SÉQUENCE XI

Opérations sur les fractions

1 Additions et soustractions de fractions

Comme vu en 6e, le dénominateur d'une fraction peut se remplacer par n'importe quel mot, par exemple « crayon ». Cela permettait de comprendre qu'une addition (ou soustraction) de fractions n'est possible que lorsqu'elles ont le même dénominateur :

MÉTHODE (fractions de même dénominateur)

$$\frac{a}{D} + \frac{b}{D} = \frac{a+b}{D}.$$

Par exemple : $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = 2$ **crayons** $+ 3$ **crayons** $= 5$ **crayons** $= \frac{5}{7}$

Remarque : vérifier le résultat à la calculatrice ; elle permet aussi d'obtenir la fraction irréductible.

Exemple : Complète les calculs suivants :

a) $\frac{12}{7} - \frac{6}{7} = \frac{12-6}{7} = \frac{6}{7}.$

b) $\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{2+4}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2 \times \cancel{3}}{3 \times \cancel{3}} = \frac{2}{3}.$

MÉTHODE (fractions de dénominateurs différents)

$A = \frac{5}{6} + \frac{1}{3}$

$A = \frac{5}{6} + \frac{1 \times 2}{3 \times 2}$

puisque 6 est dans la table de 3 ($6 = 3 \times 2$), on peut transformer la 2e fraction grâce à la “règle d'or”

$A = \frac{5}{6} + \frac{2}{6}$

$A = \frac{5+2}{6}$

on additionne (ou soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun (on n'est pas obligé d'écrire cette étape)

$A = \frac{7}{6}.$

Exemple : Complète les exemples suivants :

$A = \dfrac{8}{45} + \dfrac{7}{5} = \dfrac{8}{45} + \dfrac{7 \times 9}{5 \times 9} = \dfrac{8}{45} + \dfrac{63}{45} = \dfrac{51}{45}$

$B = \dfrac{5}{9} - \dfrac{1}{3} = \dfrac{5}{9} + \dfrac{1 \times 3}{3 \times 3} = \dfrac{5}{9} + \dfrac{3}{9} = \dfrac{8}{9}$

$C = \dfrac{2}{7} + \dfrac{8}{14} = \dfrac{2 \times 2}{7 \times 2} + \dfrac{8}{14} = \dfrac{4}{14} + \dfrac{8}{14} = \dfrac{12}{14} = \dfrac{6}{7}$

2 Produit d'un nombre par une fraction

PROPRIÉTÉ

Il existe trois façons de multiplier un nombre quelconque a par la fraction $\dfrac{b}{c}$ (avec $c \neq 0$) :

$$a \times \frac{b}{c} = \underbrace{\frac{b}{c} \times a}_{❶} = \underbrace{\frac{a}{c} \times b}_{❷} = \underbrace{\frac{a \times b}{c}}_{❸}.$$

❶ on calcule le quotient de b par c, et on multiplie le résultat par a.
❷ on calcule le quotient de a par c, et on multiplie le résultat par b.
❸ on calcule le produit de a par b, puis on divise le résultat par c.

De plus, le mot français « **de** » se traduit mathématiquement par un « $\times$ » : on pourra ainsi calculer la fraction d'une quantité (❶).

Remarques

- Les trois calculs donneront le même résultat, mais un calcul sera plus pertinent qu'un autre en fonction de la situation rencontrée : par exemple, pour calculer $21 \times \frac{4}{7}$, on peut remarquer que 21 est un multiple de 7, donc on va choisir la méthode ❷ : $(21 \div 7) \times 4 = 3 \times 4 = 12$.
- La fin de cette propriété (calculer la fraction d'une quantité, donc $\frac{a}{b} \times c$) sera énormément utilisée dans la résolution de problèmes.

Exemples :

★ Les $\dfrac{2}{3}$ de 60 € représentent donc $\dfrac{2}{3} \times 60 = \dfrac{2 \times 60}{3} = \dfrac{120}{3} = 40$ €.

★ Un professeur a fait un contrôle qui a duré les $\dfrac{3}{8}$ de l'heure. Sachant qu'une heure représente 60 minutes, le contrôle a donc duré $\dfrac{3}{8} \times 60$ min $= \dfrac{3 \times 60}{8} = \dfrac{180}{8} = 22{,}5$ min, soit 22 min et 30 s.

À LA CALCULATRICE ($\frac{3}{8}$ DE 20€)

Pour calculer la fraction d'une quantité, on tape : 3 ⊟ 8 ▷ ⊗ 2 0 EXE. La calculatrice affiche alors $\dfrac{15}{2}$.

En appuyant sur ⇧ EXE, on obtient alors **7,5** : les $\dfrac{3}{8}$ de **20 €** représentent donc **7,50 €**.