



Parallélogrammes

1

Aspect graphique



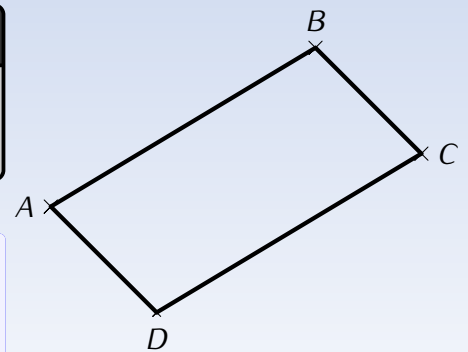
DÉFINITION

Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux.



Remarque

$ABCD$ est un parallélogramme, mais $ABDC$ n'en est pas un. Attention à l'ordre des lettres!



2

Reconnaître un parallélogramme

Toutes les caractérisations suivantes du parallélogramme sont aussi valables dans l'autre sens (voir exercices 3 et 4 p. 114 du cahier IParcours).



CARACTÉRISATION 1

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.



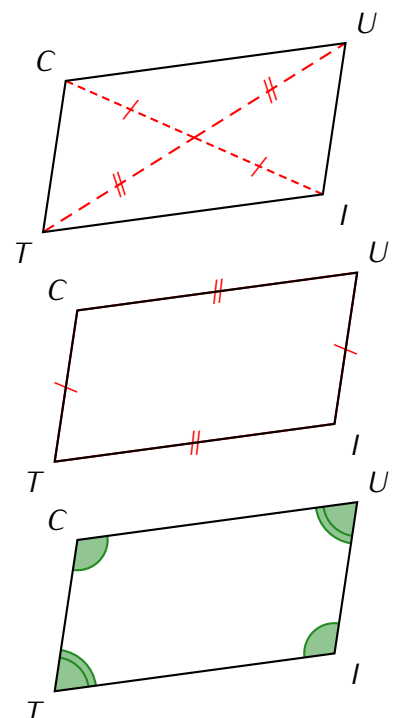
CARACTÉRISATION 2

Si un quadrilatère a ses côtés opposés de la même longueur, alors c'est un parallélogramme.



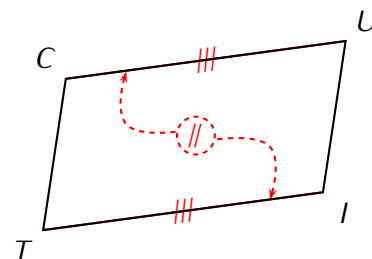
CARACTÉRISATION 3

Si un quadrilatère a ses angles opposés de la même mesure, alors c'est un parallélogramme.



CARACTÉRISATION 4

Si un quadrilatère a deux côtés opposés parallèles et *en même temps* de la même longueur, alors c'est un parallélogramme.

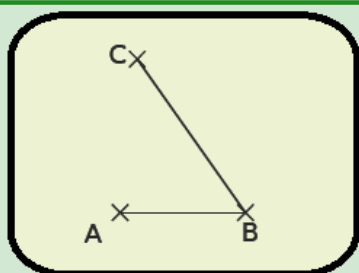


Remarque (rappel de 6^e)

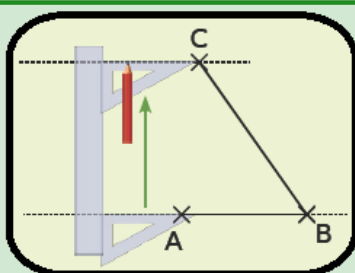
Les rectangles, les losanges et les carrés sont des parallélogrammes particuliers. Par exemple, un rectangle est un parallélogramme qu'on a "redressé" : on a transformé l'un de ses angles en angle droit !

3 Construire un parallélogramme (▶)

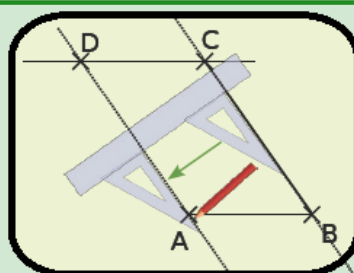
MÉTHODE (avec une règle et une équerre)



On trace les côtés $[AB]$ et $[BC]$ du parallélogramme. Par définition, on devra avoir $(AB) \parallel (CD)$ et $(BC) \parallel (AD)$.

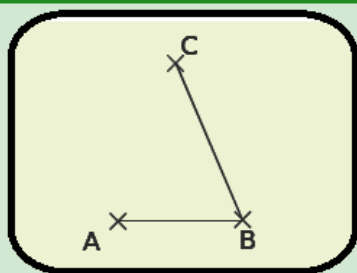


On trace donc la parallèle à (AB) passant par C .

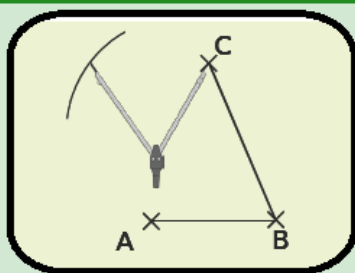


On trace aussi la parallèle à (BC) passant par A . Les deux droites tracées se coupent alors en D .

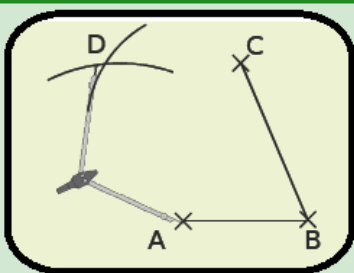
MÉTHODE (avec une règle et un compas)



On trace les côtés $[AB]$ et $[BC]$ du parallélogramme. La caractérisation 2 impose alors $AB = CD$ et $BC = AD$.



On reporte donc au compas la longueur AB à partir de C .



On reporte ensuite au compas la longueur BC à partir de A . Les deux arcs de cercle se coupent alors en D .

4 La démonstration en mathématiques

Il faudra savoir les reconnaître, mais aussi savoir justifier pourquoi ce sont bien des parallélogrammes. On note **les hypothèses** (ce qui est dit dans l'énoncé, codé sur la figure ou prouvé précédemment), puis on rédige la démonstration (on part des hypothèses; on justifie rapidement les déductions simples).

Pour les déductions importantes, on utilise le plan :

- **Je sais que** : ... ← noter les hypothèses nécessaires à la propriété
- **J'utilise la propriété** : ... ← citer la propriété
- **Je conclus que** : ... ← conclure

➔ **Exemple** : Une personne majeure a 18 ans ou plus. Pour passer le permis moto, un candidat doit être majeur. On pourrait reformuler ces deux phrases sous la forme de "propriétés" :

- ◇ P_1 : Si une personne a 18 ans ou plus, alors elle est majeure.
- ◇ P_2 : Si une personne est majeure, alors elle peut passer le permis moto.

Voici deux spécimens de carte d'identité. Cécile et Alex peuvent-ils passer leur épreuve du permis moto le 31 décembre 2024 ? Justifier la réponse.

(la personne sur la photo n'est autre que l'auteur de ce cours...)

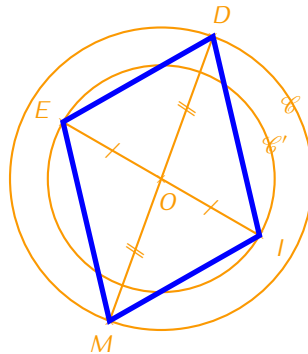


Solution : Cécile est née en 2010, elle aura donc $2\ 024 - 2\ 010 = 14$ ans en 2024. D'après la propriété P_1 , elle sera donc mineure. La propriété P_2 ne peut donc pas s'appliquer : elle ne pourra pas encore passer l'épreuve du permis moto. Alex est né en 2000, il aura donc $2\ 024 - 2\ 000 = 24$ ans en 2024 : il est donc majeur et peut passer l'épreuve du permis moto !

➔ **Exemple** : \mathcal{C} et \mathcal{C}' sont deux cercles de centre O . $[DM]$ est un diamètre du cercle \mathcal{C} et $[EI]$ est un diamètre du cercle \mathcal{C}' (les deux diamètres ne doivent pas être superposés).

- a) Fais une figure.
- b) Démontre que $DEMI$ est un parallélogramme.

Solution : Voici une figure possible :



Je sais que $[DM]$ est un diamètre du cercle \mathcal{C} (donc que $DO = OM$) et une diagonale de $DEMI$. Je sais aussi que $[EI]$ est un diamètre du cercle \mathcal{C}' (donc que $EO = OI$) et l'autre diagonale de $DEMI$.

J'utilise la propriété suivante : « Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme. »

Je conclus que le quadrilatère $DEMI$ est bien un parallélogramme.

5

Parallélogrammes particuliers (rappel de 6^e)

