



Statistiques

1

Vocabulaire

DÉFINITIONS

Une **série statistique** est un ensemble de données récoltées auprès des individus qui forment la **population**. Pour créer une série statistique, il suffit donc de choisir une question, de la poser à plusieurs personnes et de recueillir les résultats.

Voici cinq exemples de séries statistiques, utilisés tout au long de cette séquence :

A	B	C	D	E
On a demandé à 20 élèves de cinquième (c'est la population) de donner leur couleur préférée :	On a demandé aux élèves d'une classe combien ils avaient de téléphones chez eux. Voici les réponses :	Alain Provist jette un dé classique et note le numéro à chaque lancer. Il lance ce dé 30 fois :	Voici les notes (sur 10) obtenues au dernier contrôle de la classe d'Olive Rogne :	Un élève a demandé à 25 personnes à l'arrêt de bus quel était leur sport favori :
B - V - J - B - R - B - O - J - V - V - B - O - B - V - O - B - R - J - V - B	1-0-1-2-2-4-1-5-1-3-0-2-3-1-0-3-3-4-2-1-1-0-2-2-3	3-1-6-2-2-1-4-5-1-4-6-3-2-3-3-5-5-6-1-2-6-1-2-1-4-3-3-4-3-6	6-7-2-4-7-4-10-7-4-4-10-2-5-5-4-6-6-7-6-7	football → 8 ; basket → 4 ; rugby → 2 ; gymnastique → 6 et danse → 5

DÉFINITIONS

- ★ L'**effectif** d'une valeur est le nombre de fois que cette valeur apparaît dans la série.
- ★ L'**effectif total** est le nombre total de données.
- ★ La **fréquence** d'une valeur est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total. On peut la laisser sous forme de fraction, mais aussi donner sa valeur décimale (si elle existe) ou le pourcentage.
- ★ Un **tableau d'effectifs** permet de regrouper toutes ces valeurs.

↻ Exemple : Prenons l'exemple A :

- ◇ Il y a **cinq** valeurs dans cette série statistique : **bleu**, **vert**, **jaune**, **rouge** et **orange**.
- ◇ L'effectif de la valeur **bleu** est **7** (car le bleu apparaît 7 fois; autrement dit, 7 personnes différentes ont choisi le bleu comme couleur préférée). Les effectifs des valeurs **vert**, **jaune**, **rouge** et **orange** sont respectivement de **5**, **3**, **2** et **3**.
- ◇ L'effectif total est **20** car 20 personnes ont été interrogées (et ça tombe bien, car $7 + 5 + 3 + 2 + 3 = 20!$).
- ◇ La fréquence de la valeur **bleu** vaut $\frac{7}{20} = 0,35 = 35\%$. Les fréquences des valeurs **vert**, **jaune**, **rouge** et

orange sont respectivement égales à **25 %**, **15 %**, **10 %** et **15 %**.

- ◇ Tous ces calculs peuvent être faits de tête ou à la calculatrice sans souci, l'essentiel est d'arriver au tableau d'effectifs :

Couleur	Bleu	Vert	Jaune	Rouge	Orange	Total
Effectifs	7	5	3	2	3	20
Fréquence (écriture fractionnaire)	$\frac{7}{20}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{20}{20}$
Fréquence (écriture décimale)	0,35	0,25	0,15	0,1	0,15	1
Fréquence (pourcentage)	35 %	25 %	15 %	10 %	25 %	100 %

Remarques

- ◇ Il faut toujours vérifier que la somme des effectifs donne bien l'effectif total.
- ◇ On peut noter une fréquence par une écriture fractionnaire, par une écriture décimale ou par un pourcentage. L'écriture décimale s'obtient en effectuant le calcul du quotient, le pourcentage s'obtient en multipliant l'écriture décimale par 100. Attention toutefois : dans certains cas, il sera nécessaire d'arrondir.

La fréquence de « Bleu » est égale à : $\frac{7}{20}$ (écriture fractionnaire) = 0,35 (écriture décimale) = 35% (pourcentage).

- **EXERCICE** : Pour chaque série statistique B, C et E, complète son tableau d'effectifs (en faisant les calculs nécessaires dans ton cahier d'exercices) :

B →

Nombre de télé	0	1	2	3	4	5	Total
Effectifs	4	7	6	5	2	1	25
Fréquence (écriture fractionnaire)	$\frac{4}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{5}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{25}{25}$
Fréquence (écriture décimale)	0,16	0,28	0,24	0,2	0,08	0,04	1
Fréquence (pourcentage)	16	28	24	20	8	4	100

C →

Numéro sur le dé	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	6	5	7	4	3	5	30
Fréquence (écriture fractionnaire)	$\frac{6}{30}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{3}{30}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{30}{30}$
Fréquence (écriture décimale)	0,2	0,17	0,23	0,13	0,1	0,17	1
Fréquence (pourcentage)	20	17	23	13	10	17	100

E →

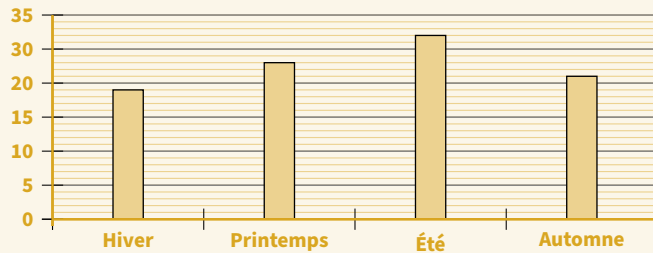
Sports favoris	Football	Basket	Rugby	Gymnastique	Danse	Total
Effectifs	8	4	2	6	5	25
Fréquence (écriture fractionnaire)	$\frac{8}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{5}{25}$	$\frac{25}{25}$
Fréquence (écriture décimale)	0,32	0,16	0,08	0,24	0,2	1
Fréquence (pourcentage)	32	16	8	24	20	100

RÈGLE

Pour construire un *diagramme en bâtons* ou un *histogramme*, il faut que chaque rectangle ait une hauteur égale à son effectif ou sa fréquence.

ATTENTION !!!

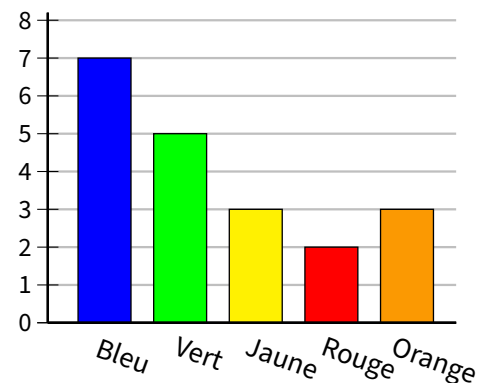
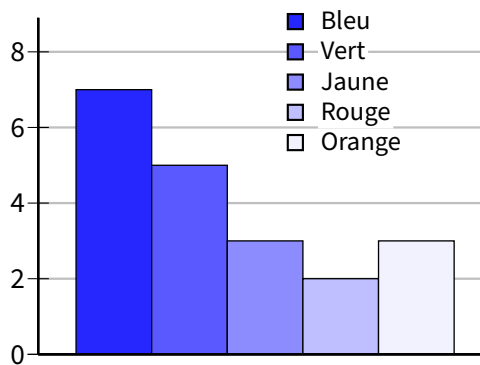
ATTENTION à l'axe des ordonnées : les valeurs doivent être *régulièrement* réparties, comme dans un repère. Voici par exemple un diagramme en bâtons :



Ce diagramme en bâtons est FAUX !
Mais pourquoi ?

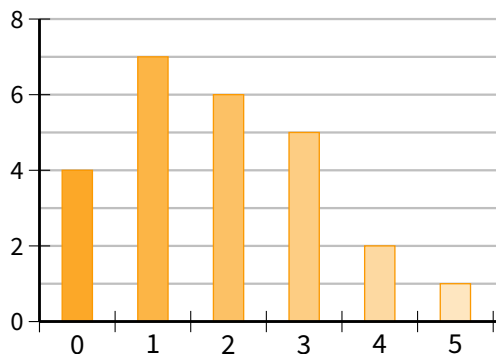
Solution : Parce qu'on compte de 5 en 5 sur l'axe des ordonnées, sauf de 20 à 30 : c'est incohérent !!

➔ Exemple : Voici l'histogramme et le diagramme en bâtons correspondant à l'exemple A :

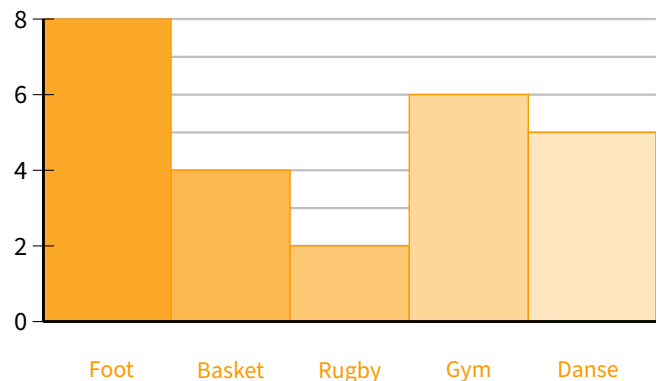


■ EXERCICE : Construis le diagramme en bâtons de l'exemple B sur le graphique de gauche, puis l'histogramme de l'exemple E sur le graphique de droite :

Nombre de téléés



Sport préféré



RÈGLE

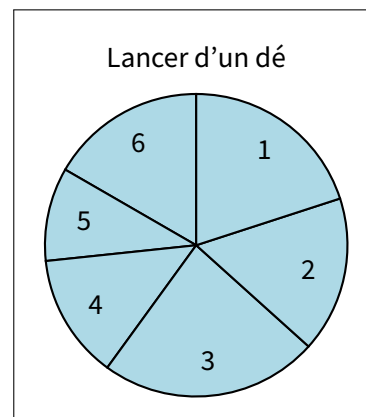
Pour construire un *diagramme circulaire*, il faut ajouter une ligne « Angles (en °) » au tableau (et éventuellement une colonne « Total » si elle n'y est pas déjà), afin de calculer les angles de chaque valeur en utilisant la proportionnalité, sachant que « fréquence (en %) $\times 3,6 =$ angle ».

➔ Exemple :

On reprend le tableau de l'exemple C fait à l'exercice 2 :

Numéro sur le dé	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	6	5	7	4	3	5	30
Fréquence (en %)	20	16,7	23,3	13,3	10	16,7	100
Angle (en °)	72	60	84	48	36	60	360

×3,6



Voici ci-contre le diagramme circulaire correspondant :

Remarque

Lorsqu'on n'a pas les fréquences, le coefficient multiplicateur permettant de passer directement des effectifs aux angles est égal à « $360 \div \text{effectif total}$ », qui peut même rester une fraction : c'est par ce nombre qu'on multiplie toutes les valeurs pour obtenir les angles correspondants.

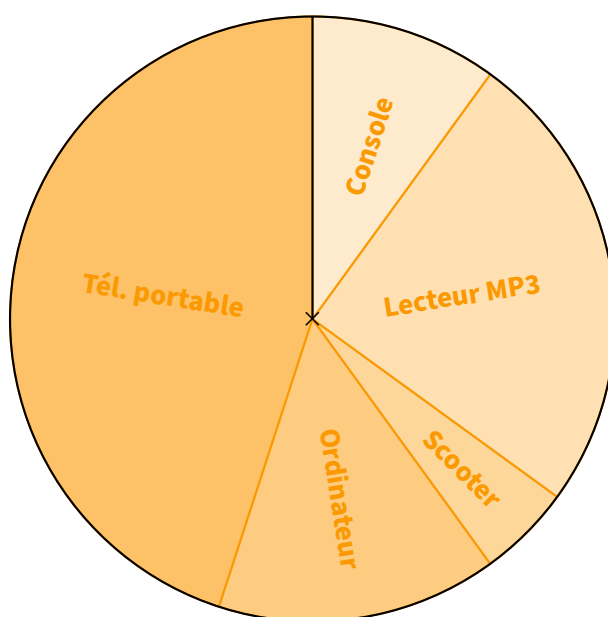
Dans notre exemple, $\frac{360}{\text{effectif total}} = \frac{360}{30} = \frac{36}{3} = \frac{12}{1} = 12$.

■ **EXERCICE** : On a demandé à 20 enfants ce qui leur ferait plaisir à Noël parmi les cinq choix possibles :

	Console	Lecteur MP3	Scooter	Ordinateur	Téléphone portable
Effectifs	2	5	1	3	9
Fréquence (en %)	10	25	5	15	45
Angles (en °)	36	90	18	54	162

- Complète le tableau ci-dessus, en commençant par la ligne des fréquences. Attention : pour bien terminer cette question, il faudra sûrement rajouter une colonne...
- Construis le diagramme circulaire correspondant à cette situation, à l'aide de ton rapporteur :

Idées de cadeaux de Noël



Pour les séries statistiques qui représentent des nombres, on peut définir quelques notions supplémentaires dont la moyenne. Les autres seront vues les années suivantes.



DÉFINITION

Quand les valeurs d'une série statistique représentent des nombres partagés entre les individus, on appelle **moyenne**, généralement notée \bar{m} , la valeur qu'aurait chaque individu si le partage était équitable. Pour la calculer, on utilise la formule :

$$\bar{m} = \frac{\text{somme de toutes les valeurs}}{\text{nombre de valeurs}}$$

➔ **Exemple** : Il y a eu trois contrôles depuis le début de l'année, et Jared a eu respectivement 11/20, 15/20 et 14,5/20. La moyenne vaut évidemment $\bar{m} = \frac{11 + 15 + 14,5}{3} = \frac{40,5}{3} = 13,5$.

Lorsque chaque valeur est *pondérée* (elle a un "poids" plus ou moins important, comme un coefficient lors d'un contrôle), le calcul peut être légèrement raccourci plutôt que d'additionner vraiment toutes les valeurs :



MÉTHODE (calculer une moyenne pondérée)

On veut calculer la moyenne de la série :

Valeur	14	17	20	23	25
Effectif	2	5	11	10	6

Exemple : On a relevé les âges des jeunes inscrits dans un club de pétanque.

On calcule l'effectif total : $2 + 5 + 11 + 10 + 6 = 34$ ← On calcule d'abord l'effectif total

La moyenne de cette série est :

$$\bar{m} = \frac{14 \times 2 + 17 \times 5 + 20 \times 11 + 23 \times 10 + 25 \times 6}{34} = \frac{713}{34} \approx 20,97.$$

↖ On calcule l'addition des : "valeur × effectif associé"
↘ Effectif total ↘ On calcule une valeur décimale approchée



Remarque

Dans cet exemple, on dira que l'âge moyen des inscrits de ce club est d'environ 21 ans.

■ **EXERCICE** : Calcule les moyennes de chacun des exemples B, C et D :

Solution :

B: calcul direct : $\frac{1 + 1 + 2 + 2 + 4 + 1 + 5 + 1 + 3 + 2 + 3 + 1 + 3 + 3 + 4 + 2 + 1 + 1 + 2 + 2 + 3}{25} = \frac{47}{25} = 1,88.$

calcul pondéré : $\frac{1 \times 7 + 2 \times 6 + 3 \times 5 + 4 \times 2 + 5 \times 1}{25} = \frac{47}{25} = 1,88.$

Interprétation : il y a donc en moyenne 1,88 télé dans les foyers des élèves de cette classe.

C: calcul direct : $(3 + 1 + 6 + 2 + 2 + 1 + 4 + 5 + 1 + 4 + 6 + 3 + 2 + 3 + 3 + 5 + 5 + 6 + 1 + 2 + 6 + 1 + 2 + 1 + 4 + 3 + 3 + 4 + 3 + 6) \div 30 = \frac{90}{30} = 3.$

calcul pondéré : $\frac{1 \times 6 + 2 \times 5 + 3 \times 7 + 4 \times 4 + 5 \times 3 + 6 \times 5}{30} = \frac{90}{30} = 3.$

Interprétation : sur les 60 lancers, c'est en moyenne le 3 qui est sorti.

D: calcul direct : $\frac{6 + 7 + 2 + 4 + 7 + 4 + 10 + 7 + 4 + 4 + 10 + 2 + 5 + 5 + 4 + 6 + 6 + 7 + 6 + 7}{20} = \frac{109}{20} = 5,45.$

calcul pondéré : $\frac{2 \times 2 + 4 \times 5 + 5 \times 2 + 6 \times 4 + 7 \times 5 + 10 \times 2}{20} = \frac{109}{20} = 5,45.$

Interprétation : la moyenne de classe est de 5,45/10 (c'est comme si chaque élève avait eu cette note).