

Mathématiques Sans Frontières



Epreuve de découverte – Edition 2007

- ✓ Ne prendre qu'une feuille-réponse par exercice.
- ✓ Des explications ou des justifications sont demandées pour les exercices 1, 3, 4, 7, 9, 10, 11, 12 et 13.
- ✓ Toute solution même partielle sera examinée.
- ✓ Le soin sera pris en compte.

Mathématiques
SANS
Frontières

Exercice 1 7 points

Moitié vide ou moitié pleine

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

La bottiglia, riprodotta nel disegno, riempita fino al tappo contiene un litro.

Un monello ne è stato attratto ed ha consumato una parte dello sciroppo prima di richiuderla con cura.

La sua mamma vorrebbe sapere se è rimasto più o meno di mezzo litro di sciroppo nella bottiglia senza fare il calcolo né stapparla.

Come può procedere ?

Descrivere il metodo e giustificare la risposta.

Una botella de un litro está llena hasta arriba.

Un niño pasó por aquí. Ha consumido una parte de líquido antes de cerrar cuidadosamente la botella.

A su madre le gustaría saber si queda más o menos de medio litro de líquido en la botella sin calcular ni destaparla.

¿ Cómo puede hacerlo ?

Describe el método y justifica.



Eine Flasche, gefüllt bis zum Verschluss, enthält genau einen Liter.

Da kommt ein Lausbub vorbei, stibitzt einen Teil des Inhalts und verschließt die Flasche wieder sorgfältig.

Seine Mutter wüsste gerne, ob sich nun mehr oder weniger als ein halber Liter Flüssigkeit in der Flasche befindet. Wie kann sie dies herausfinden, ohne zu rechnen und ohne die Flasche zu öffnen?

Beschreibt die Methode und begründet sie.

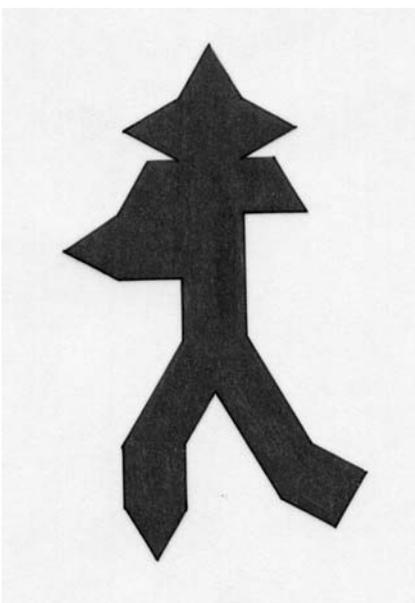
Filled up to the cork, a bottle has a capacity of one liter.

A 'little devil' (or a 'bad boy') came across. He drank some of the liquid before recorking the bottle carefully.

His mum would like to know whether there is more or less than half a liter of liquid in the bottle, without any calculation and without opening it.

How can she do?

Describe the method and justify.



Exercice 2 5 points

Trois pour un

Carine et Christian jouent avec des gommettes en forme de carrés et de triangles équilatéraux. Tous leurs côtés ont la même longueur.

Ils construisent alors tous les assemblages possibles utilisant exactement un carré et trois triangles.

Les gommettes sont assemblées par un côté commun et sans superposition.

Deux assemblages superposables, avec ou sans retournement, sont considérés comme identiques.

Avec tous les assemblages obtenus sauf un, Carine et Christian ont obtenu la silhouette ci-contre.

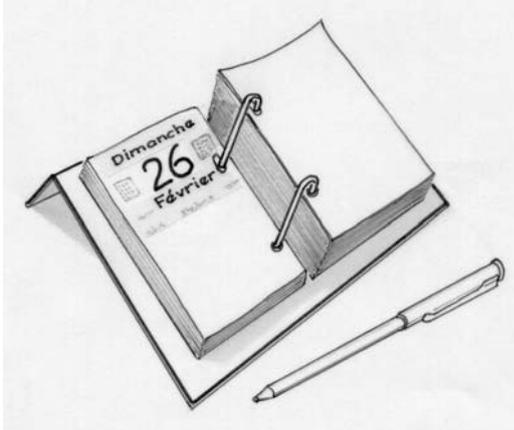
Reproduire cette silhouette sur la feuille-réponse en faisant apparaître les contours des assemblages utilisés, puis dessiner l'assemblage non utilisé.

Exercice 3
7 points

Recyclage

Ernest vient de recevoir un agenda 2006 mais il n'en aura plus guère usage cette année. Il décide alors de le garder pour plus tard.

Il utilisera cet agenda l'année où toutes les dates coïncideront de nouveau avec les mêmes jours de la semaine.



Quelle est la prochaine année où Ernest pourra utiliser cet agenda ? Justifier.

Exercice 4
5 points

Il y a du neuf

Quelle est la somme des chiffres de $10^{2006} - 2006$? Justifier.



Exercice 5
7 points

Chacun sa route

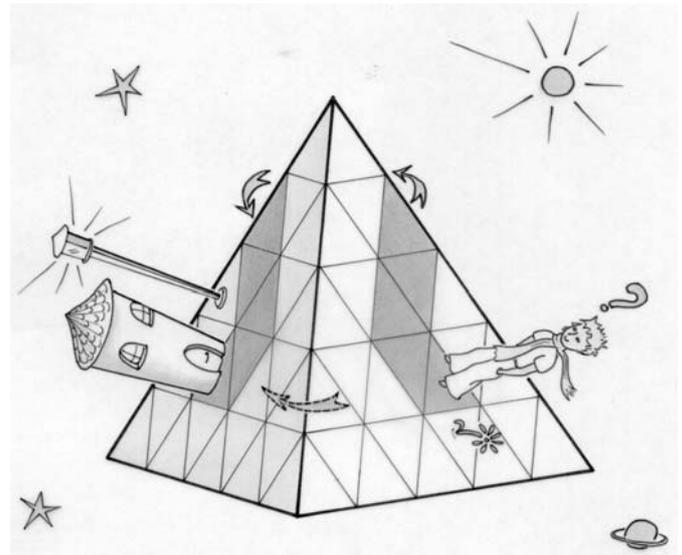
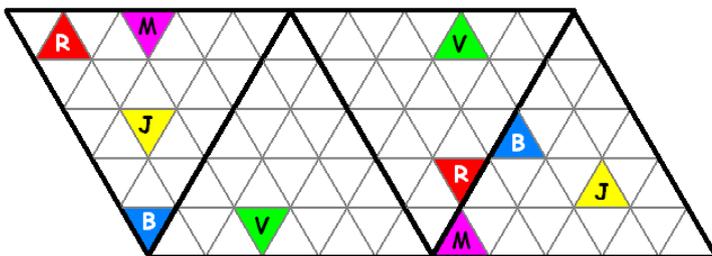
Bleu, Jaune, Mauve, Rouge et Vert sont les cinq habitants d'une planète tétraédrique recouverte d'un réseau de 100 dalles triangulaires.

Chacun d'eux possède deux maisons : leurs positions sont marquées B, J, M etc... sur le patron du tétraèdre présenté ci-dessous.

Chaque habitant veut relier ses deux maisons par un chemin de couleur utilisant le dallage.

Un chemin peut passer d'une dalle à la suivante seulement si elles ont un côté commun.

Deux chemins distincts ne peuvent pas passer par une même dalle.



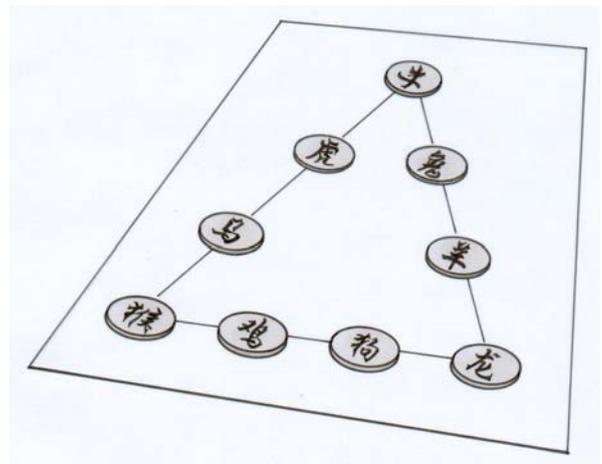
Reproduire le patron du tétraèdre sur la feuille-réponse, puis proposer sur ce patron un tracé de 5 chemins respectant ces conditions.

Exercice 6
5 points

Mathilde a les jetons

Mathilde dispose 9 jetons numérotés de 1 à 9 sur les côtés d'un triangle comme représenté ci-contre de sorte que la somme des chiffres soit 20 sur chaque côté du triangle. Quelle surprise ! Elle constate alors que sur chaque côté la somme des carrés des nombres est égal à 126.

Reproduire sur la feuille-réponse la disposition des jetons de Mathilde.



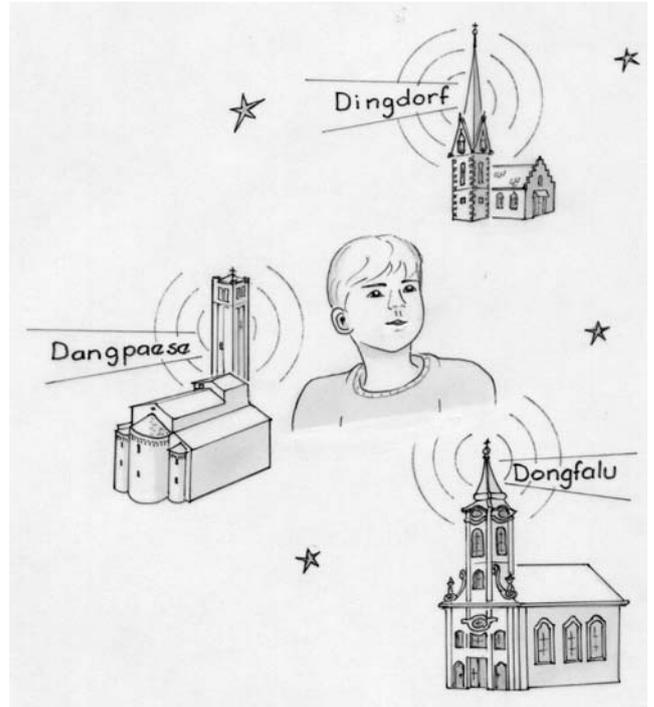
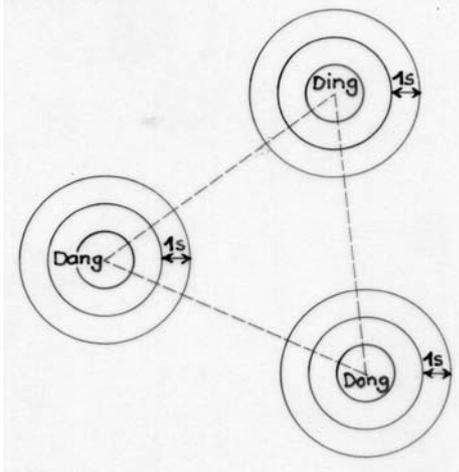
Exercice 7
7 points

Au cœur de la nuit

Perdu dans une nuit noire et sans lune, le petit Laurent C. entend sonner le premier coup de minuit du clocher de Dingdorf, puis 5 secondes plus tard, le premier coup de minuit du clocher de Dangpaese et enfin encore quatre secondes plus tard le premier coup de minuit du clocher de Dongfalu, et pourtant Laurent sait que les 3 horloges sonnent exactement en même temps.

Les clochers de ces trois villages sont les sommets d'un triangle équilatéral de 3,4 km de côté.

Le son se propage à la vitesse de 340m/s.



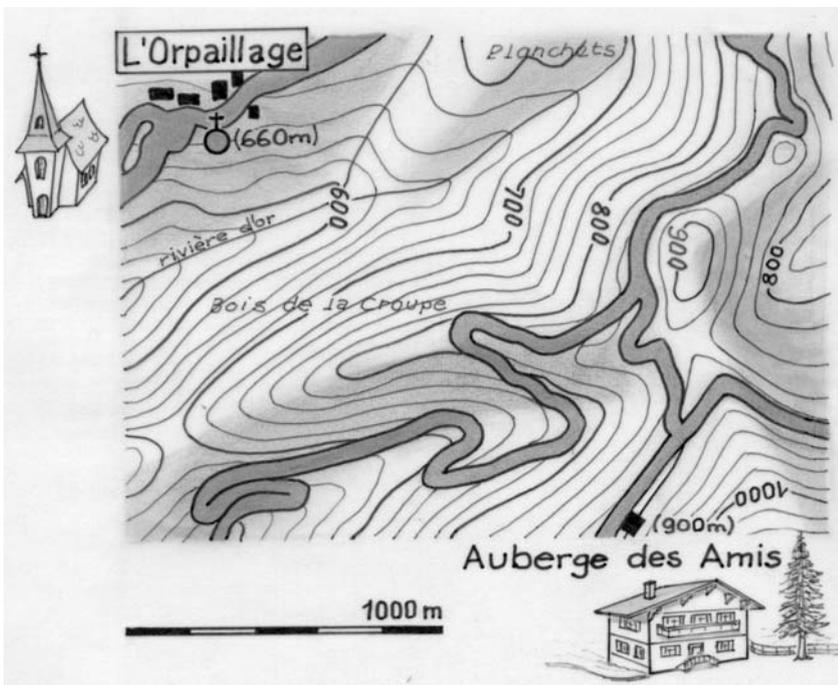
Reproduire la carte ci-contre sur la feuille réponse en prenant 1 cm pour représenter 340 m. Déterminer sur cette carte l'endroit où se trouve Laurent. Expliquer la méthode utilisée.

Exercice 8
5 points

Renversants

Camille et son petit frère Max sont assis face à face. Camille écrit un nombre de 5 chiffres sur une feuille et sans bouger cette feuille, Max lit alors le même nombre que Camille. Ce nombre s'écrit sans le chiffre 1, il ne commence pas par 0 et il ne se termine pas par 0.

Trouver tous les nombres de 5 chiffres vérifiant les règles précédentes que Camille peut faire lire à son petit frère.



Exercice 9
7 points

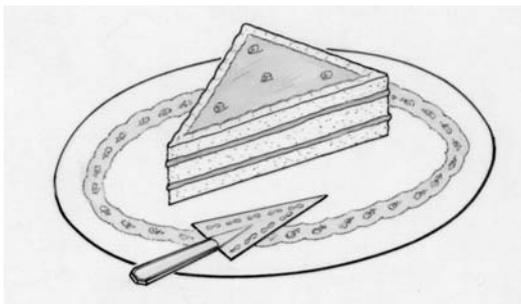
Point de vue

Depuis le seuil de l'Auberge des Amis (altitude 900 m) est-il possible, par beau temps, d'apercevoir le clocher de la chapelle de l'Orpailage (altitude 660 m)?

Répondre en utilisant la carte ci-jointe. Justifier.

Exercice 10
10 points

Triangles bisocèles



On appelle triangle bisocèle un triangle isocèle tel que la bissectrice de l'un de ses angles le partage en deux triangles eux-mêmes isocèles. Elodie et Michèle ont tracé, chacune, un triangle bisocèle. Les deux triangles sont de formes très différentes. Elodie a tracé son triangle avec une équerre et un compas. Michèle a dû faire des calculs d'angles avant de tracer le sien avec une règle et un rapporteur.

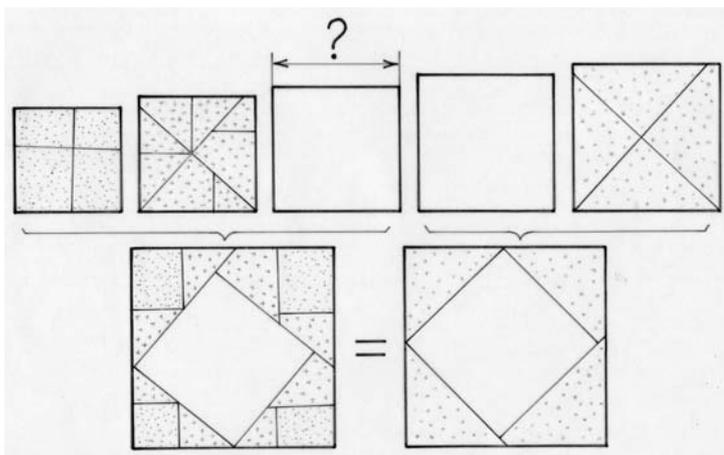
Tracer deux tels triangles, en procédant comme Elodie et Michèle. Existe-t-il des triangles bisocèles d'une forme différente des deux précédentes ? Justifier la réponse.

Spécial Seconde

Exercice 11
5 points

Sommes de carrés

Sur le site internet www.archimedes-lab.org, on trouve deux puzzles réalisables avec des pièces découpées dans cinq carrés. Les mesures des côtés de ces carrés sont des nombres entiers consécutifs. Les trois premiers carrés d'une part et les deux derniers carrés d'autre part permettent de reconstituer deux carrés de même aire.

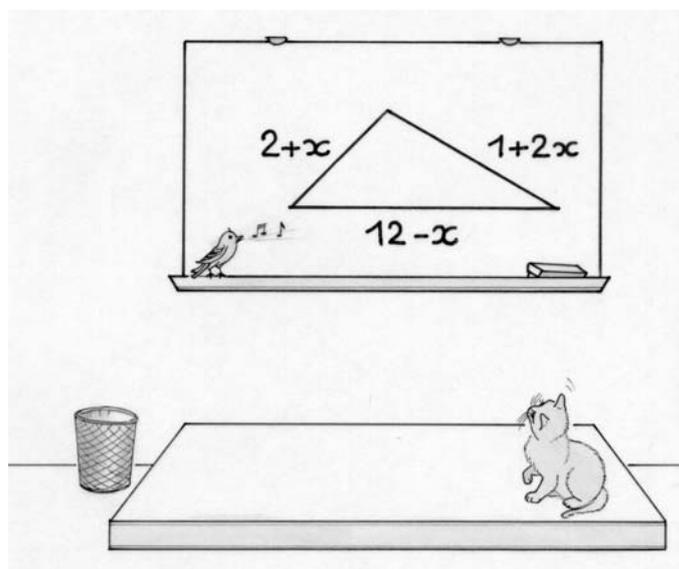


Sans reproduire les puzzles, calculer la mesure du côté du troisième des cinq carrés initiaux.

Exercice 12
7 points

Problème existentiel

Etienne a vu ce triangle sur un tableau noir.



Pour quelles valeurs de x peut-on construire ce triangle ? Justifier.

Exercice 13
10 points

Croix de Malte

Pour dessiner une Croix de Malte il suffit de tracer quatre cercles ayant pour centres les sommets d'un carré de 8 cm de côté, et passant par le centre de ce carré. Ces quatre cercles coupent les côtés du carré en huit points qui sont les sommets d'un octogone. La Croix est alors délimitée par des arcs de cercles et les côtés de l'octogone qui ne sont pas portés par ceux du carré.

Dessiner et colorier une telle croix. L'octogone est-il régulier ? Justifier.

