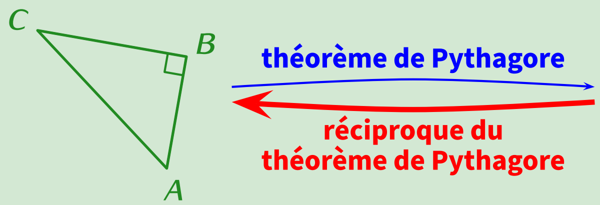
EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) : Pour chaque triangle ci-dessous, calcule la longueur demandée, arrondie si nécessaire au dixième près :



Solution : $US \approx 7$ cm ; $CR = 3$ dm ; $IO \approx 7{,}8$ m et $TU \approx 7{,}6$ cm (attention aux unités pour ce dernier calcul…).

3 Montrer qu'un triangle est rectangle ou non

MÉTHODE (montrer qu'un triangle est rectangle ou non)



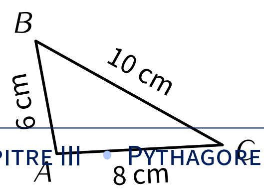
$AC^2 = AB^2 + BC^2$

- **On utilise la réciproque du théorème de Pythagore pour montrer qu'un triangle est rectangle : pour cela, il suffit de montrer que l'égalité de Pythagore est vraie dans ce triangle.**
- **On utilise la contraposée du théorème de Pythagore pour montrer qu'un triangle n'est pas rectangle : pour cela, il suffit de montrer que l'égalité de Pythagore est fausse dans ce triangle.**

Remarque

Puisqu'on doit tester une égalité, il ne faudra pas oublier de calculer ses deux membres séparément !

Exemple 1 : Est-ce que le triangle suivant est rectangle ? Si oui, en quel point ?



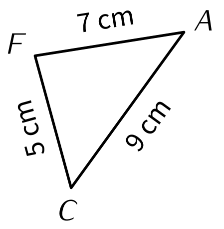
D : La plus grande longueur est BC. ← on cherche le côté le plus long

• $BC^2 = 10^2 = 100$
• $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$
} ← on teste l'égalité de Pythagore

L'égalité est donc **vraie**. ← on conclut le test : ici l'égalité est **vraie**…

P : D'après la **réciproque** du théorème de Pythagore, ← …donc on utilise la **réciproque**…

C : Le triangle ABC **est rectangle** en A. ← …et le triangle **est rectangle** !



Exemple 2 : Est-ce que le triangle suivant est rectangle ? Si oui, en quel point ?

D : La plus grande longueur est AC. ← on cherche le côté le plus long

• $AC^2 = 9^2 = 81$
• $AF^2 + FC^2 = 7^2 + 5^2 = 74$
} ← on teste l'égalité de Pythagore

L'égalité est donc **fausse**. ← on conclut le test : ici l'égalité est **fausse**…

P : D'après la **contraposée** du théorème de Pythagore, ← …donc on utilise la **contraposée**…

C : Le triangle FAC **n'est pas rectangle**. ← …et le triangle **n'est pas rectangle** !

SÉQUENCE IV

Fractions (partie 1)

1 Rappels : égalité de quotients

1 Simplification de quotient

« RÈGLE D'OR DES QUOTIENTS » (RAPPEL)

On ne change pas un quotient en multipliant (ou en divisant) son numérateur ET son dénominateur par un même nombre non nul.

Autrement dit, pour tous nombres a, b et k (où b et k sont non nuls) :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}.$$

Exemple : Simplifie le quotient $\frac{42}{-140}$:

$$\frac{42}{-140} = \frac{21 \times 2}{-70 \times 2} = \frac{21}{-70} = \frac{3 \times 7}{-10 \times 7} = \frac{3}{-10}.$$

Exemple : Détermine le nombre x dans l'égalité $\frac{-1{,}2}{6} = \frac{x}{18}$:

Puisque $6 \times 3 = 18$, on a que $\frac{-1{,}2}{6} = \frac{-1{,}2 \times 3}{6 \times 3} = \frac{-3{,}6}{18}$. Donc $x = -3{,}6$!

2 Réduction de quotients au même dénominateur

En 5^e, on a déjà vu comment réduire deux fractions au même dénominateur lorsque l'un d'entre eux est déjà dans la table de l'autre. En 4^e, on pousse cette notion un peu plus loin.

Exemple : Réduis les quotients $\frac{2}{9}$ et $\frac{5}{12}$ au même dénominateur :

- Solution de facilité : on multiplie chaque fraction par le dénominateur de l'autre :

$$\frac{2}{9} = \frac{2 \times 12}{9 \times 12} = \frac{24}{108} \quad \text{et} \quad \frac{5}{12} = \frac{5 \times 9}{12 \times 9} = \frac{45}{108}.$$

- Solution réfléchie : on cherche quel est le plus petit multiple commun entre les deux dénominateurs (ici, c'est 36 qu'on trouve en commun en premier dans les tables de 9 et 12) :

$$\frac{2}{9} = \frac{2 \times 4}{9 \times 4} = \frac{8}{36} \quad \text{et} \quad \frac{5}{12} = \frac{5 \times 3}{12 \times 3} = \frac{15}{36}.$$

Exemple : Compare les quotients $\frac{2}{7}$ et $\frac{3}{8}$:

Puisque $\frac{2}{7} = \frac{2 \times 8}{7 \times 8} = \frac{16}{56}$, $\frac{3}{8} = \frac{3 \times 7}{8 \times 7} = \frac{21}{56}$ et puisque $\frac{16}{56} < \frac{21}{56}$, on en déduit que $\frac{2}{7} < \frac{3}{8}$.

2 Comparer ou ranger des fractions

PROPRIÉTÉ

Pour comparer ou ranger plusieurs fractions, il faut d'abord qu'elles soient sur le même dénominateur (quitte à utiliser la règle d'or). Elles sont alors rangées dans le même ordre que leurs numérateurs.

Exemple 1 (COMPARER DES FRACTIONS) : Comparer les fractions suivantes :

- $\frac{3}{5}$ et $\frac{8}{5}$: $3 < 8$, donc $\frac{3}{5} < \frac{8}{5}$.
- $\frac{3}{8}$ et $\frac{1}{4}$: $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$, donc puisque $\frac{3}{8} > \frac{2}{8}$, on a : $\frac{3}{8} > \frac{1}{4}$.
- $\frac{5}{9}$ et $\frac{3}{4}$: $\frac{5}{9} = \frac{5 \times 4}{9 \times 4} = \frac{20}{36}$ et $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 9}{4 \times 9} = \frac{27}{36}$, donc puisque $\frac{20}{36} < \frac{27}{36}$, on a : $\frac{5}{9} < \frac{3}{4}$.

Exemple 2 (ORDONNER DES FRACTIONS) : Range les fractions suivantes dans l'ordre croissant :

$$\frac{13}{20} \quad ; \quad \frac{7}{10} \quad ; \quad \frac{9}{4} \quad ; \quad \frac{2}{5} \quad \text{et} \quad \frac{1}{2}.$$

On met d'abord toutes les fractions sur 20 (car c'est le plus grand des dénominateurs proposés) :

$$\frac{7}{10} = \frac{7 \times 2}{10 \times 2} = \frac{14}{20} \quad ; \quad \frac{9}{4} = \frac{9 \times 5}{4 \times 5} = \frac{45}{20} \quad ; \quad \frac{2}{5} = \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{8}{20} \quad \text{et} \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \times 10}{2 \times 10} = \frac{10}{20}.$$

On peut maintenant les comparer plus facilement en ne regardant que les numérateurs ($8 < 10 < 13 < 14 < 45$), et on réécrit bien sûr le rangement en utilisant les fractions de l'énoncé :

$$\frac{8}{20} < \frac{10}{20} < \frac{13}{20} < \frac{14}{20} < \frac{45}{20} \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{13}{20} < \frac{7}{10} < \frac{9}{4}.$$

3 Addition et soustraction

RÈGLE

Pour additionner (ou soustraire) des nombres en écriture fractionnaire ayant le même dénominateur, on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

Autrement dit, pour tous nombres a, b et D (où D est non nul) :

$$\frac{a}{D} + \frac{b}{D} = \frac{a+b}{D} \qquad \text{et} \qquad \frac{a}{D} - \frac{b}{D} = \frac{a-b}{D}.$$

Remarque

Si les nombres en écriture fractionnaire n'ont pas le même dénominateur, il faut les réduire au même dénominateur selon la méthode vue précédemment.

Exemple : Calcule l'expression suivante $A = -3 + \dfrac{13}{20} - \dfrac{1}{10}$:

$A = \dfrac{-3}{1} + \dfrac{13}{20} - \dfrac{1}{10} = \dfrac{-3 \times 20}{1 \times 20} + \dfrac{13}{20} - \dfrac{1 \times 2}{10 \times 2} = \dfrac{-60}{20} + \dfrac{13}{20} - \dfrac{2}{20} = \dfrac{-60 + 13 - 2}{20} = -\dfrac{49}{20}.$

SÉQUENCE V

Calcul littéral (partie 1)

1 Simplification d'une expression littérale

DÉFINITION

Une expression littérale est une expression mathématique qui comporte une ou plusieurs lettres ainsi que des opérations. Ces lettres désignent des nombres.

1 Convention d'écriture avec le signe $\times$

RÈGLE

Pour simplifier l'écriture d'une expression littérale, on peut supprimer le symbole $\times$ devant une lettre ou une parenthèse ouvrante (mais surtout pas devant un nombre connu).

Exemple : Simplifie l'expression suivante : $A = -5 \times x + 7 \times (-4) \times (3 \times x - 2)$:

Solution : $A = -5x - 28(3x - 2)$.

RÈGLE

Pour tout nombre a, on peut écrire :

- $a \times 0 = 0 \times a = 0$ et $a \times 1 = 1 \times a = a$;
- $a \times a = a^2$ (qui se lit « a carré ») et $a \times a \times a = a^3$ (qui se lit « a au cube »).

2 Opposés et parenthèses

MÉTHODE (gérer une parenthèse précédée d'un $-$)

Pour supprimer une paire de parenthèses précédée du symbole « $-$ »,
❶ on écrit l'opposé de chaque nombre dans la parenthèse,
❷ on supprime alors le « $-$ » devant la parenthèse,
❸ on supprime enfin les parenthèses (mais pas leur contenu, évidemment !).

Exemple 1 : Quel est l'opposé de $a + b - 2a\,b$?

Solution : L'opposé de $a + b - 2ab$ est $-(a + b - 2a\,b) = -a - b + 2a\,b$.

Exemple 2 : Supprime les parenthèses dans l'expression $B = 3x - (-2x^2 - 5x\,y + 4)$:

Solution : $B = 3x - (-2x^2 - 5x\,y + 4) = 3x + 2x^2 + 5x\,y - 4$.

2 Réduction

DÉFINITIONS

On "classe" désormais les nombres dans des familles selon les lettres qu'ils comportent :

- **La "famille des x" : ce sont les mêmes nombres que dans la famille des nombres, mais avec un x derrière (lié par une multiplication cachée) : $2x$, $-15x$, $\frac{3}{4}x$, $\frac{1}{3}x$, $\sqrt{2}x$, … Cette famille est majoritairement utilisée avec des nombres simples ($2x$, $3x$, $-5x$, $10x$, …), et peut aussi se décliner avec d'autres lettres !**
- **La "famille des x^2" : ce sont les mêmes nombres que dans la famille des nombres, mais avec un x^2 derrière (lié par une multiplication cachée) : $2x^2$, $-15x^2$, x^2, $13x^2$, … Cette famille est aussi majoritairement utilisée avec des nombres simples (rappel : $x^2 = x \times x$; $x^2 \neq x$ [pas la même famille] et surtout $x^2 \neq 2 \times x$…).**
- **(La "famille des nombres" classiques, appris depuis l'école primaire : 2, -15, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\sqrt{2}$, …)**

ACTIVITÉ 1 (introduction) :

a) Complète : 8 filles + 5 garçons + 3 filles + 4 garçons = 11 filles + 9 garçons

11 filles + 8 garçons + 2 filles + 12 garçons = 13 filles + 20 garçons

b) En observant les égalités de la question précédente, complète : $8x + 5y + 3x + 4y = 11\,x + 9\,y$

$11x + 8y + 2x + 12y = 13\,x + 20\,y$

c) Complète : $4♣ + 7\triangle + 5 + 2♣ + 9\triangle + 8 = 6\,♣ + 16\,\triangle + 13$

$3♣ + 11\triangle + 12 + 4♣ + 7\triangle + 9 = 7\,♣ + 18\,\triangle + 21$

d) En observant les égalités de la question précédente, complète :

$4x^2 + 7x + 5 + 2x^2 + 9x + 8 = 6\,x^2 + 16\,x + 13$

$3x^2 + 11x + 12 + 4x^2 + 7x + 9 = 7\,x^2 + 18\,x + 21$

À partir de cette activité, on peut énoncer la définition suivante :

DÉFINITION

Réduire, c'est regrouper et calculer ensemble (additions ou soustractions) les nombres qui appartiennent à une même "famille", une même catégorie.

RÈGLE

Dans un calcul où n'apparaissent que des « + » et des « − » visibles, on tient compte des "histoires de famille". On souligne (ou surligne) d'une même couleur les membres d'une même famille, sans oublier les symboles d'opérations devant les nombres !

Exemple 1 : On souhaite réduire $A = 7x^2 + 3x + 1 + 5x^2 + 8x + 14$:
$A = 7x^2 + 3x + 1 + 5x^2 + 8x + 14 = 7x^2 + 5x^2 + 3x + 8x + 1 + 14 = 12x^2 + 11x + 15$.

Exemple 2 : On souhaite réduire $F = 7x^2 - 3x + 1 - 5x^2 - 8x - 14$:
$F = 7x^2 - 3x + 1 - 5x^2 - 8x - 14 = 7x^2 - 5x^2 - 3x - 8x + 1 - 14 = 3x^2 - 11x - 13$.

EXERCICE : Réduis les expressions suivantes :

$G = 9x^2 - 5x - 11 - 3x^2 - 2x - 7$ $\qquad$ $H = 4x^2 - 6x + 4 - 11x^2 + 10x + 9$

$I = 5x^2 + 11x - 2 + 8x^2 - 6x$ $\qquad$ $J = x^2 - 6x - 4 + 5x - 3x^2 + 10$

__Solution__ : $G = 6x^2 - 7x - 18$, $H = -7x^2 + 4x + 13$, $I = 13x^2 + 5x - 2$ et $J = -2x^2 - x + 6$.

3 Substituer (rapppel)

DÉFINITION

Dans une expression littérale, faire une substitution consiste à remplacer chaque lettre par sa valeur pour pouvoir calculer cette expression.

RAPPEL

En mathématiques, il est interdit que deux nombres (connus ou inconnus) se suivent sans aucun lien. Si le lien n'est pas visible, c'est qu'il s'agit forcément d'une multiplication cachée.

Exemples : $5x$ signifie $5 \times x$; $xy = x \times y$; $12a^2 = 12 \times a \times a$; ...

MÉTHODE (calculer $K = 5x^2 + 2x + 1$ pour $x = -4$)

$K = 5x^2 + 2x + 1$ ⟵ **on recopie l'énoncé**

$K = 5 \times x^2 + 2 \times x + 1$ ⟵ **on rajoute les opérations (forcément $\times$) cachées**

$K = 5 \times (-4)^2 + 2 \times (-4) + 1$ ⟵ **on remplace __tous__ les x par sa valeur**

$K = 73.$ ⟵ **on calcule avec la calculatrice**

__Remarque importante__ : quand on remplace x par un __nombre négatif__, il faut bien penser à mettre des parenthèses autour de ce nombre !

Exemples (DANS TON CAHIER D'EXERCICES) :

a) Calcule $L = 9x + 15$ pour $x = 2$.
b) Calcule $M = 3m - 4$ pour $m = -3$.
c) Calcule $N = 2c^2 - 7$ pour $c = 6$.
d) Calcule $U = 9x^2 - 2x + 7$ pour $x = -2$.

__Solution__ : $L = 9 \times 2 + 15 = 18 + 15 = 33$; $M = 3 \times (-3) - 4 = -11$; $N = 2 \times 6^2 - 7 = 2 \times 36 - 7 = 72 - 7 = 65$ et $U = 9 \times (-2)^2 - 2 \times (-2) + 7 = 9 \times 4 + 4 + 7 = 36 + 4 + 7 = 47$.

SÉQUENCE VI

Fractions (partie 2)

1 Multiplication de deux quotients

RÈGLE

Pour multiplier des nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Autrement dit, pour tous nombres a, b, c et d (avec b et d non nuls) :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

Exemple : Calcule l'expression $A = -\frac{35}{33} \times \frac{-39}{-80}$:

Solution : La règle des signes généralisée nous dit déjà que le résultat sera négatif, donc :

$$A = -\frac{35}{33} \times \frac{-39}{-80} = -\frac{35}{33} \times \frac{39}{80} = -\frac{35 \times 39}{33 \times 80} = -\frac{7 \times \cancel{5} \times \cancel{3} \times 13}{\cancel{3} \times 11 \times 16 \times \cancel{5}} = -\frac{91}{176}.$$

2 Division de deux quotients

1 Inverse d'un nombre non nul

DÉFINITION

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.

RÈGLE

Tout nombre x non nul admet un inverse qui est le nombre $\frac{1}{x}$.

L'inverse du nombre en écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$ (avec a et b non nuls) est $\frac{b}{a}$.

Remarques

- Un nombre et son inverse ont toujours le même signe.
- Zéro est le seul nombre qui n'admet pas d'inverse.

Exemple : Quels sont les inverses des nombres 3 et $\dfrac{-3}{7}$?

Solution : L'inverse de 3 est $\frac{1}{3}$ tandis que celui de $\frac{-3}{7}$ et $\frac{7}{-3} = -\frac{7}{3}$.

2 Diviser des quotients

RÈGLE

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par l'inverse de ce nombre.

Autrement dit, pour tous nombres a, b, c et d (avec b, c et d non nuls) :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

Exemple 1 : Calcule $B = \dfrac{-8}{7} \div \dfrac{5}{-3}$:

Solution : $B = \frac{-8}{7} \div \frac{5}{-3} = \frac{8}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{8 \times 3}{7 \times 5} = \frac{24}{35}$.

Exemple 2 : Calcule $C = \dfrac{\frac{-32}{21}}{\frac{-48}{-35}}$ et donne le résultat en le simplifiant le plus possible :

Solution : $C = \dfrac{\frac{-32}{21}}{\frac{-48}{-35}} = -\frac{32}{21} \div \frac{48}{35} = -\frac{32}{21} \times \frac{35}{48} = -\frac{32 \times 35}{21 \times 48} = -\frac{\cancel{16} \times 2 \times \cancel{7} \times 5}{\cancel{7} \times 3 \times \cancel{16} \times 3} = -\frac{10}{9}$.

3 Priorités opératoires

« ORDRE DES PRIORITÉS » (RAPPEL)

$\boxed{(\ )}$ ❶ → $\boxed{\times\ /\ \div \rightarrow}$ ❷ → $\boxed{+\ /\ - \rightarrow}$ ❸

Exemples (DANS TON CAHIER D'EXERCICES) : Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$D = \frac{2}{9} + \frac{5}{2} \times \frac{1}{3} \qquad E = \frac{7}{10} \times \left(\frac{11}{3} - \frac{5}{2}\right) \qquad F = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$$

$$G = \frac{1}{3} + \frac{-5}{2} \times \frac{4}{15} \qquad H = -\frac{1}{5} + \frac{7}{10} - \frac{3}{4} \div 5 \qquad I = \frac{\frac{2}{3} - \frac{-1}{5}}{\frac{1}{-2} \times \frac{-3}{2}}$$

Solution : $D = \frac{19}{18}$; $E = \frac{49}{60}$; $F = 3$; $G = -\frac{1}{3}$; $H = \frac{7}{20}$; $I = \frac{52}{45}$.

SÉQUENCE VII

Probabilités

1 Expérience aléatoire

Ce cours se basera sur les trois exemples suivants :

a) On lance une pièce de monnaie et on regarde la face supérieure.
b) On lance un dé à six faces et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus.
c) On fait tourner une roue numérotée (de 1 à 12) et on regarde le numéro obtenu.

DÉFINITIONS

Une expérience aléatoire (lancer un dé par exemple) est un phénomène qui a plusieurs possibilités connues (pile ou face) mais dont on ne peut pas prévoir le résultat à l'avance.

Les résultats possibles d'une expérience s'appellent des issues.

Exemples : On s'intéresse aux situations décrites en début de séquence :

a) Il y a 2 issues, notées par la suite « P » pour "pile" et « F » pour "face".
b) Il y a 6 issues : on peut tomber sur le 1, le 2, le 3, le 4, le 5 ou le 6.
c) Il y a 12 issues car les secteurs de la roue sont numérotés de 1 à 12.

Chacune de ces expériences est aléatoire car on ne peut pas prévoir à l'avance le résultat !

2 Vocabulaire

DÉFINITION

Un évènement est constitué par aucune, une, voire plusieurs issues d'une même expérience aléatoire.

*Lorsqu'un événement est réalisé par exactement une seule issue, il est dit **élémentaire**.*

Exemple : Concernant le lancé de dé,

- l'événement « obtenir un nombre pair » est réalisé par les issues 2, 4 et 6.
- l'événement « obtenir un multiple de 5 » n'est réalisé que par l'issue 5, il est donc élémentaire.
- l'événement « obtenir un nombre à 2 chiffres » ne peut pas être réalisé : il est **impossible**.
- l'événement « obtenir un nombre positif » est **certain** car il est toujours réalisé !

DÉFINITION

L'événement contraire d'un événement A, noté $\overline{A}$, est celui qui se réalise lorsque l'événement A n'a pas lieu.

Exemple : Lors du lancer du dé, on considère l'événement A : « Obtenir un multiple de 3. »

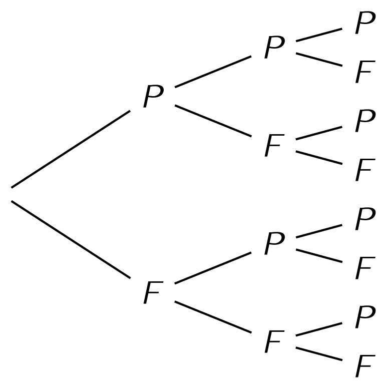
Il est réalisé par les issues 3 et 6. Par conséquent, l'événement contraire de A, noté $\overline{A}$ est réalisé par toutes les autres issues, donc 1, 2, 4 et 5.

Toutes les issues réalisent forcément soit un événement, soit son contraire !

On peut très bien représenter les événements par différents moyens :

Arbre

Pour le lancé d'une pièce de monnaie trois fois de suite, on peut schématiser cette expérience par un **arbre** :



On voit ici qu'il existe en tout 8 événements élémentaires (colonne de droite).

Tableaux à double entrée

On jette deux dés et on regarde le résultat obtenu :

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	$\{1;1\}$	$\{2;1\}$	$\{3;1\}$	$\{4;1\}$	$\{5;1\}$	$\{6;1\}$
2	$\{2;1\}$	$\{2;2\}$	$\{2;3\}$	$\{2;4\}$	$\{2;5\}$	$\{2;6\}$
3	$\{3;1\}$	$\{3;2\}$	$\{3;3\}$	$\{3;4\}$	$\{3;5\}$	$\{3;6\}$
4	$\{4;1\}$	$\{4;2\}$	$\{4;3\}$	$\{4;4\}$	$\{4;5\}$	$\{4;6\}$
5	$\{5;1\}$	$\{5;2\}$	$\{5;3\}$	$\{5;4\}$	$\{5;5\}$	$\{5;6\}$
6	$\{6;1\}$	$\{6;2\}$	$\{6;3\}$	$\{6;4\}$	$\{6;5\}$	$\{6;6\}$

On voit ici qu'il existe 36 événements élémentaires pour cette expérience aléatoire.

3 Notion de probabilité

DÉFINITION

Lorsque l'on effectue un très grand nombre de fois une expérience aléatoire (de façon indépendante et dans les mêmes conditions), la fréquence de réalisation d'un événement se rapproche d'un nombre que l'on appelle probabilité de cet événement.

Si A désigne un événement, alors on note $p(A)$ la probabilité qu'il se réalise.

Exemple : Soit A l'événement « J'obtiens pile au lancer d'une pièce de monnaie ». Après avoir fait une simulation sur tableur, voici les résultats obtenus :

Nombre de lancés	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
Nombre de pile	0	7	45	505	5 052	49 917	500 691
Fréquence de pile (en %)	0	70	45	50,5	50,52	49,917	50,0691

On constate bien que la fréquence tourne autour de 50%. On en déduit que la probabilité pour que A se réalise est $p(A) = \frac{1}{2} = 50\%$. Au collège, la notion de probabilité sera quand même très intuitive !

RÈGLES

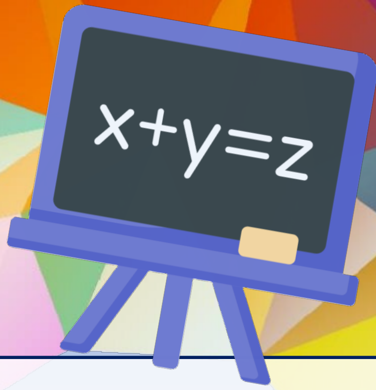
- La probabilité d'un évènement est un nombre compris entre 0 et 1 qui exprime « la chance que cet évènement de se produire ». Ce nombre est souvent exprimé sous la forme d'une fraction ou d'un pourcentage.
- La somme des probabilités de tous les événements élémentaires est égale à 1.

Exemple : Calculer que la probabilité d'un évènement est de 0,8 signifie que cet évènement a 8 chances sur 10 ou 80% de chance de se produire. En effet, $80\% = \frac{80}{100} = \frac{8}{10} = 0{,}8$.

Remarque

Un événement impossible ne peut pas se produire : sa probabilité est logiquement égale à 0. Par contre, un événement certain se réalise toujours : sa probabilité vaut donc 1.

SÉQUENCE VIII



Calcul littéral (partie 2)

1 Développement

1 La distributivité simple

DÉFINITIONS

Développer une expression littérale, c'est transformer un produit en somme.

Pour y arriver, on utilise la technique de la distributivité : pour tous nombres k, a et b :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b.$$

Exemples : Développe les expressions $S = 2(x + 7)$, $O = 3x(1 + 2x)$ et $L = (x^2 - 3) \times 5$:

$S = 2(x + 7)$
$S = 2 \times (x + 7)$
$S = 2 \times x + 2 \times 7$
$S = 2x + 14.$

$O = 3x(1 + 2x)$
$O = 3x \times (1 + 2x)$
$O = 3x \times 1 + 3x \times 2x$
$O = 3x + 6x^2.$

$L = (x^2 - 3) \times 5$
$L = 5 \times (x^2 - 3)$
$L = 5 \times x^2 + 5 \times 3$
$L = 5x^2 + 15.$

ATTENTION !!!

La distributivité ne fonctionne que lorsqu'il y a une multiplication, cachée ou non, devant une parenthèse.
Pour rappel,
- **s'il y a un $+$ devant une parenthèse, on peut enlever la paire de parenthèse.**
- **s'il y a un $-$ devant une parenthèse, on change le signe de tous les nombres dans la parenthèse, on élimine ensuite le $-$ devant la parenthèse, et enfin on élimine la paire de parenthèses.**

Exemples : Développe les expressions $M = 5+(7+x)$, $R = 5-(7+x)$, $A = (4-2x)-(-3x+6)$ et $T = 4x-(x-5)$:

$M = 5 + (7 + x)$
$M = 5 + 7 + x$
$M = 12 + x.$

$R = 5 - (7 + x)$
$R = 5 - 7 - x$
$R = -2 - x.$

$A = (4 - 2x) - (-3x + 6)$
$A = 4 - 2x + 3x - 6$
$A = -2x + 3x + 4 - 6 = x - 2.$

$T = 4x - (x - 5)$
$T = 4x - x + 5$
$T = 3x + 5.$

2 Cas plus complexes

Pour développer et réduire des expressions littérales plus complexes, il faut prendre en compte les règles de priorité.

Exemple : Développe les expressions suivantes : $R = (x-5)+3(x+4)$ et $E = 3-(2x+1)\times 5$:

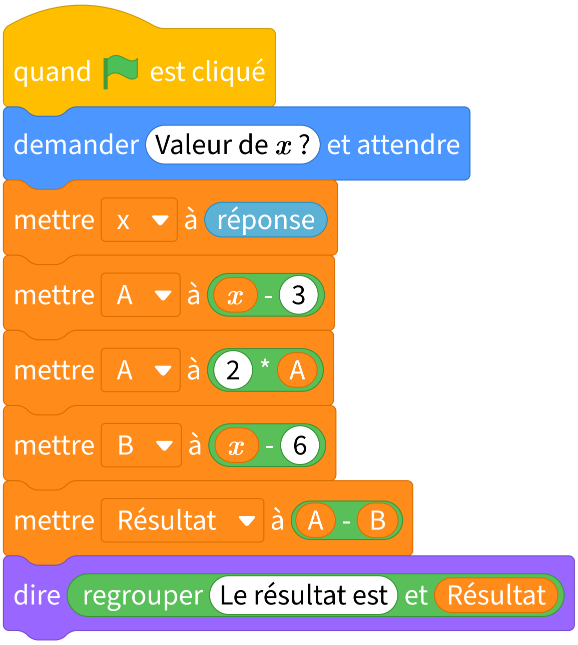
$R = (x-5)+3(x+4)$
$R = x-5+3x+12$
$R = 4x+7.$

$E = 3-(2x+1)\times 5$
$E = 3-5(2x+1)$
$E = 3-10x-5 = -10x-2.$

2 Applications

1 Programme de calcul

EXERCICE :



Après avoir traduit ce programme pour n'importe quel nombre, montre que le résultat sera toujours le nombre de départ :

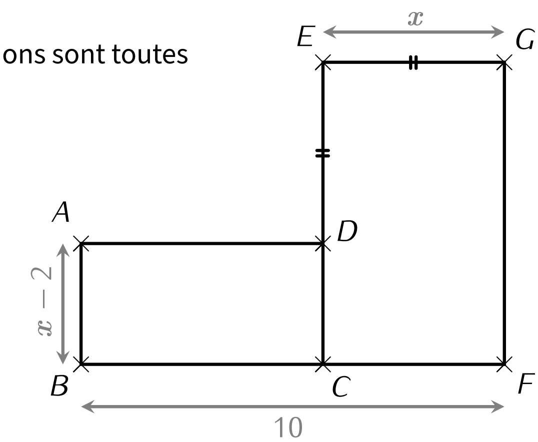
Après avoir choisi le nombre x, on aura respectivement $A = x-3$, puis $A = 2\times A = 2\times(x-3) = 2x-6$. Vient alors $B = x-6$, donc le résultat vaut $A-B = (2x-6)-(x-6) = 2x-6-x+6 = x$.

On retrouve en effet le nombre de départ !

2 Géométrie (longueurs, périmètre et aires)

Dans cette figure (composée de deux rectangles) dans laquelle les dimensions sont toutes données en cm, exprime en fonction de x :

- les longueurs BC et EC,
- le périmètre du rectangle $ABCD$,
- le périmètre total de la figure.



$BC = 10-x$ cm
$EC = x-2+x = 2x-2$ cm
$\mathscr{P}_{ABCD} = 2\times(BC+AB) = 2\times(10-x+x-2) = 2\times 8 = 16$ cm.

$\mathscr{P}_{\text{total}} = AB+BF+FG+GE+ED+DA = (x-2)+10+(2x-2)+x+x+(10-x) = x-2+10+2x-2+x+x+10-x = 4x+16$ cm.

3 Factorisation

DÉFINITIONS

Factoriser une expression littérale, c'est transformer une somme en produit.

Pour y arriver, on utilise aussi la technique de la distributivité, mais dans l'autre sens : pour tous nombres relatifs k, a et b : $k \times a + k \times b = k \times (a + b)$.

Remarque

Pour factoriser, il faut donc trouver un **facteur commun** dans chaque terme de la somme. Celui-ci peut être un nombre connu, un nombre inconnu (donc représenté par une lettre) ou même une expression.

Exemples : Factorise les expressions suivantes : $F = 4x+12$, $A = 5x^2-3x$ et $C = (2x+1)(4x+7)-(x-3)(2x+1)$:

$F = 4x + 12$ ← on écrit l'énoncé
$F = 4 \times x \boxed{+} 4 \times 3$ ← on fait apparaître la somme et on met en évidence le facteur commun
$F = 4 \times (x + 3)$ ← on recopie le facteur commun suivi du reste, entre parenthèses
$F = 4(x + 3)$ ← on réduit, si possible, ce qui est dans la parenthèse.

$A = 5x^2 - 3x$
$A = x \times 5x \boxed{-} x \times 3$
$A = x \times (5x - 3)$
$A = x(5x - 3)$.

$C = (2x + 1)(4x + 7) - (x - 3)(2x + 1)$
$C = (2x + 1) \times (4x + 7) \boxed{-} (2x + 1) \times (x - 3)$
$C = (2x + 1) \times \big((4x + 7) - (x - 3)\big)$
$C = (2x + 1)(4x + 7 - x + 3) = (2x + 1)(3x + 10)$.

SÉQUENCE IX

Puissances

1 Définitions générales

DÉFINITION (PUISSANCE POSITIVE)

Si n un entier positif et que x désigne un nombre quelconque, alors x^n, qui se lit « x puissance n » ou « x exposant n », est le nombre

$$x^n = \underbrace{x \times x \times \cdots \times x}_{n \text{ facteurs égaux à } x}.$$

Exemple : Calcule 11^2 ; 14^3 ; $(-5)^6$ et -8^4 :

$11^2 = 11 \times 11 = 121$ $\quad$ $14^3 = 14 \times 14 \times 14 = 2\,744$ $\quad$ $(-5)^6 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = 15\,625$ et $-8^4 = -8 \times 8 \times 8 \times 8 = -4\,096$.

Attention au dernier calcul, le “–” n’est pas concerné par la puissance !

DÉFINITION (PUISSANCE NÉGATIVE)

Si n est un entier positif et que x désigne un nombre quelconque, alors x^{-n}, qui se lit « x puissance moins n » ou « x exposant moins n », est le nombre

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n} = \frac{1}{\underbrace{x \times x \times \cdots \times x}_{n \text{ facteurs égaux à } x}}.$$

Exemple : Calcule 5^{-2} ; $(-5)^{-2}$ et -5^{-2} :

$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{5 \times 5} = \frac{1}{25}$ $\quad$ $(-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{(-5) \times (-5)} = \frac{1}{25}$ et $-5^{-2} = -\frac{1}{5^2} = -\frac{1}{5 \times 5} = -\frac{1}{25}$.

Attention au dernier calcul, le “–” n’est pas concerné par la puissance !

Remarque

Le fait qu’une puissance soit négative ne veut absolument pas dire que le résultat sera négatif !

2 Puissances de 10

DÉFINITION

On appelle puissance de 10 le nombre 10 élevé à une puissance n, où n désigne un nombre entier (positif ou négatif). Lorsque n est positif, on a :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \cdots \times 10}_{n \text{ facteurs égaux à } 10} = 1\underbrace{00\ldots00}_{n \text{ zéros}}.$$

Par convention (rappel de 5e) : $10^1 = 10$ **et** $10^0 = 1$.

DÉFINITION (PUISSANCE NÉGATIVE)

Soit n un nombre strictement positif. On appelle « 10 puissance moins n » le nombre noté 10^{-n} tel que :

$$10^{-n} = \underbrace{0{,}00\ldots0}_{n \text{ zéros}}1.$$

Exemples : On a ainsi $10^4 = 10\,000$; $10^9 = 1\,000\,000\,000$ mais aussi $10^{-2} = \dfrac{1}{10^2} = \dfrac{1}{100} = 0{,}01$ ou encore $10^{-10} = 0{,}000\,000\,000\,1$.

3 Les préfixes

Préfixes	giga	méga	kilo	–	milli	micro	nano
Symbole	G	M	k	–	m	μ	n
Signification	10^9	10^6	10^3	–	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

Remarque

En dessous du nano existent le “pico” (1 pm $= 10^{-12}$ m) et le “fento” (1 fm $= 10^{-15}$ m).Au-dessus du giga existe le “tera” (1 Tm $= 10^{12}$ m)

Exemples : Ce ne sont que des préfixes, il faut donc les associer à une unité :

- 1 kg de pommes de terre pèse donc 10^3 g $= 1\,000$ g.
- Un disque dur de 3 To (3 téraoctets) contient donc $3 \times 10^{12} = 3\,000\,000\,000\,000$ octets ou encore 3 000 Go (c'est l'équivalent de 638 films sur DVD).
- Une molécule d'eau mesure environ 0,1 nm $= 0{,}1 \times 10^{-9} = 0{,}000\,000\,01$ m $= 0{,}000\,01$ mm.

RÈGLE (AVEC "GLISSE-NOMBRE")

Pour multiplier un nombre décimal par 10^n, on déplace le nombre de n rangs vers la gauche.

Pour multiplier un nombre décimal par 10^{-n}, on décale le nombre de n rangs vers la droite (car $10^{-n} = \dfrac{1}{10^n}$ donc cela revient à diviser par 10^n).

4 Écriture scientifique d'un nombre décimal

DÉFINITION

L'écriture scientifique d'un nombre est une écriture de la forme $a \times 10^n$ avec :
- **a un nombre décimal ne comportant qu'un seul chiffre non nul devant la virgule, positif ou négatif ;**
- **n un nombre entier relatif (donc positif ou négatif).**

Exemples : Les nombres $-4{,}78 \times 10^3$ et $2{,}159 \times 10^{-5}$ sont déjà en écritures scientifique.
Par contre, les nombres $45{,}9 \times 10^2$; $0{,}9 \times 10^5$ et $2{,}5 \times 3^{10}$ ne le sont pas.

MÉTHODE (trouver l'écriture scientifique d'un nombre)

➊ **On écrit le nombre sans sa virgule et en supprimant les éventuels zéros devenus inutiles.**
➋ **On place alors la virgule de sorte à n'avoir qu'un seul chiffre devant.**
➌ **On compte combien il y a de rangs de différence entre la virgule du nombre de départ et celui de l'étape précédente afin d'obtenir la partie numérique de l'exposant.**
➍ **Si la partie numérique du nombre de départ est inférieure à 1, alors on rajoute un "−" à l'exposant.**

Exemples : Donne l'écriture scientifique des nombres 4 591,23 ; −23,5 et 0,002 9 :

Au brouillon : $4\,591{,}23 \xrightarrow{❶} 459\,123 \xrightarrow{❷} 4{,}591{,}23 \xrightarrow{❸} 4{,}591\,23 \times 10^3 \xrightarrow{❹ : 4\,591{,}23>1} 4{,}591\,23 \times 10^3$

$-23{,}5 \xrightarrow{❶} -235 \xrightarrow{❷} -2{,}3{,}5 \xrightarrow{❸} -2{,}35 \times 10^1 \xrightarrow{❹ : 23{,}5>1} -2{,}35 \times 10^1$

$0{,}002\,9 \xrightarrow{❶} 29 \xrightarrow{❷} 0{,}002{,}9 \xrightarrow{❸} 2{,}9 \times 10^3 \xrightarrow{❹ : 0{,}002\,9<1} 2{,}9 \times 10^{-3}$

Au propre : $4\,591{,}23 = 4{,}591\,23 \times 10^3$; $-23{,}5 = -2{,}35 \times 10^1$ et $0{,}002\,9 = 2{,}9 \times 10^{-3}$.

RÈGLES (POUR ALLER PLUS LOIN...)

Soient m et n deux nombres entiers (= sans virgule apparente) relatifs (= positifs ou négatifs) quelconques. Alors

$$10^m \times 10^n = 10^{m+n} \quad ; \quad \frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n} \quad \text{et} \quad \left(10^m\right)^n = 10^{m \times n}.$$

SÉQUENCE X

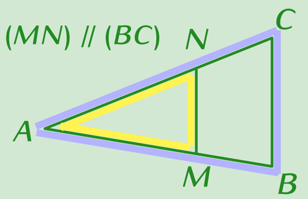
Thalès

1 Le théorème de Thalès

1 Calculer une longueur

MÉTHODE (calculer une longueur avec le théorème de Thalès)

Calculer AM dans la figure suivante.



$\Rightarrow$

Données :
- $AB = 12$ **cm**
- $AC = 10$ **cm**
- $BC = 9$ **cm**
- $AN = 4$ **cm**
- (MN) // (BC)

Réponse :

D : • (BM) **et** (CN) **sont sécantes en** A.
• (MN) // (BC).

P : **Donc d'après le théorème de Thalès, on a :**

C : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

on écrit de DPC du théorème de Thalès (→ séq. n° 1)

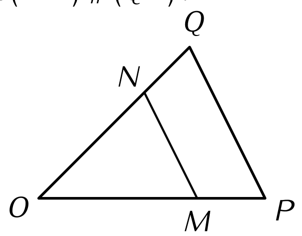
$\dfrac{AM}{12} = \dfrac{4}{10} = \cancel{\dfrac{MN}{9}}$ ← **on remplace par les valeurs connues et on barre le quotient inutile**

$AM = \dfrac{12 \times 4}{10}$ ← **on calcule grâce au "produit en croix"**

$AM = 4{,}8$ **cm** ← **on finalise (en arrondissant si nécessaire), <u>sans oublier l'unité !</u>**

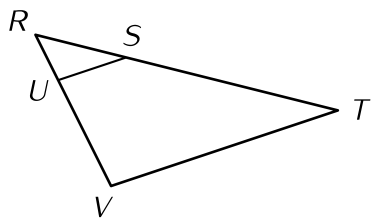
Exemples : Voici deux exemples rédigés sans les indications, donc comme ils devront l'être aux évaluations :

Voici une figure dans laquelle $OM = 6$ cm, $OP = 15$ cm, $PQ = 14$ cm et (MN) // (QP) :



Calcule MN.

Voici une figure dans laquelle $RU = 8$ m, $RV = 11$ m, $SU = RT = 7$ m et (SU) // (TV) :



Calcule RS (arrondi au mm), puis TV.

D : Les droites (PM) et (QN) sont sécantes en O, et $(MN) \mathbin{/\!/} (QP)$.

P : D'après le théorème de Thalès, on a :

C : $\dfrac{OM}{OP} = \dfrac{ON}{OQ} = \dfrac{MN}{PQ}$

$\dfrac{6}{15} = \cancel{\dfrac{ON}{OQ}} = \dfrac{MN}{14}$

$MN = \dfrac{6 \times 14}{15}$

$MN = 5{,}6$ cm.

D : Les droites (ST) et (UV) sont sécantes en R, et $(SU) \mathbin{/\!/} (TV)$.

P : D'après le théorème de Thalès, on a :

C : $\dfrac{RS}{RT} = \dfrac{RU}{RV} = \dfrac{SU}{TV}$

$\dfrac{RS}{7} = \dfrac{8}{11} = \dfrac{7}{TV}$

<u>Calcul de RS</u> :

$\dfrac{RS}{7} = \dfrac{8}{11}$

$RS = \dfrac{8 \times 7}{11}$

$RS \approx 5{,}\underline{1}$ cm

<u>Calcul de TV</u> :

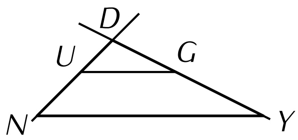
$\dfrac{8}{11} = \dfrac{7}{TV}$

$TV = \dfrac{7 \times 11}{8}$

$TV = 0{,}875$ cm.

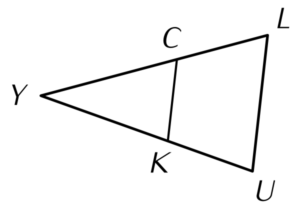
■ EXERCICE (à faire dans ton cahier d'exercices) :

Voici une figure dans laquelle $(UG) \mathbin{/\!/} (NY)$, $DU = 5$ cm, $DN = 15$ cm et $NY = 9$ cm :



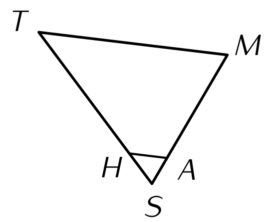
Calcule UG.

Voici une figure dans laquelle $(CK) \mathbin{/\!/} (LU)$, $YK = 6$ m, $YC = 5$ m, $LU = 9$ m et $LY = 12$ m :



Calcule CK, puis $\underline{K}U$.

Voici une figure dans laquelle $(AH) \mathbin{/\!/} (MT)$, $SA = 8$ cm, $SM = 14$ cm, $ST = 16$ cm et $MT = 6$ cm :



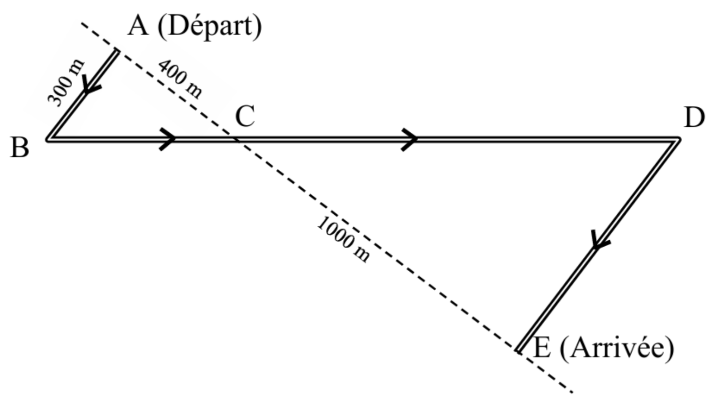
Calcule SH et AH (arrondis si besoin au dixième de cm).

Réponses : a) $UG = 3$ cm. b) $CK = 3{,}75$ cm et $KU = 14{,}4 - 6 = 8{,}4$ cm. c) $SH \approx 9{,}1$ cm et $AH \approx 3{,}4$ cm.

■ EXERCICE (brevet 2012, à continuer dans ton cahier d'exercices si la place manque) :

Exercice 3

Des élèves participent à une course à pied.
Avant l'épreuve, un plan leur a été remis.
Il est représenté par la figure ci-contre.



On convient que :

- Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
- ABC est un triangle rectangle en A.

Calculer la longueur réelle du parcours ABCDE.

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Réponse : Pythagore donne $BC = 500$ m. Thalès donne alors $CD = 1\,250$ m et $DE = 750$ m. Au final, le trajet fait $300 + 500 + 1\,250 + 750 = 2\,800$ m, soit 2,8 km.

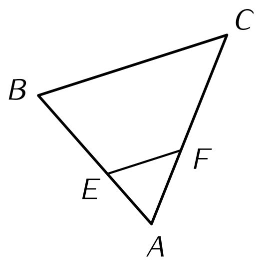
2 Montrer que deux droites sont parallèles (ou pas)

MÉTHODE (Montrer que deux droites sont parallèles (ou pas))

❶ On écrit l'égalité de Thalès.
❷ On barre le quotient qui contient les deux segments qui semblent parallèles sur le dessin.
❸ On calcule séparément les deux quotients restants, éventuellement avec la calculatrice.
❹ On confronte les résultats :
- **Si les résultats sont égaux, on utilise la réciproque pour conclure que les droites sont parallèles.**
- **Si les résultats sont différents, on utilise la contraposée pour conclure que les droites ne sont pas parallèles.**

Puisqu'on ne sait pas à l'avance si les résultats vont être égaux ou non, on doit calculer séparément : c'est en confrontant les résultats qu'on saura donc s'il faut utiliser la réciproque ou la contraposée.

Exemple 1 :



Sur la figure ci-contre, on a $AE = 1{,}2$ cm, $AB = 4{,}8$ cm, $AC = 7{,}2$ cm et $AF = 1{,}8$ cm.

Est-ce que les droites (BC) et (EF) sont parallèles ? Justifier la réponse.

D : • Les droites (BE) et (CF) sont sécantes en A.

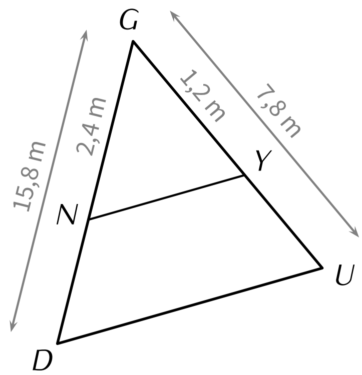
• L'égalité à tester est $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC} = \cancel{\dfrac{EF}{BC}}$: $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{1{,}2}{4{,}8} = \dfrac{1}{4}$ et $\dfrac{AF}{AC} = \dfrac{1{,}8}{7{,}2} = \dfrac{1}{4}$.

Donc l'égalité est **vraie**.

P : Donc d'après la **réciproque** du théorème de Thalès,

C : Les droites (BC) et (EF) **sont** parallèles.

Exemple 2 :



Voici une figure ci-contre :

Est-ce que les droites (DU) et (NY) sont parallèles ? Justifier la réponse.

D : • Les droites (DN) et (UY) sont sécantes en D.

• L'égalité à tester est $\dfrac{GN}{GD} = \dfrac{GY}{GU} = \cancel{\dfrac{NY}{DU}}$: $\dfrac{GN}{GD} = \dfrac{2{,}4}{15{,}8} = \dfrac{12}{79}$ et $\dfrac{GY}{GU} = \dfrac{1{,}2}{7{,}8} = \dfrac{2{,}4}{15{,}6} = \dfrac{2}{13}$.

Donc l'égalité est **fausse**.

P : Donc d'après la **contraposée** du théorème de Thalès,

C : Les droites (DU) et (NY) **ne sont pas** parallèles.

SÉQUENCE XI

Statistiques

1 Moyenne d'une série statistique

DÉFINITION

Pour calculer la moyenne (notée $\overline{m}$) d'une série statistique, on additionne toutes les valeurs du caractère de la série, puis on divise la somme obtenue par le nombre de valeurs de la série.

Exemple : On cherche à déterminer la moyenne des nouveaux cas de SARS-COV-2 sur une semaine.

Jour	23/01	24/01	25/01	26/01	27/01	28/01	29/01
Nombre de cas	23 924	18 436	4 240	22 086	26 916	23 770	22 858

On calcule : $\dfrac{23\,924 + 18\,436 + 4\,240 + 22\,086 + 26\,916 + 23\,770 + 22\,858}{7} = \dfrac{142\,230}{7} \approx 20\,31\underline{9}$.

→ Il y a donc eu en moyenne environ 20 319 nouveaux cas par jour sur l'ensemble de cette semaine.

2 Moyenne pondérée d'une série statistique

DÉFINITION

Pour calculer la moyenne pondérée (également notée $\overline{m}$) d'une série statistique, on effectue le produit de chacun des effectifs par la valeur associée, on additionne les produits et on divise la somme obtenue par l'effectif total de la série.

Exemple : On cherche à déterminer le nombre de frères et sœurs qu'il y a en moyenne dans cette classe :

Nombres frères/sœurs	0	1	2	3	4	5
Effectifs						

Calcule le nombre de frères et sœurs moyen dans votre classe de 4^{e}.

Demander en direct aux élèves combien de frères et sœurs, puis calculer en direct.

3 Représentation d'une série statistique

1 Représentation d'une évolution

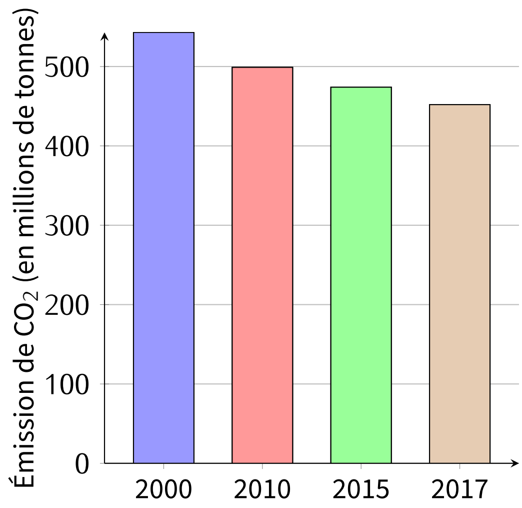
Exemple :

Le tableau ci-dessous donne les émissions de gaz à effet de serre en France :

Année	2000	2010	2015	2017
Millions de tonnes de CO_2	543	499	447	452

Le diagramme en bâtons ci-contre représente l'évolution des émissions de CO_2 par an.

Rappel : La hauteur de chaque bâton est proportionnelle à l'effectif de la valeur qu'il représente.



2 Représentation d'une répartition

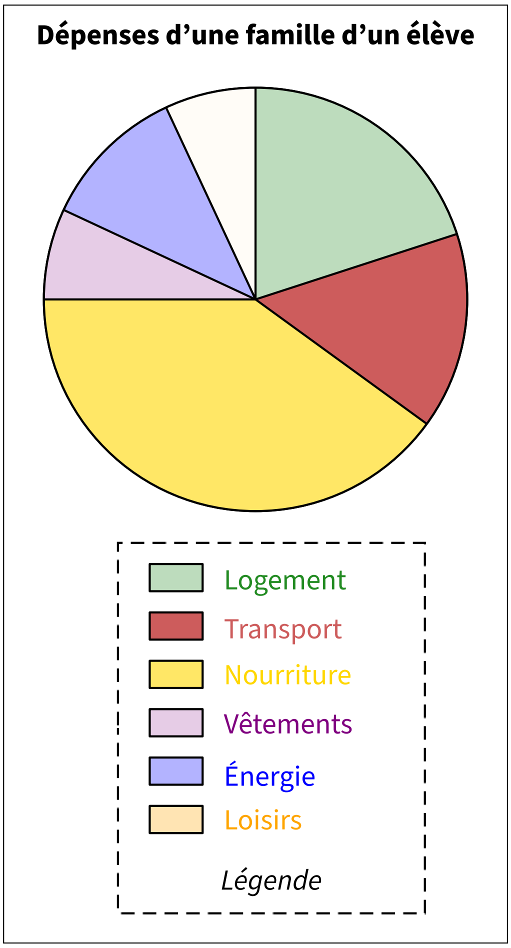
Exemple :

La famille d'un élève dépense 1 200 € chaque mois, selon les catégories suivantes :

	Logement	Transport	Nourriture	Vêtements	Énergie	Loisirs	Total
Dépense (€)	240	180	480	84	132	84	1 200 €
Fréquences	20%	15%	40%	7%	11%	7%	100%
Angles	72°	54°	144°	25°	40°	25°	360°

$\times 3{,}6$

On a tracé le diagramme circulaire qui correspond au tableau de l'exemple ci-dessus :



Rappels

- Chaque portion de disque a une taille proportionnelle à son effectif, et donc aussi à sa fréquence. Pour la calculer,
  - on commence par calculer les fréquences de chaque valeur (puisque le total doit faire 100%, on applique des produits en croix),
  - puis en multipliant chaque fréquence par 3,6, on obtient l'angle correspondant.
- Dans ce type de graphique, identifier chaque partie est important. Ici, cela a été fait à l'aide d'une légende.
- Ne surtout pas oublier le titre !

4 Médiane et étendue

DÉFINITIONS

- **L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs prises par cette série.**
- **On appelle médiane d'une série statistique *ordonnée* (= dont les valeurs ont été rangées dans l'ordre croissant), notée Me, tout nombre qui partage cette série en deux sous-séries de même effectif.**

■ **EXERCICE :** Voici le temps consacré, en minutes, au petit-déjeuner de 16 personnes :

16	12	1	9	17	19	13	10	4	8	7	8	14	12	14	9

Détermine une valeur médiane ainsi que l'étendue de cette série statistique.

Solution : Étape 1 : Ranger les valeurs dans l'ordre croissant :

Les valeurs dans l'ordre croissant sont : 1 ; 4 ; 7 ; 8 ; 8 ; 9 ; 9 ; 10 ; 12 ; 12 ; 13 ; 14 ; 14 ; 16 ; 17 et 19.

Étape 2 : Déterminer l'étendue de la série :

L'étendue vaut donc $19 - 1 = 18$. Dans le contexte, cela signifie que si toutes les personnes ont commencé leur petit-déjeuner en même temps, le dernier aura fini exactement 18 minutes après le premier.

Étape 3 : Déterminer la médiane de la série :

Puisqu'il y a 16 valeurs, la médiane doit être une valeur permettant de couper cette série en deux sous-séries d'exacement 8 valeurs chacune (car $16 \div 2 = 8$). Ces deux sous-séries seront donc :

$$1; 4; 7; 8; 8; 9; 9; 10 \qquad \text{et} \qquad 12; 12; 13; 14; 14; 16; 17; 19.$$

La médiane est donc toute valeur entre 10 et 12. On choisit souvent la **demi-somme** :

$$Me = \frac{10+12}{2} = \frac{22}{2} = 11.$$

Remarque

Si l'effectif est impair, c'est encore plus facile car la médiane sera forcément la valeur "du milieu" de la série ordonnée. Par exemple, voici des notes sur 25 recues par 11 élèves d'un groupe (déjà triées) :

$$\underbrace{1 \,;\, 8 \,;\, 9 \,;\, 12 \,;\, 13}_{\text{5 valeurs}} \,;\, \boxed{14} \,;\, \underbrace{15 \,;\, 17 \,;\, 20 \,;\, 23 \,;\, 25}_{\text{5 valeurs}}$$

Médiane

SÉQUENCE

XII

Divisibilité & nombres premiers

1 Divisibilité (rappels)

DÉFINITION

Un nombre entier g est divisible par un nombre entier p si le reste de la division euclidienne de g par p est nul.

Dans ce cas, g est un multiple de p, et p est un diviseur de g.

Rappel : à la calculatrice, on appuie sur ⇧ ÷ au lieu de ÷ pour faire une division euclidienne.

Exemple : 72 est divisible par 24. En effet, $72 = 3 \times 24 + 0$ donc le reste de la division euclidienne de 72 par 24 est nul.

CRITÈRES DE DIVISIBILITÉ

- Un nombre est divisible par 2 s'il est pair (= se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8).
- Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- Un nombre est divisible par 4 si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.
- Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.
- Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- Un nombre est divisible par 10 s'il se termine par 0.

2 Nombres premiers

DÉFINITION

Un nombre nombre premier n'admet que deux diviseurs <u>différents</u> : 1 et lui-même. Le plus petit nombre premier est donc 2.

Remarque

Il n'existe à ce jour **aucune** formule pour trouver des nombres premiers. Afin d'être certain qu'un nombre soit premier, il faut faire de nombreux calculs, souvent a l'aide d'un ordinateur.

Exemple (Crible d'Eratosthène) : Cette méthode permet de trouver facilement les nombres premiers de 1 jusqu'à 100.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Légende :

- On barre 1 qui n'admet pas 2 diviseurs.
- On entoure 2 mais on barre tous ses multiples. En effet, n'importe quel multiple de 2 (par exemple 12) sera déjà divisible par 1 et lui-même, mais aussi par 2 et on dépasse donc les 2 diviseurs demandés.
- Une fois fait, on entoure le prochain nombre non barré et on élimine tous ces multiples.
- On continue jusqu'à ce que tous les nombres soient barrés ou entourés.

Liste des nombres premiers inférieurs à 100 :

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 et 97.

3 Décomposition en produit de facteurs premiers

PROPRIÉTÉ

Tout nombre entier ($\geqslant 2$) peut se décomposer de manière unique en un produit de facteurs premiers.

Exemple : La décomposition du produit en facteurs premier de 324 est :

$$324 = 2^2 \times 3^4$$

$$\begin{array}{r|l} 324 & 2 \\ 162 & 2 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

.

À la calculatrice

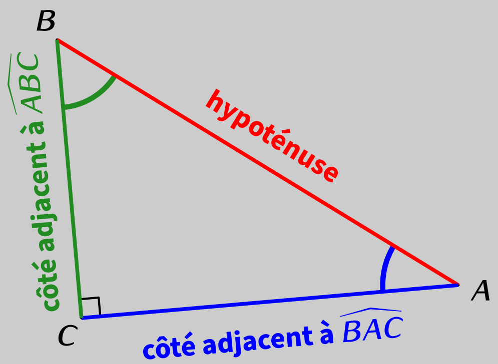
À la calculatrice, on fait : 3 2 4 EXE pour que la calculatrice mémorise le nombre, puis FORMAT ∨ ∨ ("Facteur premier") et EXE.

SÉQUENCE XIII

Cosinus

1 Cosinus d'un angle aigu

DÉFINITION



Dans un triangle *rectangle*, le côté adjacent à un angle aigu est le côté qui se trouve entre l'angle droit et cet angle aigu.

ATTENTION !!!

Selon l'angle choisi, le côté adjacent n'est pas le même !

Remarque

Le côté adjacent ne peut jamais être l'hypoténuse. De plus, les deux angles aigus d'un triangle rectangle sont **complémentaires** (donc si on connaît la mesure de l'un des deux, on calcule l'autre en le soustrayant de 90°).

DÉFINITION

Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu, noté $\cos$, se calcule grâce à la formule :

$$\cos = \frac{\textbf{côté adjacent à cet angle}}{\textbf{hypoténuse}}.$$

Exemple : Exprime sous la forme d'un quotient de longueurs le cosinus des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAC}$ dans le triangle ci-dessus :

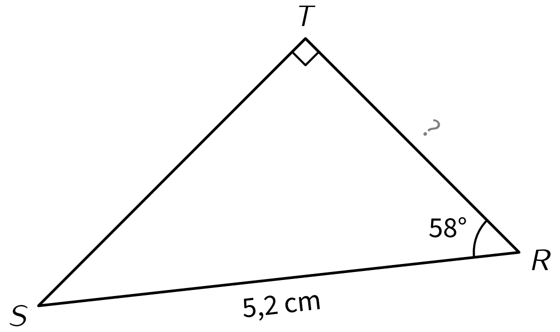
$$\cos \widehat{ABC} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{ABC}}{\text{hypoténuse}} = \frac{BC}{AB} \quad \text{et} \quad \cos \widehat{BAC} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{BAC}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{AB}.$$

2 Applications

1 Calculer une longueur

On peut demander de calculer soit le côté adjacent, soit l'hypoténuse.

Exemple : Calcule RT (arrondi au dixième).



D : Le triangle RST est rectangle en T.

P : D'après la trigonométrie, on a :

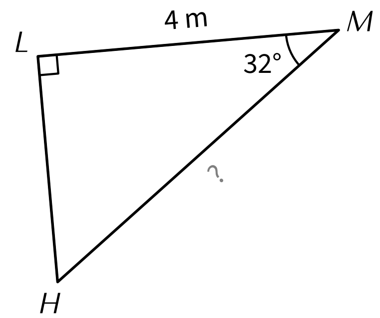
C : $\cos \widehat{TRS} = \dfrac{TR}{RS}$

$\dfrac{\cos 58°}{1} = \dfrac{TR}{5{,}2}$

$TR = \dfrac{5{,}2 \times \cos 58°}{1}$

$TR \approx 2{,}\underline{8}$ cm.

Exemple : Calcule MH (arrondi au mm près).



D : Le triangle HLM est rectangle en L.

P : D'après la trigonométrie, on a :

C : $\cos \widehat{HML} = \dfrac{ML}{HM}$

$\dfrac{\cos 32°}{1} = \dfrac{4}{MH}$

$MH = \dfrac{1 \times 4}{\cos 32°}$

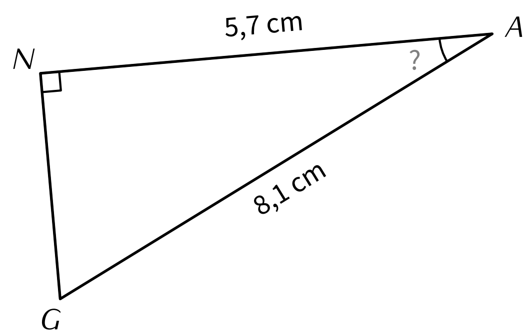
$MH \approx 4{,}71\underline{7}$ m.

Remarques

- Attention aux arrondis, et donc à bien lire l'énoncé.
- Comme pour les théorèmes de Pythagore et Thalès, la ligne du "C" ne doit contenir que des lettres. Il ne faut surtout pas à ce stade utiliser les données de la figure !
- Si on demande de calculer le côté adjacent à un angle et qu'on nous donne l'autre, ne pas oublier qu'ils sont complémentaires !

2 Calculer une mesure d'angle

Calcule la mesure de l'angle $\widehat{NAG}$, arrondie au degré près.



D : Le triangle ANG est rectangle en N.

P : D'après la trigonométrie, on a :

C : $\cos \widehat{NAG} = \dfrac{NA}{AG}$ ← la ligne du "C" ne contient toujours que des lettres !

$\cos \widehat{NAG} = \dfrac{5{,}7}{8{,}1}$ ← on remplace par les données

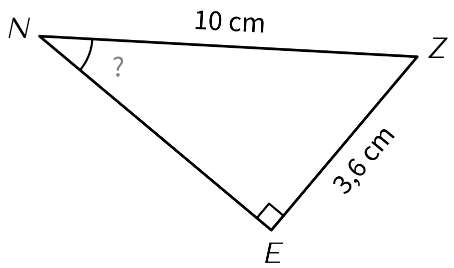
$\widehat{NAG} = \cos^{-1}\left(\dfrac{5{,}7}{8{,}1}\right)$ ← on enlève le $\cos$ à gauche, mais on met un $\cos^{-1}$ à droite

$\widehat{NAG} \approx 45°$. ← on calcule à la calculatrice

⚓ Remarque

Le début de la rédaction ne change pas, c'est au moment de remplacer les lettres par des nombres que ça change.

■ **EXERCICE :** Dans le triangle suivant, calcule :



<u>Solution 1</u> :

On commence par calculer NE :

D : Le triangle NEZ est rectangle en E.

P : D'après le théorème de Pythagore, on a :

C : $NZ^2 = NE^2 + EZ^2$

$10^2 = NE^2 + 3{,}6^2$

$NE^2 = 10^2 - 3{,}6^2 = 87{,}04$

$NE = \sqrt{87{,}04} \approx 9{,}3\underline{3}$ cm.

On calcule ensuite $\widehat{ENZ}$:

D : Le triangle NEZ est rectangle en E.

P : D'après la trigonométrie, on a :

C : $\cos\widehat{ENZ} = \dfrac{EN}{NZ} = \dfrac{9{,}33}{10}$

$\widehat{ENZ} = \cos^{-1}\dfrac{9{,}33}{10} \approx 21°$.

<u>Solution 2</u> :

On commence par calculer $\widehat{NZE}$:

D : Le triangle NEZ est rectangle en E.

P : D'après la trigonométrie, on a :

C : $\cos\widehat{NZE} = \dfrac{EZ}{NZ} = \dfrac{3{,}6}{10}$

$\widehat{NZE} = \cos^{-1}\left(\dfrac{3{,}6}{10}\right) \approx 6\underline{9}°$.

On calcule ensuite $\widehat{ENZ}$:

Puisque les angles $\widehat{ENZ}$ et $\widehat{NZE}$ sont complémentaires, on a : $\widehat{ENZ} = 90 - \widehat{NZE} = 90 - 69 = 21°$.

SÉQUENCE XIV

Espace (partie 1)

1 Pyramides et cônes : définition et perspective

1 La pyramide

DÉFINITIONS

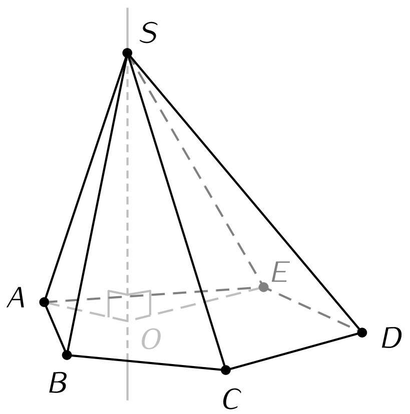
Une pyramide est un solide dont :

- **une face est un polygone appelée la base de la pyramide ;**
- **les autres faces, appelées faces latérales, sont des triangles qui ont un sommet commun, appelé le sommet de la pyramide.**

DÉFINITIONS

- **La hauteur d'une pyramide est le segment issu de son sommet et perpendiculaire à la base.**
- **Une arête latérale est un segment reliant un sommet de la base à celui de la pyramide.**

Exemple :



Traçons une pyramide $SABCDE$ de sommet S et décrivons les éléments de ce solide.

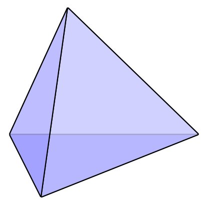
- Le sommet de cette pyramide est le point S.
- La base de cette pyramide est le pentagone $ABCDE$.
- Les faces latérales sont les triangles : SAB, SBC, SCD, SDE, SEA.
- Les arêtes latérales sont les segments : $[AS]$, $[BS]$, $[CS]$, $[DS]$, $[ES]$.
- La hauteur de la pyramide est le segment $[OS]$.

DÉFINITION

Une pyramide régulière est une pyramide dont la base est un polygone régulier (par exemple un triangle équilatéral ou un carré) et dont les faces latérales sont des triangles isocèles superposables.

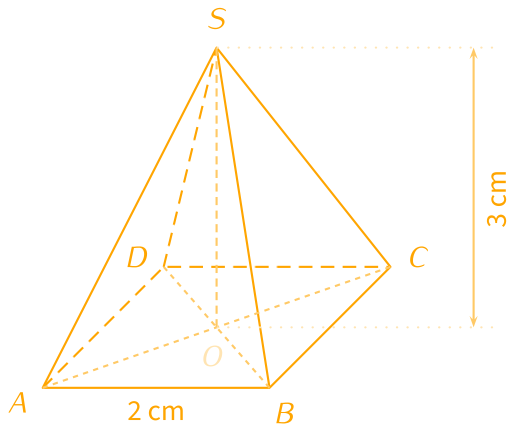
⚓ Remarque

- Une pyramide régulière à base triangulaire s'appelle un tétraèdre. C'est un solide dont les quatre faces sont des triangles équilatéraux superposables.
- La hauteur d'une pyramide régulière passe par le centre de la base qui est le point de concours de toutes les diagonales.



Exemple : Trace une pyramide régulière à base carrée de côté 2 cm et de hauteur 3 cm en perspective cavalière :

Solution :



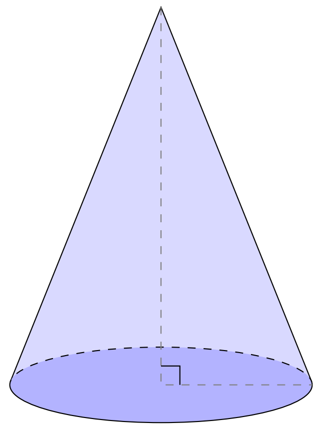
2 Le cône de révolution

DÉFINITION

Un cône de révolution (simplement appelé cône) est un solide qui est généré par un triangle rectangle en rotation autour d'un des côtés de son angle droit.

DÉFINITIONS

- **La base du cône est un disque.**
- **La hauteur du cône est le segment qui joint le centre de ce disque au sommet du cône. Il est perpendiculaire au disque de base.**
- **Une génératrice du cône est un segment reliant son sommet à n'importe quel point du cercle de base.**



⚓ Remarque

La surface latérale d'un cône, appelée aussi développement, est générée par l'hypoténuse du triangle rectangle. Elle a la forme d'un secteur de disque.

2 Patron d'une pyramide ou d'un cône

1 La pyramide

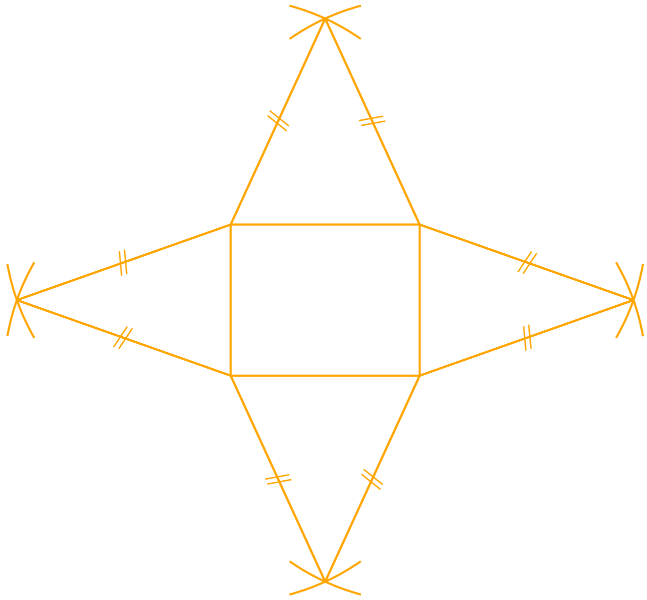
Exemple : Dessine le patron d'une pyramide dont la base est un rectangle de longueur 2,5 cm et de largeur 2 cm et dont chaque arrête latérale mesure 3 cm :

Étape 1 : On trace le rectangle de longueur $2{,}5$ cm et de largeur 2 cm.

Étape 2 : On trace des arcs de cercle, de centre les sommets du rectangle et de rayon 3 cm.

Étape 3 : On trace les quatre triangles isocèles formant les faces latérales de la pyramide.

Voici le patron de cette pyramide :



2 Le cône de révolution *(hors programme)*

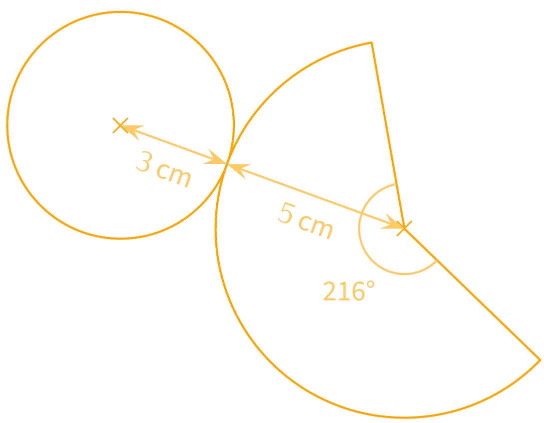
Exemple : Dessine le patron d'un cône de rayon 3 cm et de hauteur 4 cm :

Solution : un cône est constitué d'un disque (la base) et d'une face latérale qui doit s'enrouler autour du cercle de base, ce sera donc une portion de disque.

La hauteur du cône nous importe peu, il nous faut plutôt la longueur de la génératrice… Elle se calcule facilement avec le théorème de Pythagore, qui donne exactement 5 cm. Il reste alors à calculer (proportionnellement) l'angle du morceau de disque qui correspond à la face latérale. La longueur de ce morceau doit être égale au périmètre de la base, soit $2 \times \pi \times R = 2 \times \pi \times 3 = 6\pi$ cm :

	Morceau de disque	Disque s'il était complet
Longueur	6π	10π
Angle	x	360°

Cet angle vaudra donc $x = \dfrac{360 \times 6\pi}{10\pi} = 36 \times 6 = 216°$. On obtient ainsi le patron suivant (dessiné à l'échelle 1:2) :



SÉQUENCE XV

Proportionnalité

1 Grandeurs proportionnelles

1 Reconnaître un tableau de proportionnalité

DÉFINITIONS

Un tableau de nombres relève d'une situation de proportionnalité si un même coefficient (non nul) multiplicateur s'applique dans tout le tableau. On parle alors de coefficient de proportionnalité.

Exemples : Ces tableaux de nombres sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

a)

12	18	32	27	54
8	12	20	18	36

Solution : On a $\frac{12}{8} = \frac{18}{12} = 1{,}5$ mais $\frac{32}{20} = 1{,}6$: ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

b)

5	8	14	19	24
12	19,2	33,6	45,6	57,6

Solution : On a $\frac{12}{5} = \frac{19{,}2}{8} = \frac{33{,}6}{14} = \frac{45{,}6}{19} = \frac{57{,}6}{24} = 2{,}4$, il s'agit donc bien d'un tableau de proportionnalité.

2 Quatrième proportionnelle

TECHNIQUE DU « PRODUIT EN CROIX »

Dans une situation de proportionnalité, la quatrième proportionnelle est le nombre « x » calculé à partir de 3 autres nombres déjà connus (a, b et c).

Le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité.

a	c
b	x

On a : $\frac{a}{b} = \frac{x}{c}$ (avec a, b et c différents de zéro).

Et donc : $x \times b = a \times c$ (égalité des produits en croix), d'où $x = \frac{b \times c}{a}$.

Exemple : Calcule le prix x de trois baguettes grâce au tableau de proportionnalité suivant.

Nombre de baguettes	5	3
Prix en €	4,25	x

Solution : On a $x = \frac{3 \times 4{,}25}{5} = 3 \times 0{,}85 = 2{,}55 \rightarrow$ 3 baguettes coûtent 2,55 €.

2 Caractérisation

1 Représentation graphique

RÈGLE

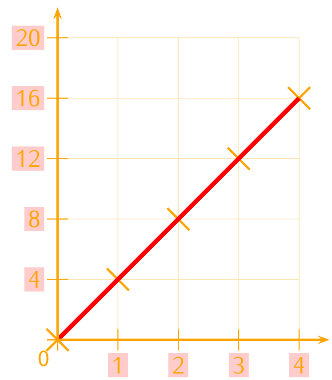
Si on représente une situation de proportionnalité dans un repère, alors on obtient des points alignés avec l'origine du repère.

Exemple :

Le périmètre $\mathscr{P}$ d'un carré est proportionnel à son côté c puisqu'on a $\mathscr{P} = 4 \times c$.

Représente graphiquement le périmètre en fonction du côté :

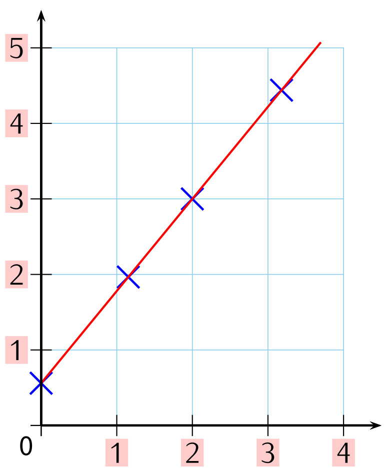
Solution :

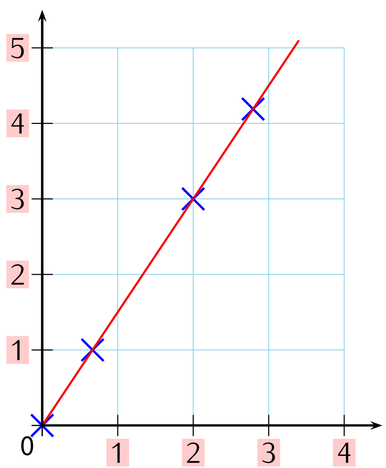


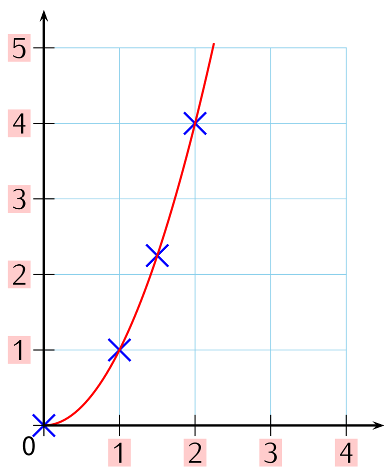
RÈGLE

Si une situation est représentée par des points alignés avec l'origine du repère alors c'est une situation de proportionnalité.

Exemples : Ces graphiques représentent-ils des situations de proportionnalité ? Justifie.







Solution :

Graphique de gauche : NON car les points forment une droite, mais ne passant pas par l'origine.
Graphique du milieu : OUI car les points forment une droite passant par l'origine.
Graphique de droite : NON car les points ne forment pas une droite.

3 Les grandeurs composées

1 Définition

DÉFINITION

Une grandeur décrit un phénomène qui peut être mesuré ou calculé.

On distingue deux types de grandeurs :

- les grandeurs simples qu'on exprime à l'aide d'une unité simple :
  - une longueur s'exprime en mètres (m),
  - une masse s'exprime en kilogrammes (kg),
  - la capacité d'un récipient s'exprime en litres (L).
- les grandeurs composées qu'on exprime avec une unité obtenue par produit ou quotient d'unités simples.

Exemple :

Grandeurs	Unités (symboles)	Type de grandeur
Durée	h ; min ; s	simple
Volume	m^3	composée (produit)
Intensité de courant	A (Ampère)	simple
Débit	m^3/s	composée (quotient)

2 Les grandeurs produits et quotients

DÉFINITIONS

★ **Une grandeur produit est obtenue en multipliant deux grandeurs.**

★ **Une grandeur quotient est obtenue en divisant deux grandeurs.**

Exemple : L'aire d'une figure s'obtient en multipliant deux longueurs, c'est donc une grandeur produit. Par contre, la vitesse moyenne s'obtient en divisant une distance par un temps, c'est donc une grandeur quotient.

■ **EXERCICE 1 :** On détermine l'énergie électrique E consommée par un appareil grâce à la formule $E = P \times t$.

a) Quelles grandeurs désignent P et t ? Quelles sont leurs unités respectives ?

Solution : P désigne la puissance en watts (W) et t le temps en heures (h).

b) Déduis-en l'unité de grandeur de E.

Solution : E s'exprime donc en Wh, notés aussi “joules” (J).

c) Une ampoule de 40 W est restée allumée de 19h30 à 23h. Quelle énergie a-t-elle consommée ?

Solution : Elle a consommé $E = P \times t = 40 \times 3{,}5 = 140$ Wh $= 140$ J.

■ **EXERCICE 2 :** On mesure le débit d'un fluide grâce à la formule $\text{débit} = \dfrac{\text{volume écoulé}}{\text{temps}}$.
L'unité de débit dépend de celles choisies pour le volume (m^3 ou L par exemple) et pour le temps (h ou s par exemple).

Une canalisation fuit et perd 300 L d'eau en 20 min.

a) Quel est le débit de cette fuite d'eau en L/min ?

Solution : Son débit vaut $\frac{300}{20} = \frac{30}{2} = 15$ L/min.

b) Convertir en m^3/s.

Solution : Puisque 300 L $= 300$ dm$^3 = 0{,}3$ m^3 et 20 min $= 20 \times 60 = 1\,200$ s, son débit vaut aussi $\frac{0{,}3}{1\,200} = 0{,}000\,25$ m^3/s.

4 La notion de vitesse

1 Les unités de vitesse

Les principales unités de vitesse sont : le mètre par seconde **m/s** ; le kilomètre par heure **km/h**

Exemple : En octobre 2012, Félix Baumgartner a effectué un saut d'une altitude d'environ 39 000 m.

Son objectif était d'être le premier homme à « dépasser le mur du son » (soit atteindre une vitesse supérieure ou égale à la vitesse du son, c'est-à-dire 340 m/s). La Fédération Aéronautique Internationale a établi qu'il avait atteint la vitesse maximale de 1 357,6 km/h au cours de sa chute libre.

A-t-il atteint son objectif ?

Solution : Rappel : pour passer des "km/h" aux "m/s", on divise par 3,6. On a donc 1 357,6 km/h $= 1\,357{,}6 \div 3{,}6 \approx 377{,}11$ m/s > 340. En effet, Félix Baumgartner a atteint son objectif !

2 Calculer une vitesse moyenne

DÉFINITION

La vitesse moyenne est donnée par la formule suivante : $V = \frac{D}{T}$.

Exemple : Le record du monde du 100 m est de 9,58 s. Quelle était la vitesse moyenne d'Usain Bolt lorsqu'il a établi ce record ?

Solution : Sa vitesse a été de $V = \frac{D}{T} = \frac{100}{9{,}58} \approx 10{,}438$ m/s. Mais puisque cette unité ne nous parle pas beaucoup, elle est équivalente à $10{,}438 \times 3{,}6 \approx 37{,}6$ km/h !

Remarque

La formule $V = \frac{D}{T}$ suffit. En effet, le produit en croix donne alors : $D = V \times T$ (calcul d'une distance) et $T = D \times V$ (calcul d'un temps).

SÉQUENCE XVI

Équations

1 Résolution algébrique d'une équation

1 Généralités sur les équations

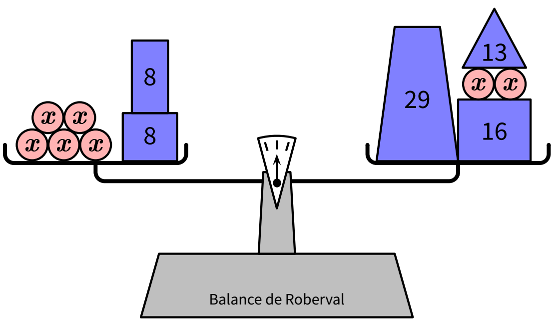
DÉFINITIONS

- **Une** **équation** **est une égalité dans laquelle se trouve au moins un nombre inconnu représenté par une lettre (l'****inconnue****, souvent x).**
  Une équation peut donc être vraie ou fausse, selon les valeurs choisies pour la variable.
- **Résoudre** **une équation, c'est trouver toutes les valeurs qui rendent l'équation vraie.**

« PRINCIPE DE LA BALANCE (PDLB) »

On ne modifie pas les solutions d'une équation en additionnant, en soustrayant, en multipliant, ou en divisant par un même nombre non nul, des deux côtés de l'égalité.

Selon la complexité des équations à résoudre, il y aura toujours au moins un PDLB à appliquer. Nous commencerons évidemment par des équations faciles, mais avant de voir la méthode de résolution générale, sauras-tu trouver la solution à cette équation ?



$\Rightarrow x = 14$

2 Méthode générale de résolution

MÉTHODE (résolution d'une équation)

On repère les nombres de la famille des “x” (à surligner d’une couleur, sans oublier son signe) et les nombres “normaux” (à surligner d’une autre couleur, sans oublier son signe).

❶ **S’il y a des parenthèses, on les supprime d’abord.**

❷ **« Chacun rentre chez soi » : on utilise le PDLB (avec + ou −) pour ramener tous les nombres “normaux” dans l’un des deux membres de l’égalité, et on réduit.**

❸ **« Chacun rentre chez soi, suite » : on utilise le PDLB (avec + ou −) pour ramener tous les nombres de la famille des “x” dans l’autre membre de l’égalité, et on réduit.**

À CE STADE, IL RESTE AU MAXIMUM UNE MULTIPLICATION OU UNE DIVISION.

❹ **On utilise une dernière fois le PDLB (avec ÷ ou ×) pour casser la dernière opération, et on simplifie si nécessaire.**

❺ **Si on est dans un problème, ne pas oublier de répondre en français.**

3 Quelques exemples

Exemple (équations du type $x + a = b$) : Résous les équations suivantes :

$x + 6{,}2 = 15{,}5$:

$$\begin{aligned} -6{,}2 \quad x + 6{,}2 &= 15{,}5 \quad -6{,}2 \\ x &= 9{,}3 \end{aligned}$$

$x - 5 = 7{,}8$:

$$\begin{aligned} +5 \quad x - 5 &= 7{,}8 \quad +5 \\ x &= 12{,}8 \end{aligned}$$

$x + 14 = 11$:

$$\begin{aligned} -14 \quad x + 14 &= 11 \quad -14 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

Exemple (équations du type $ax = b$) : Résous les équations suivantes :

$8x = 48$:

$$\begin{aligned} \div 8 \quad 8x &= 48 \quad \div 8 \\ x &= \frac{48}{8} \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$7x = 30$:

$$\begin{aligned} \div 7 \quad 7x &= 30 \quad \div 7 \\ x &= \frac{30}{7} \end{aligned}$$

$-9x = 24$:

$$\begin{aligned} \div(-9) \quad -9x &= 24 \quad \div(-9) \\ x &= \frac{24}{-9} \\ x &= -\frac{8}{3} \end{aligned}$$

Exemple (équations du type $ax + b = cx + d$) : Résous les équations suivantes :

$5x + 2 = -2x + 7$:

$$\begin{aligned} +2x \quad 5x + 3 &= -2x + 7 \quad +2x \\ -3 \quad 7x + 3 &= 7 \quad -3 \\ \div 7 \quad 7x &= 4 \quad \div 7 \\ x &= \frac{4}{7} \end{aligned}$$

$-x + 5 = 7x + 3$:

$$\begin{aligned} +1x \quad -1x + 5 &= 7x + 3 \quad +1x \\ -3 \quad 5 &= 8x + 3 \quad -3 \\ \div 8 \quad 2 &= 8x \quad \div 8 \\ \frac{2}{8} &= x \\ \frac{1}{4} &= x \end{aligned}$$

$8x - 2 = 2x + 2$:

$$\begin{aligned} -2x \quad 8x + 2 &= 2x + 2 \quad -2x \\ -2 \quad 6x + 2 &= 2 \quad -2 \\ \div 6 \quad 6x &= 0 \quad \div 6 \\ x &= \frac{0}{6} \\ x &= 0 \end{aligned}$$

■ **EXERCICE :** Si tu as bien compris, tu devrais réussir à résoudre l’équation suivante dans ton cahier d’exercice : $6x + 30 = 2(13 - x)$.

Solution : $6x + 30 = 26 - 2x \Rightarrow 8x = -4 \Rightarrow x = -0{,}5$.

2 Tests d'égalité

Si vraiment un élève n'arrivait pas à résoudre une équation, il pourra effectuer des tests d'égalité à la place :

MÉTHODE (tester une égalité)

❶ On choisit une valeur de x.
❷ On remplace, si nécessaire, x par cette valeur dans le membre de gauche, et on calcule.
❸ On remplace, si nécessaire, x par cette valeur dans le membre de droite, et on calcule.
❸ On confronte les résultats : s'ils sont identiques, alors on a trouvé la bonne valeur de x ; sinon, on recommence les étapes ❶ à ❸ avec (évidemment) une *autre* valeur de x.

Exemple 1 : Trouve la solution de l'équation $2x + 7 = 2$ en testant plusieurs valeurs de x :

Choix de x	Gauche	Droite	Égalité ?	x est solution ?
$x = 0$	$2x + 7 = 2 \times 0 + 7 = 7$	2	non	✖
$x = 1$	$2x + 7 = 2 \times 1 + 7 = 9$	2	non	✖
$x = -3$	$2x + 7 = 2 \times (-3) + 7 = 1$	2	non	✖
$x = -2{,}5$	$2x + 7 = 2 \times (-2{,}5) + 7 = 2$	2	oui	✔

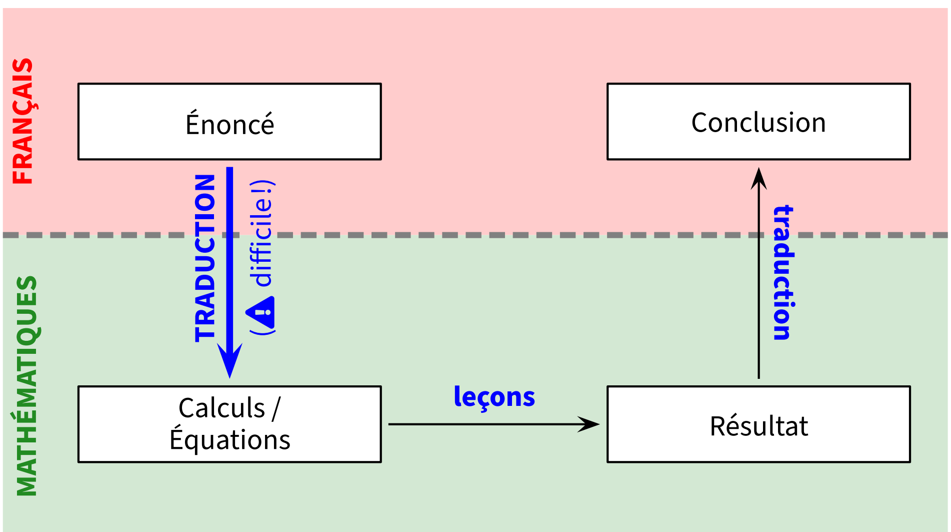
Exemple 2 : Trouve la solution de l'équation $4x + 15 = 6x - 7$ en testant plusieurs valeurs de x :

Choix de x	Gauche	Droite	Égalité ?	x est solution ?
$x = 0$	$4x + 15 = 4 \times 0 + 15 = 15$	$6x - 7 = 6 \times 0 - 7 = -7$	non	✖
$x = 10$	$4x + 15 = 4 \times 10 + 15 = 55$	$6x - 7 = 6 \times 10 - 7 = 53$	non	✖
$x = 11$	$4x + 15 = 4 \times 11 + 15 = 59$	$6x - 7 = 6 \times 11 - 7 = 59$	oui	✔

Remarque

Si on demande de tester une égalité pour une valeur donnée de x, une seule ligne suffit : on conclut que l'égalité est soit vraie, soit fausse !

3 Mise en équation



DÉFINITION

La mise en équation consiste à extraire les informations de l'énoncé afin d'aboutir à une équation.

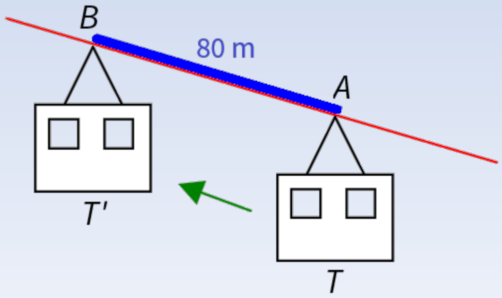
SÉQUENCE XVII

Translations

1 Définition

Une translation est un glissement :

- avec une direction donnée :
  câble du téléphérique, la droite (AB).
- avec un sens donné :
  le téléphérique monte de A vers B.
- avec une longueur donnée :
  80 m, longueur AB.



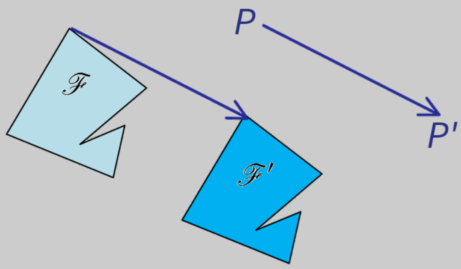
DÉFINITIONS

Soit deux points P et P'.

On appelle translation qui transforme P en P', le glissement :

- **selon la direction de la droite (PP),**
- **dans le sens de P vers P',**
- **d'une longueur égale à PP'.**

La figure $\mathscr{F}'$ est l'image de la figure $\mathscr{F}$ par cette translation.

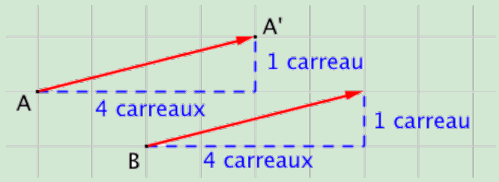


Remarque : pour schématiser la translation, on peut tracer une flèche allant de P vers P.

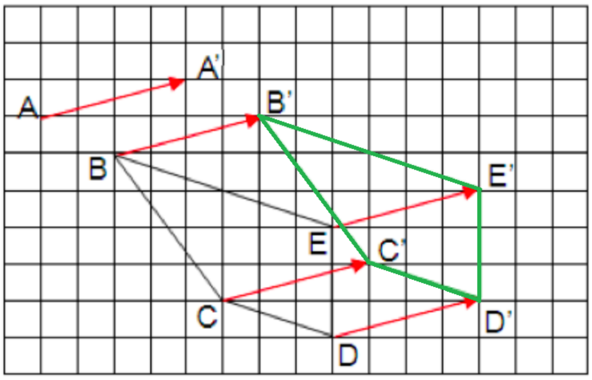
2 Constructions définies par une translation

MÉTHODE (image d'un point par une translation sur papier quadrillé)

Pour construire l'image du point B par la translation qui transforme A en A', il suffit de « reproduire » la flèche rouge en plaçant son origine en B. L'image B' du point B se trouvera alors à l'extrémité de cette nouvelle flèche :

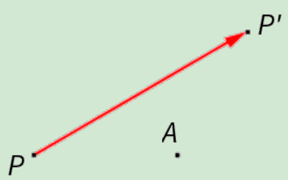


■ **EXERCICE :** Trace l'image $B'C'D'E'$ du quadrilatère $BCDE$ par la translation qui transforme A en A' (représentée par la flèche rouge) :

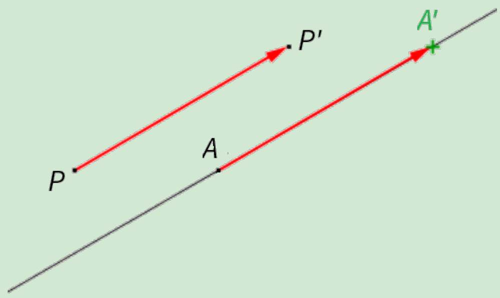


MÉTHODE (image d'une figure par une translation sur papier blanc)

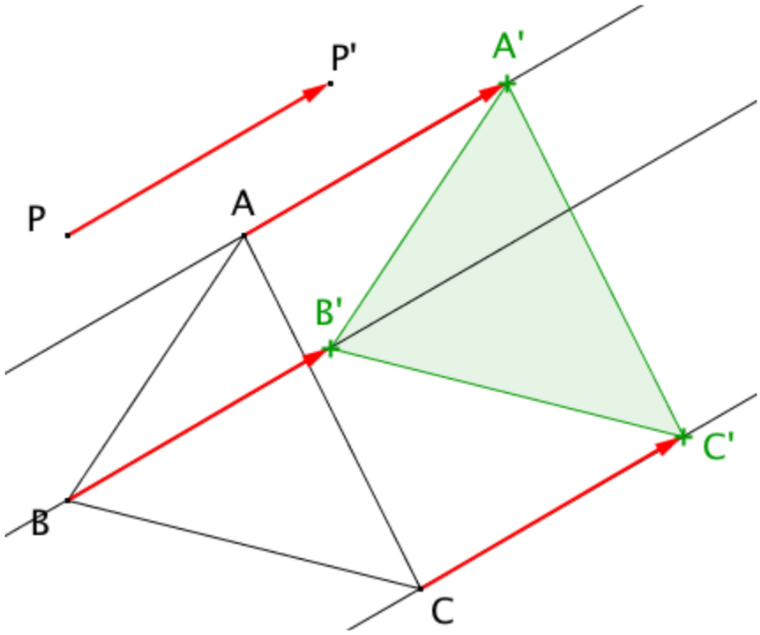
Soit la translation qui transforme P en P schématisée par la flèche rouge.
Construire l'image du triangle ABC par cette translation.



Pour construire l'image du point A, on « reproduit » la flèche rouge en plaçant son origine en A.
Pour reproduire la flèche rouge, on trace la parallèle à la flèche rouge passant par le point A.



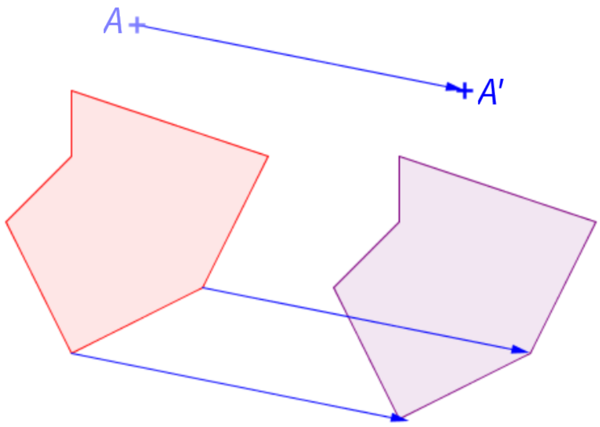
■ **EXERCICE :** Trace l'image $A'B'C'$ du triangle ABC par la translation qui transforme P en P' (représentée par la flèche rouge) :



3 Propriétés

La figure mauve est l'image de la figure rouge par la translation qui transforme A en A'.

Les deux figures sont superposables.

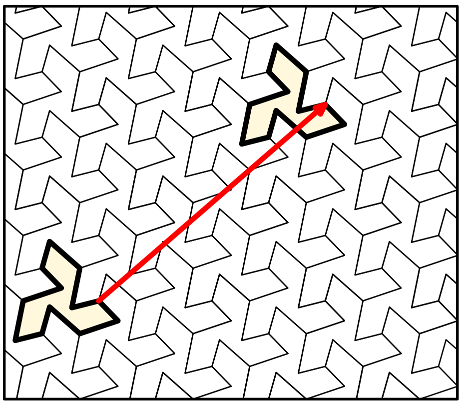


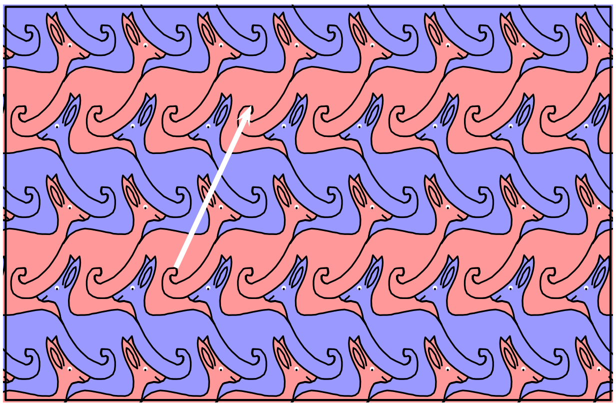
RÈGLES

La translation conserve (= ne modifie pas) :
- l'alignement (si 3 points sont alignés, alors leurs images le seront aussi),
- les longueurs ($A'B' = AB$), et donc aussi les périmètres,
- les angles ($\widehat{A'B'C'} = \widehat{ABC}$),
- les aires.

Remarque : pour rappel, il en va de même pour les symétries (axiales et centrales).

Les translations (associées ou non à d'autres transformations du plan) sont particulièrement efficaces pour réaliser des **pavages** :





Trace ci-dessus deux flèches (une sur chaque figure) qui permet de voir la translation à l'origine de ces pavages.

SÉQUENCE

XVIII

Espace (partie 2)

1 Volume d'une pyramide ou d'un cône

RÈGLE

Pour calculer le volume d'une pyramide ou d'un cône de révolution, on utilise la même formule :

$$\mathscr{V} = \frac{1}{3} \times \text{Aire de la base} \times \text{hauteur du solide.}$$

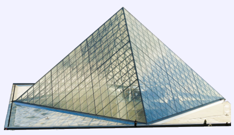
Exemple 1 : Calcule le volume d'une pyramide de hauteur 22 m ayant pour base un carré de coté 35 m :

On calcule d'abord l'aire de la base :
$\mathscr{A}_{\text{base}} = c^2 = 35^2 = 1\,225\ \text{m}^2$,

On en déduit le volume du solide :
$\mathscr{V}_{\text{pyramide}} = \frac{1}{3} \times 1\,225 \times 22 = \frac{1}{3} \times 26\,950 \approx 8\,983\ \text{m}^3$.

Remarque

Tu viens à l'instant de calculer le volume approximatif de la pyramide du Louvre à Paris !



Exemple 2 : Calcule le volume d'un cône de révolution de hauteur 25 cm ayant pour base un disque de diamètre 12 cm (on arrondira la réponse au dixième près) :

On calcule d'abord l'aire de la base :
$\mathscr{A}_{\text{base}} = \pi \times R^2 = \pi \times \underline{6}^2 = 36\pi\ \text{cm}^2$.

On en déduit le volume du solide :
$\mathscr{V}_{\text{pyramide}} = \frac{1}{3} \times 36\pi \times 25 = \frac{1}{3} \times 900\pi = 300\pi \approx 942{,}\underline{5}\ \text{cm}^3$.

2 Conversion d'unités et autres formules

Pour les conversions, on peut utiliser un tableau :

Volumes	km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
Capacités												kL	hL	daL	L	dL	cL	mL			
															1	0	0	0			

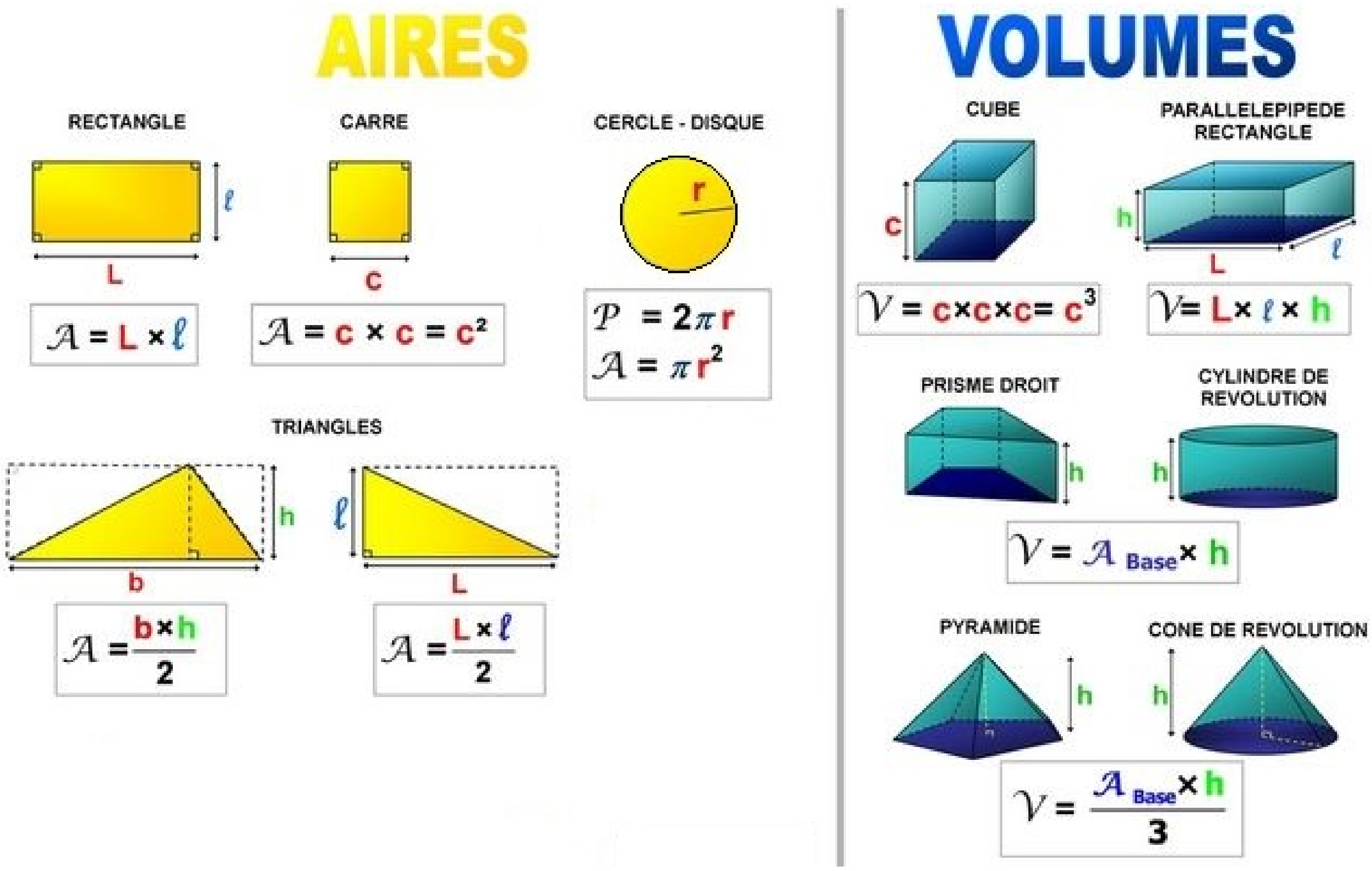
On a les égalités permettant de passer des volumes aux capacités :

- $1\ m^3 = 1000$ L
- $1\ dm^3 = 1$L
- $1\ cm^3 = 1$mL

Exemples : Convertir les longueur suivantes :

- $23{,}000\ 5\ m^3 = 23\ 000{,}5\ dm^3$
- $215\ cm^3 = 0{,}000\ 215\ m^3$
- $2{,}1$ L = 21 dL

3 Formules d'aires et de volumes

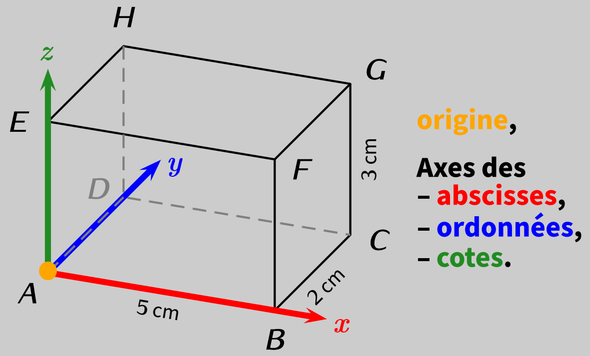


4 Repérage dans l'espace

DÉFINITION

Pour définir un repère de l'espace à partir d'un pavé droit, on choisit un sommet du pavé comme origine, et les 3 arêtes qui partent de ce sommet seront les 3 axes à utiliser :

- **les deux arêtes de la base formeront les axes des abscisses et des ordonnées ;**
- **l'arête latérale (= qui monte) formera l'axe des cotes.**



RÈGLE

Tout point M de l'espace est repéré de manière unique par son abscisse x, son ordonnée y et sa cote z qui forment ses coordonnées. On écrit mathématiquement $M(x\,;y\,;z)$.

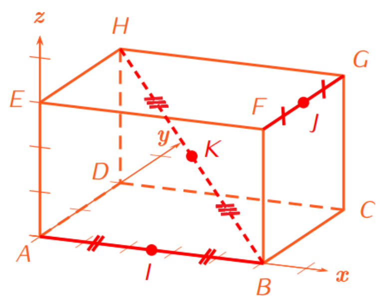
Remarque : l'ordre des nombres a évidemment de l'importance.

■ EXERCICE : Sachant que dans le pavé ci-dessous, on a $H(0;2;3)$, détermine les coordonnées de ses sept autres sommets :

$A(0;0;0)$ — $B(5;0;0)$ — $C(5;2;0)$ — $D(0;2;0)$ — $E(0;0;3)$ — $F(5;0;3)$ et $G(5;2;3)$.

■ EXERCICE (plus dur...) : Toujours en reprenant le pavé ci-dessus, détermine les coordonnées des points I, J et K, milieux respectifs des segments $[AB]$, $[FG]$ et $[BH]$:

$I(2{,}5;0;0)$ — $J(5;1;3)$ et $K(2{,}5;1;1{,}5)$.



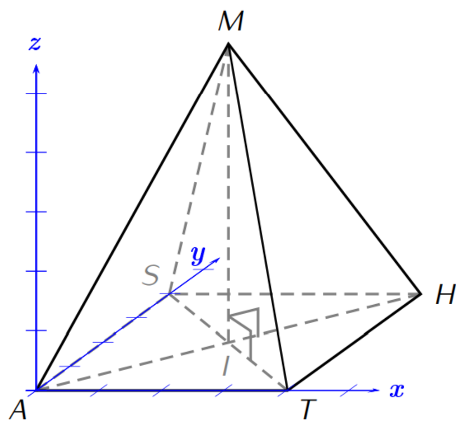
■ EXERCICE :

Sur la figure ci-contre, dont le repère est gradué tous les centimètres, détermine les coordonnées des sommets de la pyramide $MATHS$ (à base carrée de côté 4 cm et de hauteur 5 cm) ainsi que celles du point I :

Base : $A(0;0;0)$ — $T(4;0;0)$ — $H(4;4;0)$ et $S(0;4;0)$,

Centre de la base : $I(2;2;0)$,

Sommet de la pyramide : $S(2;2;5)$.



SÉQUENCE

XIX

Algorithmie & programmation

1 Blocs Scratch à connaître

Mouvement

» avancer de 15

» tourner de ↻ de 45 degrés

» tourner de ↺ de 30 degrés

» s'orienter à 90

» aller à x : 0 y : 0

Apparence

» dire Hello ! pendant 2 secondes

» dire Hello !

» penser à Hmm.. pendant 2 secondes

» penser à Hmm..

» ajouter 10 à la taille

» mettre à 100 % de la taille initiale

Stylo

» effacer tout

» stylo en position d'écriture

» relever le stylo

» mettre la couleur pour le stylo

» ajouter 1 à la taille du stylo

» choisir la taille 1 pour le stylo

Contrôle

» attendre 1 secondes

» répéter 4 fois

» si alors

» si alors
sinon

» répéter jusqu'à

Opérateur

» ( ) + ( ) » ( ) - ( )

» ( ) * ( ) » ( ) / ( )

» nombre aléatoire entre 1 et 20

» < / > / =

» et / ou

» regroupe coucou les quatrièmes

Capteurs

» demander Quelle valeur et attendre

» réponse

» touche espace pressé ?

Données

» Créer une variable

» ma variable

» mettre ma_variable à 0

» ajouter à ma_variable 1

» montrer la variable ma_variable

» cacher la variable ma_variable

Événements

» quand 🏁 est cliqué

» Quand espace est pressé

SÉQUENCE A

Liste des exercices donnés

1 Bases de géométrie

» périmètres & aire (rappel de 6e)	Cahier IParcours : --
» égalité de Pythagore	Cahier IParcours : 1, 2, 3, 4 p. 88 + 1 p. 89
» égalité de Thalès	Cahier IParcours : 1, 2 p. 77
» DPC	Cahier IParcours : --

2 Opérations sur les nombres relatifs

» rappels de 5e	Cahier IParcours : 1 à 7 p. 6 + 2, 3, 4 p. 7
» multiplication de nombres relatifs	Cahier IParcours : 1, 2, 3, 7, 8 p. 8 + 2, 4, 5 p. 9 + 1, 5 p. 10
» division de nombres relatifs	Cahier IParcours : 1, 2, 3, 4, 7 p. 11
» inverse d'un nombre relatif	Cahier IParcours : 1, 2 p. 37
» rappel des priorités	Cahier IParcours : 1, 6 p. 12
» écrire en une seule expression	Cahier IParcours : 2 p. 13

3 Pythagore

» racines carrées	Cahier IParcours : 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9 p. 87
» le théorème de Pythagore	Cahier IParcours : 2, 3, 4 p. 89 + 1, 2 p. 90 + 1, 3 p. 91
» montrer qu'un triangle est rectangle ou non	Cahier IParcours : fiche 6 p. 92 + 3 p. 93 + 1, 3 p. 94 + 2 p. 95

4 Fractions (partie 1)

» rappels : égalité de quotients	Cahier IParcours : 1, 2, 3, 4 p. 21 + 1, 3, 5, 6 p. 22 + 3, 4 p. 24

» comparer ou ranger des fractions	Cahier IParcours : 1, 2, 3, 4, 5 p. 25 + 2, 4, 5 p. 26
» additions & soustractions	Cahier IParcours : fiche 7 p. 27 + 3 p. 28 + 4, 5 p. 29

5 Calcul littéral (partie 1)

» simplification d'une expression littérale	Cahier IParcours : 1 p. 57
» réduction	Cahier IParcours : 1, 2, 4, 5, 9, 10 p. 54 + 3, 5, 6, 7 p. 55 + 2, 5, 6 p. 56
» substituer (rappel)	Cahier IParcours : 2, 3, 4 p. 57 + 1, 2, 3 p. 58

6 Fractions (partie 2)

» multiplication de deux quotients	Cahier IParcours : 1, 5, 6 p. 32 + 1, 4 p. 33 + 4 p. 34 + 3, 5 p. 35 + 5, 6 p. 36
» division de deux quotients	Cahier IParcours : 4, 5, 6, 7 p. 37 + 2, 3, 4 p. 38
» priorités opératoires	Cahier IParcours : fiche 8 p. 39 + 1, 3 p. 40 + 1, 3 p. 41

7 Probabilités

» expérience aléatoire	Cahier IParcours : --
» vocabulaire	Cahier IParcours : 4 p. 148
» notion de probabilité	Cahier IParcours : 1, 2, 3 p. 148 + 1, 2 p. 149 + 1 p. 150 + 2 p. 152 + 1, 3 p. 153

8 Calcul littéral (partie 2)

» développement	Cahier IParcours : 1, 2, 3, 4, 5, 7 p. 52
» applications	Cahier IParcours : 1, 2, 3 p. 59 + 1, 2, 3, 5 p. 60 + 1, 3 p. 61 + 1 p. 62
» factorisation	Cahier IParcours : 1, 2, 4, 5, 8, 9 p. 53

9 Puissances

» définition générale	Cahier IParcours : 1, 2, 3, 4, 6, 8 p. 44
» puissances de 10	Cahier IParcours : 1 à 7 p. 45
» les préfixes	Cahier IParcours : 8, 9 p. 45 + 3, 4 p. 46

» écriture scientifique	Cahier IParcours : 3, 4 p. 47 + 1, 2, 3, 6 p. 48 + 5, 6 p. 49

10 Thalès

» le théorème de Thalès	Cahier IParcours : 3 p. 77 + 3, 4, 5 p. 78 + 3 p. 79 + 3 p. 83
» montrer que deux droites sont parallèles (ou pas)	Cahier IParcours : 2, 3, 4 p. 80 + 2, 4 p. 81 + 1 p. 83

11 Statistiques

» moyenne	Cahier IParcours : 2a p. 142 + 1ab p. 143
» moyenne pondérée	Cahier IParcours : 1c p. 142
» représentations graphiques	Cahier IParcours : fiche 1 p. 139 + 1ab p. 142
» médiane & étendue	Cahier IParcours : 1, 2, 3, 4 p. 140 + 1, 3 p. 141 + 1d, 2bcd p. 142 + 1c p. 143 + 3, 4 p. 144

12 Divisibilité & nombres premiers

» divisibilité (rappels)	Cahier IParcours : 1 à 7 p. 16
» nombres premiers	Cahier IParcours : 1, 2, 3, 4 p. 17
» décomposition en produit de facteurs premiers	Cahier IParcours : 5, 6, 9 p. 17 + 1, 2, 4 p. 18 + 5, 6 p. 23

13 Cosinus

» cosinus d'un angle aigu	Cahier IParcours : 1, 2, 3, 5 p. 100 + 1, 2, 4 p. 101
» applications	Cahier IParcours : 2, 3, 4 p. 102 (calcul d'angle) + 5, 6, 7 p. 102 + 1 p. 103 + 1 p. 104 (calcul de longueurs) + 2 p. 103 + 4 p. 106 (les deux)

14 Espace (partie 1)

» pyramides et cônes : définition et perspective	Cahier IParcours : fiche 1 p. 115 + 1, 2 p. 116
» patrons d'une pyramide ou d'un cône	Cahier IParcours : 1, 2, 4 p. 117 (pyramide) + 1 p. 118 (cône)

15 Proportionnalité

» grandeurs proportionnelles	Cahier IParcours : fiche 1 p. 127 + 2, 3, 4 p. 131 + 1, 2 p. 132
» caractérisation	Cahier IParcours : fiches 2 et 3 p. 128-129
» les grandeurs composées	Cahier IParcours : 2, 4 p. 135 + 1, 3 p. 137
» la notions de vitesse	Cahier IParcours : 3 à 6 p. 133 + 4, 5, 6 p. 134 + 1, 2 p. 138

16 Équations

» résolution algébrique	Cahier IParcours : fiches 3 et 4 p. 67-68
» tests d'égalité	Cahier IParcours : 3, 4, 5 p. 65 + 1 p. 66
» mise en équation	Cahier IParcours : 1, 2, 3, 4 p. 69 + 1, 2 p. 70

17 Translations

» définition	Cahier IParcours : fiche 1 p. 108
» constructions définies par une translation	Cahier IParcours : 1 à 4 p. 109 + 3 p. 110 (quadrillage) + 5, 6 p. 109 + 1, 2 p. 110 (papier blanc)
» propriétés	Cahier IParcours : 1, 2, 3 p. 111

18 Espace (partie 2)

» volumes d'une pyramide ou d'un cône	Cahier IParcours : 1 à 4 p. 119 + 1, 2, 3 p. 120
» conversions d'unité et autres formules	Cahier IParcours : --
» formules d'aires et de volumes	Cahier IParcours : --
» repérage dans l'espace	Cahier IParcours : 1 à 4 p. 123

19 Algorithmie & programmation

» blocs Scratch à connaître	Cahier IParcours : fiches 1 à 3 p. 154-156 (algorithmie) + 1, 2 p. 157 + 1 p. 158 + fiches 6-7 p. 159-160 (programmation)

SÉQUENCE B

Liste des vidéos

Pour l’instant, aucune vidéo n’a été faite pour ce niveau…

SÉQUENCE C

Tables de multiplication

Table de 1 : 1 × 0 = 0 1 × 1 = 1 1 × 2 = 2 1 × 3 = 3 1 × 4 = 4 1 × 5 = 5 1 × 6 = 6 1 × 7 = 7 1 × 8 = 8 1 × 9 = 9 1 × 10 = 10	***Table de 2 :*** 2 × 0 = 0 2 × 1 = 2 2 × 2 = 4 2 × 3 = 6 2 × 4 = 8 2 × 5 = 10 2 × 6 = 12 2 × 7 = 14 2 × 8 = 16 2 × 9 = 18 2 × 10 = 20	***Table de 3 :*** 3 × 0 = 0 3 × 1 = 3 3 × 2 = 6 3 × 3 = 9 3 × 4 = 12 3 × 5 = 15 3 × 6 = 18 3 × 7 = 21 3 × 8 = 24 3 × 9 = 27 3 × 10 = 30	***Table de 4 :*** 4 × 0 = 0 4 × 1 = 4 4 × 2 = 8 4 × 3 = 12 4 × 4 = 16 4 × 5 = 20 4 × 6 = 24 4 × 7 = 28 4 × 8 = 32 4 × 9 = 36 4 × 10 = 40	***Table de 5 :*** 5 × 0 = 0 5 × 1 = 5 5 × 2 = 10 5 × 3 = 15 5 × 4 = 20 5 × 5 = 25 5 × 6 = 30 5 × 7 = 35 5 × 8 = 40 5 × 9 = 45 5 × 10 = 50
Table de 6 : 6 × 0 = 0 6 × 1 = 6 6 × 2 = 12 6 × 3 = 18 6 × 4 = 24 6 × 5 = 30 6 × 6 = 36 6 × 7 = 42 6 × 8 = 48 6 × 9 = 54 6 × 10 = 60	***Table de 7 :*** 7 × 0 = 0 7 × 1 = 7 7 × 2 = 14 7 × 3 = 21 7 × 4 = 28 7 × 5 = 35 7 × 6 = 42 7 × 7 = 49 7 × 8 = 56 7 × 9 = 63 7 × 10 = 70	***Table de 8 :*** 8 × 0 = 0 8 × 1 = 8 8 × 2 = 16 8 × 3 = 24 8 × 4 = 32 8 × 5 = 40 8 × 6 = 48 8 × 7 = 56 8 × 8 = 64 8 × 9 = 72 8 × 10 = 80	***Table de 9 :*** 9 × 0 = 0 9 × 1 = 9 9 × 2 = 18 9 × 3 = 27 9 × 4 = 36 9 × 5 = 45 9 × 6 = 54 9 × 7 = 63 9 × 8 = 72 9 × 9 = 81 9 × 10 = 90	***Table de 10 :*** 10 × 0 = 0 10 × 1 = 10 10 × 2 = 20 10 × 3 = 30 10 × 4 = 40 10 × 5 = 50 10 × 6 = 60 10 × 7 = 70 10 × 8 = 80 10 × 9 = 90 10 × 10 = 100
Table de 11 : 11 × 0 = 0 11 × 1 = 11 11 × 2 = 22 11 × 3 = 33 11 × 4 = 44 11 × 5 = 55 11 × 6 = 66 11 × 7 = 77 11 × 8 = 88 11 × 9 = 99 11 × 10 = 110	***Table de 12 :*** 12 × 0 = 0 12 × 1 = 12 12 × 2 = 24 12 × 3 = 36 12 × 4 = 48 12 × 5 = 60 12 × 6 = 72 12 × 7 = 84 12 × 8 = 96 12 × 9 = 108 12 × 10 = 120	***Table de 13 :*** 13 × 0 = 0 13 × 1 = 13 13 × 2 = 26 13 × 3 = 39 13 × 4 = 52 13 × 5 = 65 13 × 6 = 78 13 × 7 = 91 13 × 8 = 104 13 × 9 = 117 13 × 10 = 130	***Table de 14 :*** 14 × 0 = 0 14 × 1 = 14 14 × 2 = 28 14 × 3 = 42 14 × 4 = 56 14 × 5 = 70 14 × 6 = 84 14 × 7 = 98 14 × 8 = 112 14 × 9 = 126 14 × 10 = 140	***Table de 15 :*** 15 × 0 = 0 15 × 1 = 15 15 × 2 = 30 15 × 3 = 45 15 × 4 = 60 15 × 5 = 75 15 × 6 = 90 15 × 7 = 105 15 × 8 = 120 15 × 9 = 135 15 × 10 = 150

Remerciements

Chaque séquence présente la même image d'introduction, sous licence Creative Commons. Elle a simplement subi un retournement horizontal afin que la partie plate de l'image (originellement en-bas) se retrouve en-haut et coïncide avec le bord supérieur de la feuille. Cette image est disponible à l'adresse

https://freepngimg.com/png/88188-geometry-color-triangle-polygon-symmetry-free-hq-image

L'image de l'annexe "Algorithmie débranchée" appartient au domaine public :

https://www.publicdomainpictures.net/fr/view-image.php?image=272881&picture=code-binaire

Enfin, l'image de l'annexe "Tables de multiplication" provient du site

https://www.enfantsprecoces.info/apprendre-les-tables-de-multiplication/,

qui m'a gentiment laissé la permission de l'utiliser.

Le modèle LaTeX de ce cours, c'est-à-dire la "charte graphique" (visible surtout à chaque nouvelle séquence et au titres de paragraphes) a été créé par Cédric Boulonne (voir https://cbmaths1.wordpress.com/cbmbook-cls/), adapté par mes soins (notamment pour la couleur dominante). Je le remercie pour l'énorme travail fourni sur son site et surtout pour avoir mis ses sources à disposition !

À partir de l'année scolaire 2022-2023, la mise à jour de ce cours a été faite à partir de mon cours de l'année précédente mais aussi à partir de l'excellent manuel IParcours 6^{e} disponible gratuitement (comme la version numérique du cahier d'exercices que nous avons fait acheter à nos élèves cette année) à l'adresse

https://www.iparcours.fr/ouvrages/,

Certaines activités d'algorithmie proviennent du Livre "Scratch au collège", disponible sur le site http://exo7.emath.fr/ (fichiers sources utilisés disponibles sur https://github.com/exo7math/scratch-exo7). Je remercie vivement les auteurs qui ont mis ce livre en licence Creative Commons – BY-NC-SA – 4.0 FR (soit la même licence que ce cours), ce qui m'a permis de l'utiliser tranquillement !

Ces pages sont largement inspirées de l'excellent cours de Bastien Ponsard disponible sur https ://www.axelnax.fr/. Il correspond à la trace écrite que les élèves écriront dans leur cahier. La version à trous existe pour les élèves qui nécessitent des adaptations

Cours de 4^{e} version 1.1 — achevé au mois de septembre 2024.