

## Proportionnalité

**1**

### Tableau de proportionnalité


**DÉFINITIONS (RAPPELS DE 6<sup>E</sup>)**

Dans un tableau de , tous les quotients des nombres de la 2<sup>e</sup> ligne par ceux de la 1<sup>re</sup> donnent un même nombre.

Ce nombre est appelé .

**➡ Exemples :**

Nombre de SMS	1	2	5	8	10
Prix payé en €	0,15	0,30	0,75	1,20	1,50


Nombre de BD	3	5	11
Prix payé	7,50	9	18


**2**

### Le « produit en croix »


**« PRODUIT EN CROIX »**

Dans un tableau de proportionnalité de quatre cases, s'il manque une valeur, on la calcule de la manière suivante :

Grandeur A	15	?
Grandeur B	5	25

- ① On surligne de deux couleurs différentes les nombres par diagonale.
- ② On multiplie les deux nombres de la diagonale « complète » (celle où les deux extrémités sont connues), et on divise par le nombre restant :

$$\frac{\text{...} \times \text{...}}{\text{...}} = \text{...}$$

☞ **Exemple** : Lorsqu'on achète des cerises, leur prix (en €) est proportionnel à leur masse (en kg). Sachant que 4 kg coûtent 11,20 €, calculer le prix de 5 kg.

On utilise le **produit en croix** :

Masse (en kg)	4	5
Prix (en €)	11,20	$x$

On a :  $x = \frac{5 \times 11,20}{4} = 14$  (on multiplie les nombres des cases en diagonale et on divise par celui qui reste).

## 📌 Remarque

Toutes les autres techniques vues en primaire (coefficient de proportionnalité [ $11,20 \div 4 = 2,8$ , donc  $x = 5 \times 2,8 = 14$ ], multiplication des lignes [ $5 \div 4 = 1,25$ , donc  $x = 11,20 \times 1,25 = 14$ ]; passage par l'unité [ $11,20 \div 4 = 2,8$ , donc 1 kg coûte 2,80 €, donc 5 kg coûtent  $5 \times 2,80 = 14$ ]) fonctionnent encore, quand c'est possible ! L'avantage du produit en croix est qu'il fonctionne tout le temps !

## 3 Pourcentages

Un pourCENTage traduit une situation de proportionnalité sur un total de 100, et tout énoncé utilisant des pourcentages peut donc se traduire sous la forme d'un tableau de proportionnalité.

### 🚀 RÈGLE (APPLIQUER UN POURCENTAGE)

L'expression française «  $p\%$  de  $x$  » se traduit mathématiquement par un tableau de proportionnalité. Par exemple, pour calculer 18% de 250 €, on procède de la manière suivante :

Quantité		
Total		

On peut aussi calculer l'expression française «  $p\%$  de  $x$  » en calculant mathématiquement  $\frac{p}{100} \times x$ .

☞ **Exemple** : Dans un collège de 360 élèves, 65 % font de l'anglais, 32,5 % de l'allemand et 2,5 % de l'espagnol en tant que LV2. Pour l'anglais, il s'agit de calculer « 65 % de 360 ». On fait donc un tableau de proportionnalité :

Élèves faisant allemand LV2	65	?
Nombre total d'élèves	100	360





$$\frac{65 \times 360}{100} = 234.$$

On en déduit que 234 élèves font de l'anglais en LV2.

■ **EXERCICE** : Calcule le nombre d'élèves faisant de l'allemand et de l'espagnol dans ce collège :


## RÈGLE (CALCULER UN POURCENTAGE)

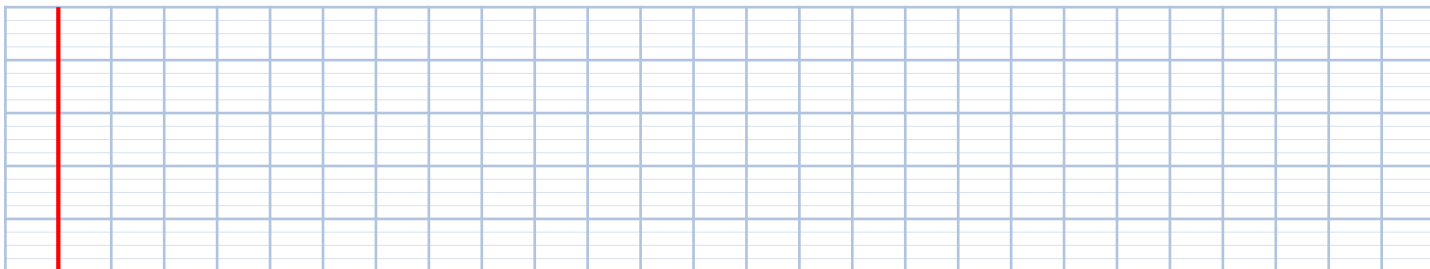
Pour déterminer un pourcentage à partir d'une proportion, on procède de la manière suivante : par exemple, dans une entreprise de 585 salariés, 234 sont des femmes ; quel est le pourcentage de femmes dans cette entreprise ?

Nombre de femmes		
Nombre total de salariés		

$$\frac{\text{Nombre de femmes}}{\text{Nombre total de salariés}} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

Il y a donc .....% de femmes dans cette entreprise.

➔ Exemple : Dans une classe de 25 élèves, 24 ont un téléphone portable. Calcule le pourcentage d'élèves ayant un téléphone portable.



4

## Échelle

### ♥ DÉFINITION

On appelle ..... d'un plan le coefficient de proportionnalité entre les longueurs sur le dessin et dans la réalité (elles doivent être exprimées dans la même unité, quelle qu'elle soit).

Elle est représentée par une fraction de numérateur 1, notée  $1/x$  ou  $1:x$ .

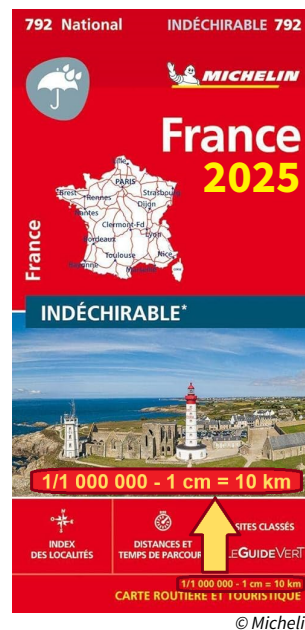
➔ Exemple : Sur la carte ci-contre, on peut lire que l'échelle est « 1/1 000 000 - 1 cm = 10 km ». L'échelle 1/1 000 000 signifie littéralement que « 1 cm sur le dessin représente 1 000 000 cm en réalité », donc 10 000 m ou encore 10 km. On peut donc commencer un tableau de proportionnalité :

Distance sur le dessin (cm)	1	.....	59,2
Distance en réalité (km)	10	399	.....

#### ■ EXERCICE :

1. La distance à vol d'oiseau entre Paris et Strasbourg est de 399 km. Quelle distance les sépare sur ce plan ?

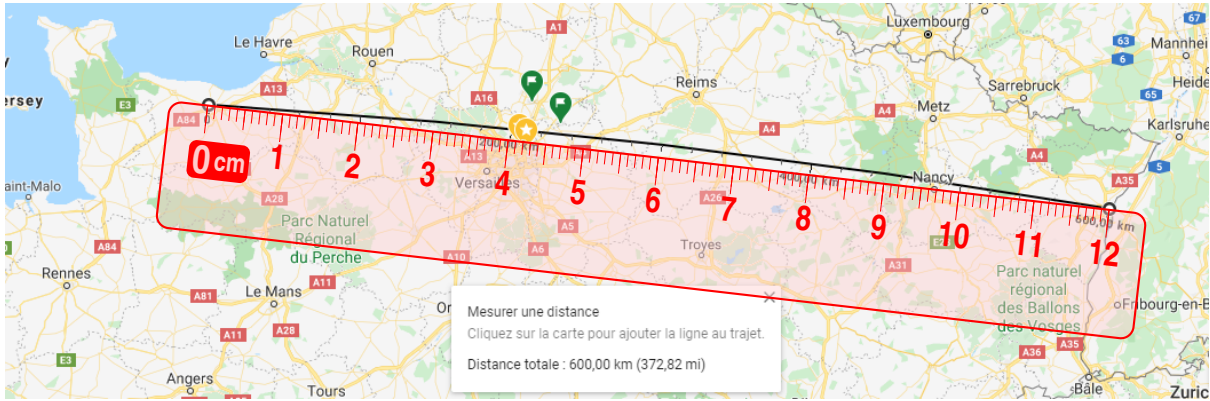
2. On mesure sur la carte 59,2 cm entre Brest et Bayonne. Quelle distance réelle sépare ces deux villes ?



3. La distance calculée à la question précédente est-elle la même que celle utilisée lors d'un trajet en voiture pour aller de Brest à Bayonne?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

■ **EXERCICE** : Sur ce plan issu de Google Maps, on a mesuré exactement 600 km entre le mémorial de Caen et la fac de droit de Strasbourg (en forme de balance). Quelle est l'échelle de ce plan?



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## 5 Ratio

### ♥ DÉFINITIONS

★ Dire que deux nombres  $a$  et  $b$  sont dans le ..... signifie que  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$ .

★ Dire que trois nombres  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont dans le ..... signifie que  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$ .

### ↪ Exemples :

- Lorsqu'on achète une télévision d'un ratio de 16:10 (format courant aujourd'hui) dont l'image fait 60 cm de long, on peut calculer grâce au produit en croix la hauteur  $h$  de l'image :

$$\frac{60}{16} = \frac{h}{10} \Rightarrow h = \frac{10 \times 60}{16} = \frac{600}{16} = \frac{37}{2} = 37,5 \text{ cm.}$$

- Sabrina fait 35 cL de vinaigrette en utilisant le ratio 4:2:1 d'huile, vinaigre et moutarde. Quelle quantité de chaque ingrédient a-t-elle mis?

Cela signifie donc qu'il y aura 4 parts d'huile, 2 parts *équivalentes* de vinaigre et 1 part *équivalente* de moutarde, soit 7 parts en tout. Une part vaut donc  $35 \div 7 = 5$  cL. Elle a donc utilisé  $4 \times 5 = 20$  cL d'huile,  $2 \times 5 = 10$  cL de vinaigre et 5 cL de moutarde.

Vérification :  $\frac{20}{4} = \frac{10}{2} = \frac{5}{1} = 5$ . Le ratio est respecté, et le total vaut bien  $20 + 10 + 5 = 35$  cL.

## Remarques

- ◇ Dans la vérification, on voit bien le lien qu'il y a avec la proportionnalité puisqu'on a calculé 3 quotients différents et trouvé le même nombre : on pourrait donc mettre toutes les valeurs dans un tableau de proportionnalité, de coefficient 5.
- ◇ Visuellement, ce ratio de 4:2:1 pourrait se dessiner comme ceci :



On voit le ratio sur chaque **ligne** : 4 ♥, 2 ☆ et 1 ♦, donc 4:2:1. Le nombre de lignes n'est pas important puisque c'est de toute façon proportionnel. On a choisi ici 5 lignes afin d'avoir 35 symboles en tout, chacun représentant alors 1 cL dans l'exemple précédent. En comptant, on retrouve les 20 ♥ (cL d'huile), 10 ☆ (cL de vinaigre) et 5 ♦ cL de moutarde).

- ◇ À retenir pour une application plus simple du produit en croix. Pour un ratio de deux nombres, l'égalité  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$  peut aussi s'écrire  $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ .

■ **EXERCICE (cas réel)** : La télévision de M. Lenzen affiche une image de 88 cm sur 49,6 cm (40 pouces, soit 100 cm de diagonale, mais ce calcul ne sera vu que l'année prochaine...) À quel ratio d'image correspond à sa télé, sachant que les plus courants sont 4:3, 16:9 et 16:10?

