SÉQUENCE

VIII

Calcul littéral (partie 1)

1 Expressions littérales

DÉFINITIONS

Une expression littérale est une expression mathématique (un calcul) dans lequel apparaît au moins une lettre représentant un nombre inconnu. Écrire un résultat « en fonction de x » consiste à écrire une expression littérale contenant la lettre x.

Exemples : Dès qu'une lettre se glisse dans un calcul, c'est une expression littérale :

- ☆ $A = 7 \times a + 9$
- ☆ $B = 5 \times b^2 - 3$
- ☆ $C = 7 \times x + 9 \times y - 10 \times x \times y$
- ☆ $D = 2 \times \pi \times R$ (formule du périmètre d'un disque)

DÉFINITIONS

On appelle carré d'un nombre le produit de ce nombre par lui-même : $x^2 = x \times x$.

On appelle cube d'un nombre le produit de ce nombre par lui-même trois fois : $x^3 = x \times x \times x$.

⚠ $\Longrightarrow$ $x^2 \neq x \times 2$ et $x^3 \neq x \times 3$!

Exemples : $5^2 = 5 \times 5 = 25$; $11^2 = 11 \times 11 = 121$; $3{,}5^2 = 3{,}5 \times 3{,}5 = 12{,}25$.
$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$; $11^3 = 11 \times 11 \times 11 = 1\,331$; $3{,}5^3 = 3{,}5 \times 3{,}5 \times 3{,}5 = 42{,}875$.

RÈGLE

Pour simplifier l'écriture d'une expression littérale, on peut supprimer le signe « × » devant une lettre ou une parenthèse (cas particuliers à connaître : $1 \times x = x \times 1 = x$ et $0 \times x = x \times 0 = 0$).

Exemples :

- ★ $A = 8 \times a = 8a$
- ★ $B = 7 \times b + 3 = 7b + 3$ ⟵ on ne peut pas simplifier davantage (ODP)
- ★ $C = c \times 10 - 6 = 10c - 6$ ⟵ on ne peut pas simplifier davantage (ODP)
- ★ $D = 2x + 3y^2 = 2 \times x + 3 \times y \times y$ ⟵ il faut aussi savoir où se trouvent les multiplications cachées
- ★ $E = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 9) = 5x + 7(3x + 9)$.

2 Substituer

1 Avec une expression littérale

DÉFINITION

Dans une expression littérale, faire une substitution consiste à remplacer chaque lettre par sa valeur pour pouvoir calculer cette expression.

MÉTHODE (calculer $A = x + 5$ pour $x = 10$)

On remplace le x par la valeur 10 :

$$\begin{aligned} A &= x + 5 \\ A &= 10 + 5. \\ A &= 15. \end{aligned}$$

■ **EXERCICE :**

a) Calcule $B = x + (-8)$ pour $x = 5$.
b) Calcule $C = x - 5$ pour $x = -10$.
c) Calcule $D = c + 11$ pour $c = -1$.
d) Calcule $E = 3 - d$ pour $d = 6$.

Solution : $B = 5 + (-8) = -3$; $C = -10 - 5 = -15$ (et non -5) ; $D = -1 + 11 = 10$ (et non -11) et $E = 3 - 6 = -3$.

RAPPEL DE LA RÈGLE PRÉCÉDENTE

En mathématiques, il est interdit que deux nombres (connus ou inconnus) se suivent sans aucun lien. Si le lien n'est pas visible, c'est qu'il s'agit forcément d'une multiplication cachée.
➔ **Exemples** : $5x = 5 \times x$; $xy = x \times y$; $12a^2 = 12 \times a \times a$; ...

■ **EXERCICE :**

a) Calcule $G = 6x$ pour $x = 10$.
b) Calcule $H = 4x$ pour $x = -9$.
c) Calcule $I = 7g$ pour $g = 5$.
d) Calcule $J = 30h$ pour $h = -1$.

Solution : $G = 6 \times 10 = 60$ (et non 610 !) ; $H = 4 \times (-9) = -36$; $I = 7 \times 5 = 35$ et $J = 30 \times (-1) = -30$.

MÉTHODE (calculer $K = 5x^2 + 2x + 1$ pour $x = -4$)

$$\begin{aligned} K &= 5 \times x^2 + 2 \times x + 1 \longleftarrow \text{on rajoute les opérations (forcément } \times\text{) cachées} \\ K &= 5 \times (-4)^2 + 2 \times (-4) + 1 \longleftarrow \text{on remplace tous les } x \text{ par sa valeur} \\ K &= 73 \longleftarrow \text{on calcule avec la calculatrice} \end{aligned}$$

***Remarque importante** : quand on remplace x par un nombre négatif, il faut bien penser à mettre des parenthèses autour de ce nombre !*

■ **EXERCICE :**

a) Calcule $L = 9x + 15$ pour $x = 2$.
b) Calcule $M = 5x - 3$ pour $x = -4$.
c) Calcule $N = 4f + 7$ pour $f = -5$.
d) Calcule $O = 3g - 4$ pour $g = -3$.

Solution : $L = 9 \times 2 + 15 = 18 + 15 = 33$; $M = 5 \times (-4) - 3 = -20 - 3 = -23$; $N = 4 \times (-5) + 7 = -20 + 7 = -13$ (et non -27 !) et $O = 3 \times (-3) - 4 = -9 - 4 = -13$ (et non -5).

■ **EXERCICE :**

a) Calcule $P = 6x^2 + 7$ pour $x = -2$.
b) Calcule $Q = x^2 - 15$ pour $x = -4$.
c) Calcule $R = 2c^2 - 7$ pour $c = 6$.
d) Calcule $S = d^2 - 20$ pour $d = -8$.

Solution :

a) $P = 6 \times (-2)^2 + 7 = 6 \times 4 + 7 = 24 + 7 = 31$
b) $Q = (-4)^2 - 15 = 16 - 15 = 1$
c) $R = 2 \times 6^2 - 7 = 2 \times 36 - 7 = 72 - 7 = 65$
d) $S = (-8)^2 - 20 = 64 - 20 = 44$.

■ **EXERCICE :**

a) Calcule $T = 4x^2 + 3x + 1$ pour $x = 2$.
b) Calcule $U = 9x^2 - 2x + 7$ pour $x = -1$.
c) Calcule $V = 3g^2 + 5g - 11$ pour $g = -3$.
d) Calcule $W = h^2 - h + 3$ pour $h = 5$.

Solution :

a) $T = 4 \times 2^2 + 3 \times 2 + 1 = 4 \times 4 + 6 + 1 = 16 + 6 + 1 = 23$.
b) $U = 9 \times (-1)^2 - 2 \times (-1) + 7 = 9 \times 1 + 2 + 7 = 9 + 2 + 7 = 18$.
c) $V = 3 \times (-3)^2 + 5 \times (-3) - 11 = 3 \times 9 - 15 - 11 = 27 - 15 - 11 = 1$.
d) $W = 5^2 - 5 + 3 = 25 - 5 + 3 = 23$ (et non $5^2 \cancel{- 5 + 3 = 25 - 8} = 13$: grosse erreur de priorité !)

2 Avec un programme de calculs

MÉTHODE (traduire un programme de calculs en expression littérale)

- ⋆ **Choisis un nombre.**
- ⋆ **Multiplie-le par 7.**
- ⋆ **Ajoute 8.**
- ⋆ **Écris le résultat.**

Réponse : **a) On choisit x $\longrightarrow$ on choisit une lettre, en général x**

b) $7 \times x = 7x$
c) $7x + 8$ ($\neq 15x$)
$\longrightarrow$ **on doit tenir compte des techniques de calcul littéral**

d) Le résultat est $7x + 8$. $\longrightarrow$ on écrit le résultat

■ **EXERCICE :** En t'aidant de l'exemple de la méthode précédente, traduis à l'aide d'une expression littérale les deux programmes de calculs suivants :

Programme n° 1

- ◊ Choisis un nombre.
- ◊ Multiplie-le par 5.
- ◊ Soustraie 4 à ce produit.
- ◊ Écris le résultat.

Programme n° 2

- ☐ Choisis un nombre.
- ☐ Élève-le au carré.
- ☐ Multiplie par 4.
- ☐ Soustraie 10.
- ☐ Écris le résultat.

Solution : Programme n° 1 : $5x - 4$; Programme n° 2 : $4x^2 - 10$.