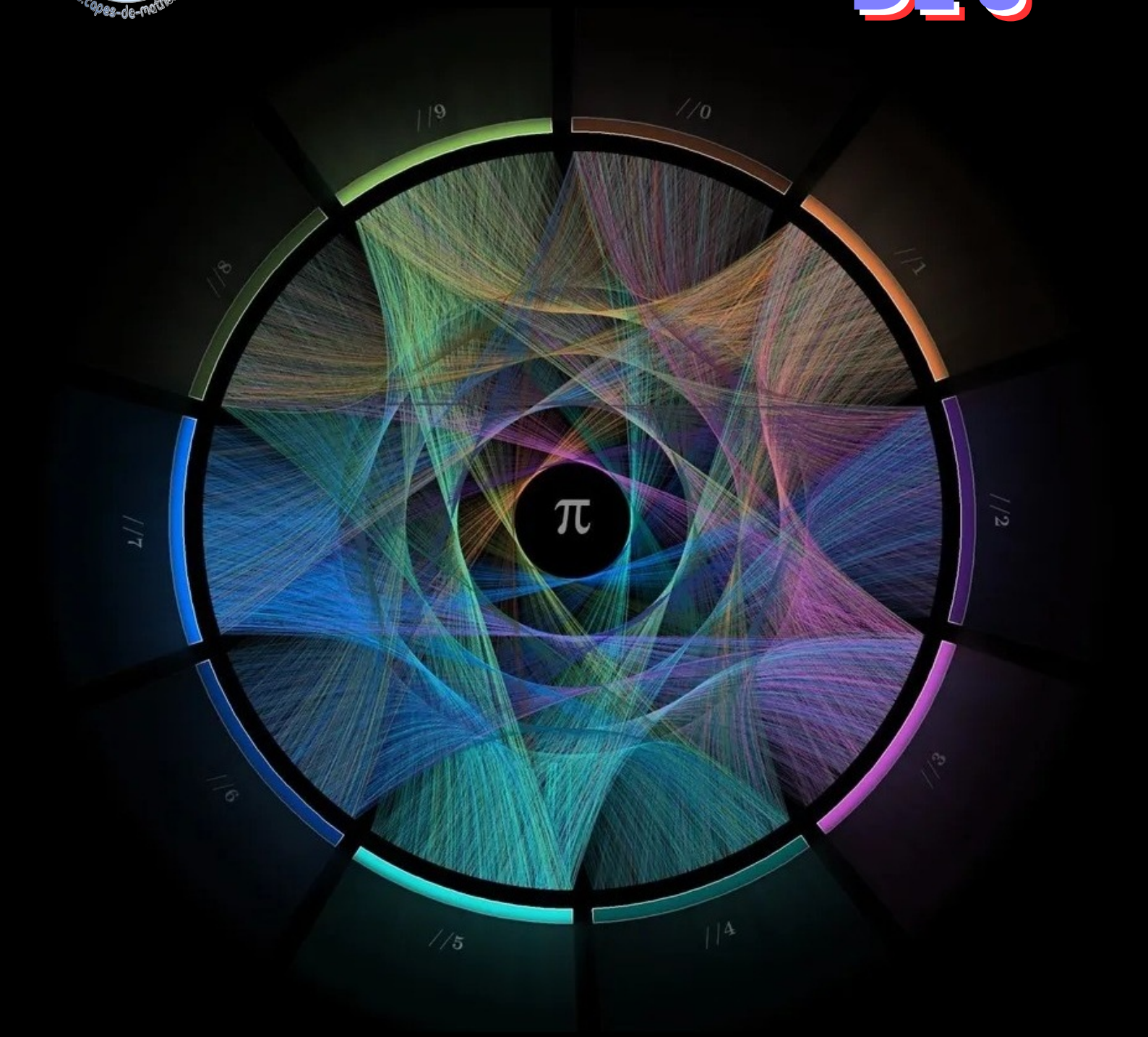
COURS DE 5e



Disponible sur www.capes-de-maths.com, menu Collège puis 5e.

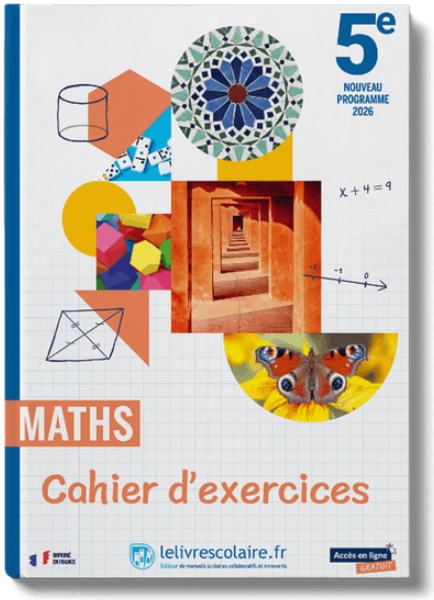
Cours (version prof) de M. LENZEN de l'année scolaire 2026-2027.

Par respect pour l'environnement, merci de n'imprimer ce cours que si c'est vraiment nécessaire !

Rédigé en LuaLaTeX, et sous contrat Creative Commons, image libre de droit (plus de détails en dernière page de ce cours)

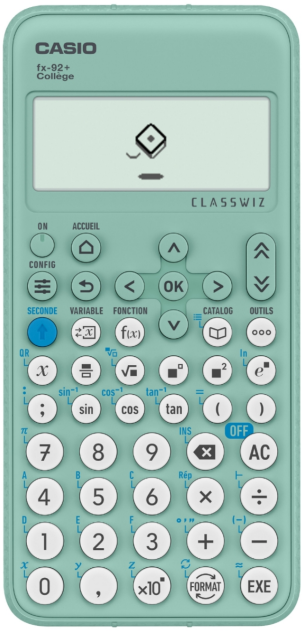
CC BY NC ND

Ce cours assez compact fait référence dans son annexe A à des numéros d'exercices qui se rapportent au cahier d'exercices **5e**, chez Le livre scolaire (édition 2026), que l'on a demandé aux élèves d'acheter via leur liste de fournitures :



COURS DE L'ANNÉE SCOLAIRE 2026-2027

Des manipulations sont faites à la calculatrice dans ce cours. Bien que le fonctionnement des calculatrices soit sensiblement équivalent, c'est la **« CASIO FX-92+ »** (sortie en 2026) qui a été utilisée (qui intègre un tableur et surtout du Scratch...) :



Note : la présence du logo « ▶ » signifie qu'il y a une vidéo associée, disponible soit en se rendant sur mon site (www.capes-de-maths.com), soit en scannant le QR-code dans l'annexe B.

Table des matières

I — Enchaînements d'opérations 6

1 • Priorités opératoires 6
2 • Vocabulaire 7
3 • Trouver les diviseurs d'un nombre en Scratch 8

II — Symétrie centrale 9

1 • Définitions 9
2 • Constructions 9
3 • Propriétés de la symétrie centrale 10
4 • Centre de symétrie 10

III — Calcul littéral 11

1 • Expressions littérales 11
2 • Substituer 12
3 • La distributivité 13

IV — Angles 15

1 • Rappels 15
2 • Angles alternes-internes et angles correspondants 15

V — Nombres relatifs 17

1 • Définitions 17
2 • Repérage sur une droite graduée et comparaison 18
3 • Repérage dans un plan 19

VI — Angles d'un triangle 20

1 • Construction d'un triangle 20
2 • Calcul d'angle dans un triangle 22

VII — Opérations sur les nombres relatifs 23

1 • Addition de deux nombres relatifs 23
2 • Soustraction de deux nombres relatifs 23
3 • Simplification d'écriture 24

VIII — Droites remarquables d'un triangle 26

1 • Droites remarquables 26
2 • Triangles particuliers (rappels de sixième) 28

IX — Parallélogrammes 29
1 Aspect graphique 29
2 Reconnaître un parallélogramme 29
3 Construire un parallélogramme 30
4 Aires d'un triangle et d'un parallélogramme 31
X — Proportionnalité 32
1 Tableau de proportionnalité 32
2 Remplir un tableau de proportionnalité 32
3 Pourcentages 33
4 Représentation graphique 34
XI — Fractions 35
1 Vocabulaire 35
2 Proportion 36
3 Quotients égaux 37
4 Comparer ou ranger des fractions 38
XII — Statistiques 39
1 Vocabulaire 39
2 Construire un graphique 41
XIII — Opérations sur les fractions 43
1 Additions et soustractions de fractions 43
2 Produit d'un nombre par une fraction 44
XIV — Moyenne 45
1 Définition 45
2 Calcul 45
XV — Introduction aux puissances 46
1 La carré et le cube 46
2 Applications 47
3 Cas général 47
XVI — Probabilités 48
1 Vocabulaire 48
2 Notion de probabilité 49
3 Calculs de probabilités 50
XVII — Équations 51
1 Généralités sur les équations 51
2 Tests d'égalité 52
3 Méthode générale de résolution 52

4 • Mise en équation 53

XVIII — Espace 54

1 • Prisme droit 54
2 • Cylindre de révolution 55
3 • Patrons 56
4 • Volumes 57

XIX — Introduction aux fonctions 59

XX — Pensée informatique 60

1 • Les algorithmes 60
2 • Les boucles 60
3 • Les opérateurs 61

A — Liste des exercices donnés 62

B — Liste des vidéos 67

C — Tables de multiplication 68

Remerciements 69

SÉQUENCE

Enchaînements d'opérations

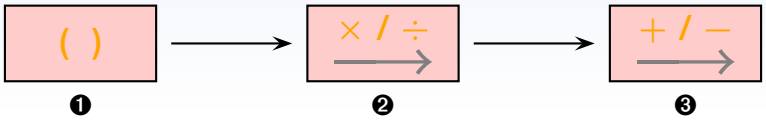
1 Priorités opératoires

1 Calculs sans parenthèse

PROPRIÉTÉS (ORDRE DES PRIORITÉS, OU « ODP »)

- Les calculs entre parenthèses doivent toujours être effectués d'abord (même s'ils sont à la fin du calcul) ;
- Les multiplications (et les divisions…) sont prioritaires sur les additions et les soustractions, on ne calcule donc pas forcément de gauche à droite.
- Par contre, dans un calcul où il n'y a que des $+/-$ (ou que des $\times/\div$), on doit calculer de gauche à droite.
- « En mathématiques, quand on n'utilise pas quelque chose, on le recopie au même endroit. »

On peut aussi (et surtout) retenir l'ordre des priorités grâce à un schéma :



Remarque

Il est **important de toujours souligner/surligner à chaque étape le calcul prioritaire** : seul ce qui est souligné/surligné est calculé à l'étape d'après, le reste n'est pas utilisé et doit donc être recopié au même endroit.

2 Calculs sans parenthèses

Avec seulement des additions et des soustractions, on effectue les calculs de gauche à droite :

Exemples 1 *(que des additions et soustractions)* : Dans ce cas, même s'il y a plusieurs calculs, on ne se trouve que dans la case ❸, donc on calculera de gauche à droite :

- $A = 19 - 3 + 6 = 16 + 6 = 22$.
- $B = 24 - 6 + 7 = 18 + 7 = 25$ (et non ~~$B = 24 - 6 + 7 = 24 - 13 = 11$~~ : l'addition n'est **pas** prioritaire sur la soustraction !)
- $C = 15 + 5 - 7 - 1 = 10 - 7 - 1 = 3 - 1 = 2$.
- $D = 14 - 2 - 6 + 12 = 12 - 6 + 12 = 6 + 12 = 18$.

Avec seulement des multiplications et des divisions, on effectue les calcul de gauche à droite :

Exemples 2 *(que des multiplications et divisions)* : Dans ce cas, même s'il y a plusieurs calculs, on ne se trouve que dans la case ❷, donc on calculera de gauche à droite :

- $E = 9 \times 2 \div 3 = 18 \div 3 = 6$.
- $F = 12 \div 3 \times 4 = 4 \times 4 = 16$ (et non ~~$F = 12 \div 3 \times 4 = 12 \div 12 = 1$~~ : la multiplication n'est **pas** prioritaire sur la division !)
- $G = 20 \div 10 \times 6 \div 2 = 2 \times 6 \div 2 = 12 \div 2 = 6$.
- $H = 15 \div 2{,}5 \times 2 = 6 \times 2 = 12$.

Avec seulement des additions ou seulement des multiplications, on effectue les calculs dans l'ordre que l'on veut (on peut donc échanger les termes) :

Exemples 3 *(que des additions)* :
- $I = 12 + 8 + 3 = 20 + 3 = 23$.
- $J = 12 + 3 + 8 = 15 + 8 = 23$.
- $K = 12 + 3 + 8 = 12 + 11 = 23$.

Exemples 4 *(que des multiplications)* :

$10 \times 3 \times 8 = 30 \times 8 = 240$
ou $10 \times 3 \times 8 = 10 \times 24 = 240$
ou $10 \times 8 \times 3 = 80 \times 3 = 240$.

3 Calculs avec parenthèses

MÉTHODE (Calculer avec des parenthèses)

Calculons $A = 7 + 2 \times (5 + 7) - 5$:

Solution : $A = 7 + 2 \times (5 + 7) - 5 = 7 + 2 \times 12 - 5 = 7 + 24 - 5 = 31 - 5 = 26$.

2 Vocabulaire

DÉFINITIONS

Le résultat d'une…
- **addition s'appelle une somme ; les nombres utilisés s'appellent les termes.**
- **soustraction s'appelle une différence ; les nombres utilisés s'appellent les termes.**
- **multiplication s'appelle un produit ; les nombres utilisés s'appellent les facteurs.**
- **division s'appelle un quotient.**

Exemples :

$63 + 25 = 88$:

termes : 65 (+) 25 = 88
addition — somme

$262 - 40 = 222$:

termes : 262 (−) 40 = 222
soustraction — différence

$3 \times 25 = 75$:

facteurs : 3 (×) 25 = 75
multiplication — produit

Remarque

Pour rappel, puisque $3 \times 25 = 75$, on dit que 3 (ou 25) est un diviseur de 75, et que 75 est un multiple de 3 (ou 25).

Exemple : Écris l'expression numérique correspondant à chacune des phrases suivantes :

a) La somme de 6 et du produit de 2 par 3 : ..... $6 + (2 \times 3) = 6 + 6 = 15$

b) Le produit de la somme de 5 et de 2 par 3 : ..... $(5 + 2) \times 3 = 7 \times 3 = 21$

PROPRIÉTÉS

Un nombre est un multiple... :

- de 3 si la somme de ses chiffres est aussi un multiple de 3.
- de 9 si la somme de ses chiffres est aussi un multiple de 9.

Exemple : On considère le nombre 23 928. Est-il divisible par 2, 3, 5, 9 et 10 ?

Solution :

- le dernier chiffre est 8, donc 23 928 est divisible par 2 mais pas par 5 ni par 10.
- puisque $2 + 3 + 9 + 2 + 8 = 24$, 23 928 est divisible par 3 (car $24 = 3 \times 8$) mais pas par 9.

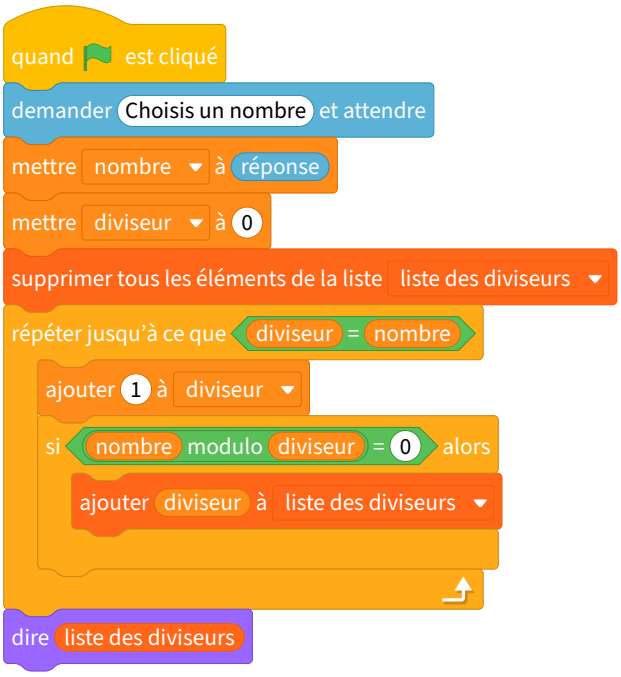
3 Trouver les diviseurs d'un nombre en Scratch

Voici le déroulé :

a) Crée deux **variables** «diviseur» et «nombre» avec le bouton «Créer une variable», puis une **liste** que tu appelleras «liste des diviseurs» avec le bouton «Créer une liste». Ces boutons sont présents dans la catégorie «Variables».

b) Reproduis et exécute le programme ci-contre :

Explication : Lorsque tu exécutes le programme, le chat te demande un nombre. Le programme commence par supprimer la dernière liste de diviseurs. Il va diviser le nombre que tu as choisi par 1, 2, 3, 4, ... et ainsi de suite jusqu'au nombre de départ. Si le reste de la division euclidienne est égal à 0 (c'est ce qu'on appelle en mathématiques le modulo...), cela signifie que le nombre par lequel on a divisé est un diviseur du nombre choisi au départ. Il ajoute donc ce nombre à la liste des diviseurs.



c) Lorsque tu choisis un nombre ce programme te renvoie la liste des diviseurs de ce nombre. Vérifie que lorsque tu choisis 10, le résultat est bien «1, 2, 5 et 10». Quelle est la liste des diviseurs de 1 200 ?

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 15 ; 16 ; 20 ; 24 ; 25 ; 30 ; 40 ; 48 ; 50 ; 60 ; 75 ; 80 ; 100 ; 120 ; 150 ; 200 ; 240 ; 300 ; 400 ; 600 et 1 200

SÉQUENCE II

Symétrie centrale

1 Définitions

1 Symétrique d'une figure

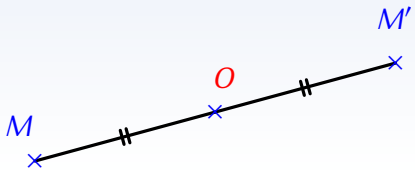
DÉFINITIONS

Deux figures sont symétriques par rapport à un point si ces deux figures se superposent lorsqu'on effectue un demi tour autour de ce point. Ce point est appelé le centre de symétrie.

2 Symétrique d'un point

DÉFINITION

Le symétrique d'un point M par rapport a un point O est le point M' tel que le point O est le milieu du segment $[MM']$.



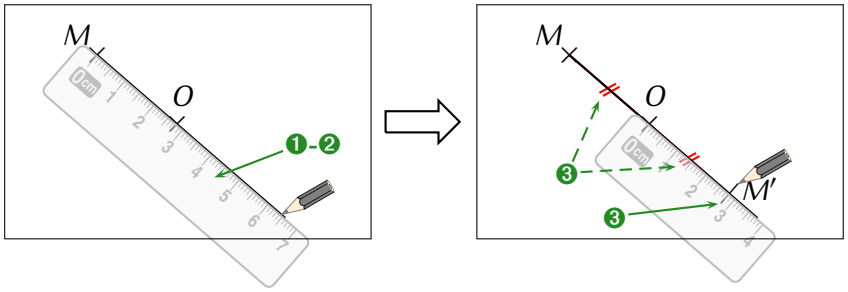
2 Constructions

MÉTHODE (image d'un point par une symétrie centrale)

Pour tracer le symétrique M' d'un point M par rapport à un point O,

1. **On trace à la règle la demi-droite $[MO)$ (attention à ne pas se tromper de sens : il faut que ça dépasse du côté du centre de symétrie).**
2. **Sans bouger la règle, on mesure la longueur de M à O, ici $MO = 2{,}8$ cm.**
3. **On place le point M' et on n'oublie pas de coder les deux segments de même longueur.**

Illustration :



Remarques

Comme pour la symétrie axiale vue en 6e, la construction du symétrique d'un point est **essentielle** car elle permet aussi :
- ☆ de construire le symétrique d'un segment, d'une demi-droite ou d'une droite (2 points) ;
- ☆ de construire le symétrique d'un polygone ($\geqslant 3$ points).

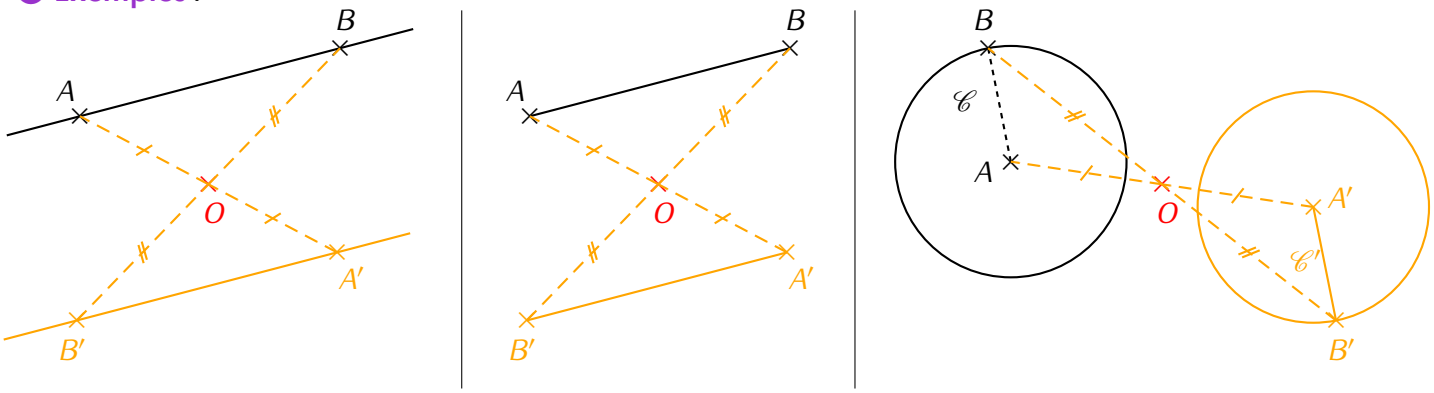
3 Propriétés de la symétrie centrale

1 Figures simple

RÈGLES

Par la symétrie centrale, ...
- ★ le symétrique d'une droite est une droite parallèle.
- ★ le symétrique d'un segment est un segment de même longueur (et donc parallèle).
- ★ le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon.

Exemples :



2 Propriétés de conservation

PROPRIÉTÉ

La symétrie centrale conserve les propriétés des figures (alignement, parallélisme, perpendicularité, longueurs, angles, aires, ...).

Le centre O de la symétrie est le seul point qui a pour symétrique lui-même. On dit que ce point est **invariant**.

4 Centre de symétrie

DÉFINITIONS

- ★ **Une figure possède un centre de symétrie si son symétrique par rapport à ce centre est la figure elle-même.**
- ★ **Paver un plan, c'est recouvrir une surface à l'aide de plusieurs motifs identiques ou différents.**

SÉQUENCE III

Calcul littéral

1 Expressions littérales

DÉFINITIONS

Une expression littérale est une expression mathématique (un calcul) dans lequel apparaît au moins une lettre représentant un nombre inconnu.

Écrire un résultat « en fonction de x » consiste à écrire une expression littérale contenant la lettre x.

Exemples : Dès qu'une lettre se glisse dans un calcul, c'est une expression littérale :

- $A = 7 \times a + 9$
- $B = 5 \times b^2 - 3$
- $C = 7 \times x + 9 \times y - 10 \times x \times y$
- $D = 2 \times \pi \times R$ (formule du périmètre d'un disque)

RÈGLE

Pour simplifier l'écriture d'une expression littérale, on peut supprimer le signe « $\times$ » devant une lettre ou une parenthèse (cas particuliers à connaître : $1 \times x = x \times 1 = x$ et $0 \times x = x \times 0 = 0$).

Exemples :

- $E = 8 \times a = 8a$
- $F = 7 \times b + 3 = 7b + 3$ ⟵ on ne peut pas simplifier davantage (ODP)
- $G = c \times 10 - 6 = 10c - 6$ ⟵ on ne peut pas simplifier davantage (ODP)
- $H = 2x + 3y^2 = 2 \times x + 3 \times y \times y$ ⟵ il faut aussi savoir où se trouvent les multiplications cachées
- $I = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 9) = 5x + 7(3x + 9)$.

■ **EXERCICE :** Soit n un nombre entier quelconque. Exprime sous forme d'une expression littérale : le double de n, le triple de n, le successeur de n, le prédécesseur de n et la moitié de n :

Solution : Dans l'ordre :

- le double de n : $2 \times n = 2n$
- le triple de n : $3 \times n = 3n$
- le successeur de n : $n + 1$
- le prédécesseur de n : $n - 1$
- la moitié de n : $\frac{n}{2} = 0{,}5n$

2 Substituer

1 Avec une expression littérale

DÉFINITION

Dans une expression littérale, faire une substitution consiste à remplacer chaque lettre par sa valeur pour pouvoir calculer cette expression.

MÉTHODE (substituer)

❶ On fait apparaître TOUTES les multiplications cachées.
❷ On remplace alors chaque lettre par sa valeur (surligneur).
❸ On calcule, en respectant l'ordre des priorités.

RAPPEL DE LA RÈGLE PRÉCÉDENTE

En mathématiques, il est interdit que deux nombres (connus ou inconnus) se suivent sans aucun lien. Si le lien n'est pas visible, c'est qu'il s'agit forcément d'une multiplication cachée. Par exemple : $5x = 5 \times x$; $xy = x \times y$; ...

Exemples : Calcule :

a) $J = x + (-8)$ pour $x = 5$.
b) $K = x - 5$ pour $x = -10$.
c) $L = c + 11$ pour $c = -1$.
d) $M = 7g$ pour $g = 5$.
e) $N = 30h$ pour $h = -1$.
f) $O = 9x + 15$ pour $x = 2$.

Solution : $J = 5 + (-8) = -3$; $K = -10 - 5 = -15$ (et non -5) ; $L = -1 + 11 = 10$ (et non -11), $M = 7 \times 5 = 35$, $N = 30 \times (-1) = -30$ et $O = 9 \times 2 + 15 = 18 + 15 = 33$

EXERCICE : Calcule :

a) $P = 5x - 3$ pour $x = -4$.
b) $Q = 4f + 7$ pour $f = -5$.
c) $R = 3g - 4$ pour $g = -3$.

Solution : $P = 5 \times (-4) - 3 = -20 - 3 = -23$; $Q = 4 \times (-5) + 7 = -20 + 7 = -13$ (et non -27 !) et $R = 3 \times (-3) - 4 = -9 - 4 = -13$ (et non -5).

2 Avec un programme de calculs

MÉTHODE (traduire un programme de calculs en expression littérale)

★ **Choisis un nombre.**
★ **Multiplie-le par 7.**
★ **Ajoute 8.**
★ **Écris le résultat.**

Réponse : **a) On choisit x ⟶ on choisit une lettre, en général x**
b) $7 \times x = 7x$
c) $7x + 8$ ($\neq 15x$) } **⟶ on doit tenir compte des techniques de calcul littéral**
d) Le résultat est $7x + 8$. ⟶ on écrit le résultat

Exemple : Traduis à l'aide d'une expression littérale ces deux programmes de calculs :

Programme n° 1

- ◊ Choisis un nombre.
- ◊ Multiplie-le par 5.
- ◊ Soustraie 4 à ce produit.
- ◊ Écris le résultat.

Programme n° 2

- ☐ Choisis un nombre.
- ☐ Élève-le au carré.
- ☐ Multiplie par 4.
- ☐ Soustraie 10.
- ☐ Écris le résultat.

Solution : Programme n° 1 : $5x - 4$; Programme n° 2 : $4x^2 - 10$.

3 La distributivité

1 Développement et factorisation

DÉFINITIONS

Développer, c'est transformer un produit en une somme (ou une différence).

Factoriser, c'est à l'inverse transformer une somme (ou une différence) en un produit.

Pour savoir si une expression est une somme, une différence ou un produit, il faut regarder quelle est l'opération faite **en dernier**.

MÉTHODE (développer $a(bx + c)$)

On veut développer l'expression $A = 5(8x + 2)$:

$A = 5(8x + 2)$

$A = 5 \times (8x + 2)$ ⟵ **on écrit la multiplication et les flèches de développements**

$A = 5 \times 8x + 5 \times 2$ ⟵ **chaque flèche correspond à une multiplication qu'on écrit**

$A = 40x + 10.$ ⟵ **on calcule chaque multiplication**

Remarque

Cette méthode fonctionne aussi avec une soustraction à la place de l'addition.

Exemple : Développe et réduis :

$A = 7(2x + 3)$ $B = 8(6 + 3x)$ $C = 6x\,(2x - 4)$ $D = 2x\,(9 - 2x)$

Solution : $A = 14x + 21$; $B = 48 + 24x$; $C = 12x^2 - 24x$ et $D = 18x - 4x^2$.

EXERCICE : Développe et réduis :

$A = 4(4a + 5)$ $C = 5(4c^2 - 1)$ $E = 9e\,(e + 6)$

$B = 6(7 - b)$ $D = d^2(3 + 7d)$ $F = f^2(2 - f)$

Solution : $A = 16a + 20$; $B = 42 - 6b$; $C = 20c^2 - 5$; $D = 3d^2 + 7d^3$; $E = 9e^2 + 54e$ et $F = 2f^2 - f^3$.

2 Applications

Lorsque des nombres sont multipliés par 100 ; 99 ; 12 ; 105 ; ... (des nombres proches de nombres “ronds”), la multiplication mentale est rendue possible par le développement : par exemple,

◊ $24 \times 101 = 24 \times (100 + 1) = 24 \times 100 + 24 \times 1 = 2\,400 + 24 = 2\,424$
◊ $\underline{131} \times 13 + \underline{131} \times 87 = \underline{131} \times (13 + 87) = 131 \times 100 = 13\,100$

MÉTHODE (Réduire une expression)

Réduire l’expression suivante : $A = 4x + 3x$:

$$A = 4x + 3x = 4 \times \underline{x} + 3 \times \underline{x} = \underline{x} \times (4 + 3) = x \times 7 = 7 \times x = 7x.$$

SÉQUENCE IV

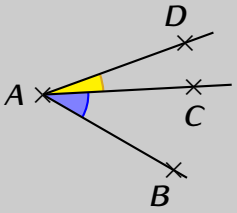
Angles

1 Rappels

DÉFINITIONS

Deux angles adjacents ont toujours un côté et un sommet communs, mais sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

Deux angles (pas forcément adjacents) sont complémentaires si la somme de leur mesure vaut $90°$, et supplémentaires si elle vaut $180°$.



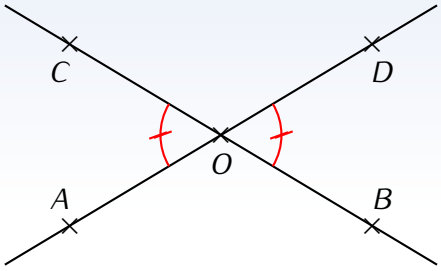
DÉFINITION

Deux angles sont opposés par le sommet lorsque :

- **ils ont le même sommet,**
- **leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.**

RÈGLE

Deux angles opposés par le sommet ont la même mesure.



Les angles $\widehat{COA}$ et $\widehat{BOD}$ sont opposés par le sommet.

2 Angles alternes-internes et angles correspondants

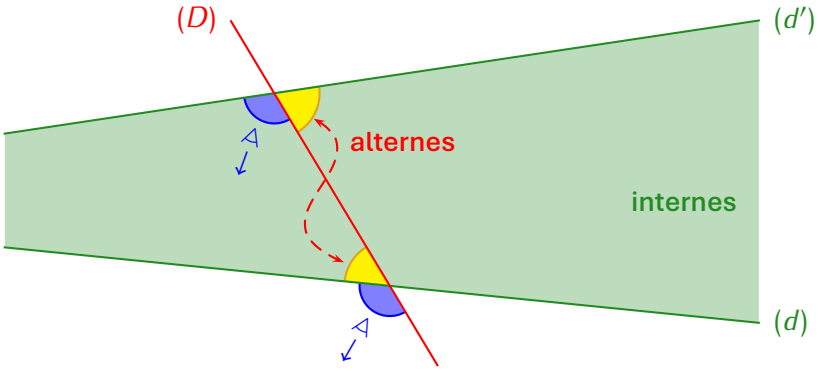
DÉFINITIONS

Deux droites (d) et (d') coupées par une 3e droite sécante (D) définissent des angles

- **alternes-internes : ils sont internes car situés "entre" (d) et (d'), et alternes car situés de part et d'autre de la droite (D).**
- **correspondants : ils sont orientés de la même manière, c'est-à-dire "regardent au même endroit".**

Remarque : ils vont toujours par deux et n'ont jamais le même sommet.

Exemple : Avec une telle configuration (deux droites (d) et (d') coupées par une troisième droite (D)), on obtient deux paires d'angles alternes-internes (une paire est dessinée en jaune) et quatre paires d'angles correspondants (une paire est dessinée en bleu) :

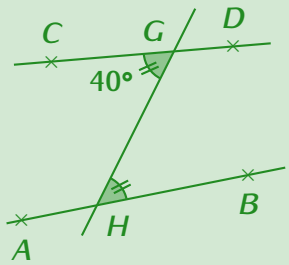


PROPRIÉTÉS (ANGLES ALTERNES-INTERNES/CORRESPONDANTS)

Si deux droites (d) et (d') sont parallèles, alors toute troisième droite sécante (D) formera des angles alternes-internes (ou correspondants) *de même mesure*.
Réciproquement, si deux angles alternes-internes (ou correspondants) ont la même mesure, alors les droites sur lesquelles ils reposent sont parallèles.

MÉTHODE (prouver le parallélisme)

Énoncé :



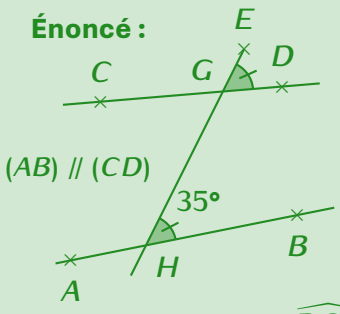
Montre que $(AB) \parallel (CD)$.

Réponse :

D : • $\widehat{CGH}$ et $\widehat{BHG}$ **sont deux angles alternes-internes.**
• $\widehat{CGH} = \widehat{BHG} = 40°$
P : Si deux droites coupées par une troisième droite forment deux angles alternes-internes de même mesure, alors elles sont parallèles.
C : Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

MÉTHODE (calculer un angle)

Énoncé :



Calcule la mesure de $\widehat{DGE}$.

Réponse :

D : • $\widehat{DGE}$ et $\widehat{BHG}$ **sont deux angles correspondants.**
• $(AB) \parallel (CD)$
P : Si deux droites sont parallèles, alors toute troisième droite sécante formera des angles correspondants de même mesure.
C : $\widehat{DGE} = \widehat{BHG} = 35°$**.**

On retiendra surtout le cas particulier avec des angles droits, déjà observé à l'école primaire :

RÈGLE

Si deux droites sont perpendiculaires toutes les deux à une même 3e droite, alors elles sont parallèles entre elles.

Et inversement : si deux droites sont coupées par une 3e droite sécante, perpendiculaire à l'une des deux, alors elle est aussi perpendiculaire à l'autre.

SÉQUENCE V

Nombres relatifs

1 Définitions

DÉFINITIONS

Un nombre relatif est formé d'un signe « $+$ » ou « $-$ » et d'un nombre appelé distance à zéro.

Exemples :

$(+5)$ est un nombre relatif, son signe est $+$ et sa distance à zéro est 5 :

(-3) est un nombre relatif, son signe est $-$ et sa distance à zéro est 3 :

DÉFINITIONS

On appelle nombre négatif tout nombre inférieur ou égal à 0 (et strictement négatif) s'il est strictement inférieur à 0). Les nombres négatifs commencent par le symbole « $-$ ».

On appelle nombre positif tout nombre supérieur ou égal à 0 (et strictement positif) s'il est strictement supérieur à 0). On n'est pas obligé de mettre le symbole « $+$ » devant un nombre positif.

Remarque : 0 n'a pas de signe car il est à la fois positif et négatif.

DÉFINITIONS

Deux nombres opposés sont deux nombres qui ont la même distance à zéro et des signes contraires.

La valeur absolue d'un nombre x est égale à x s'il est positif ou $-x$ s'il est négatif. Elle se note $|x|$.

Remarque

La valeur absolue d'un nombre est par conséquent toujours positive.

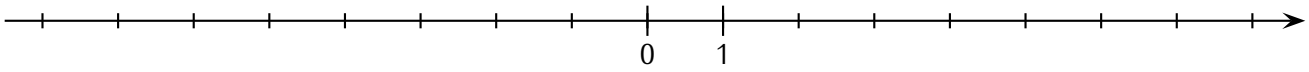
Exemples : Les nombres (-2) et $(+2)$ sont opposés. $|2\,026| = 2\,026$ et $|-12| = 12$.

2 Repérage sur une droite graduée et comparaison

DÉFINITION

Une droite graduée est une droite qui possède une origine (c'est la graduation 0), une unité de longueur (généralement le carreau ou le cm) et un sens (représenté par une flèche).

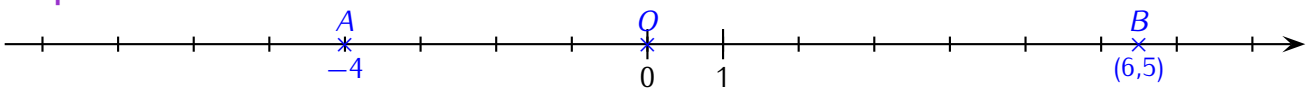
Exemple :



DÉFINITION

Sur une droite graduée, chaque point est repéré par un nombre relatif que l'on appelle l'abscisse de ce point.

Exemple :



L'abscisse de A est (-4) : on le note mathématiquement $A(-4)$.
B a pour abscisse $(+6{,}5)$: on écrit donc $B(+6{,}5)$.

Remarque

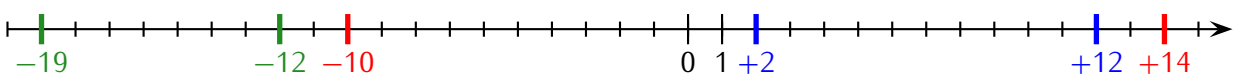
L'origine de la droite graduée a toujours pour abscisse 0.

RÈGLE

Entre deux nombres relatifs, celui qui est le plus grand est celui qui se trouve le plus à droite sur un axe gradué. En conséquence :

- Entre deux nombres négatifs, celui qui est le plus grand a la plus petite distance à zéro.
- Entre deux nombres positifs, celui qui est le plus grand a la plus grande distance à zéro.
- Entre un nombre positif et un négatif, celui qui est le plus grand est le nombre positif.

Exemples : $(+2) < (+12)$ $\quad (-10) < (+14)$ $\quad (-19) < (-12)$



■ **EXERCICE :** Range dans l'ordre croissant les nombres suivants : $-5{,}7$; $7{,}2$; -5 ; $-6{,}3$; $0{,}9$; $7{,}18$:

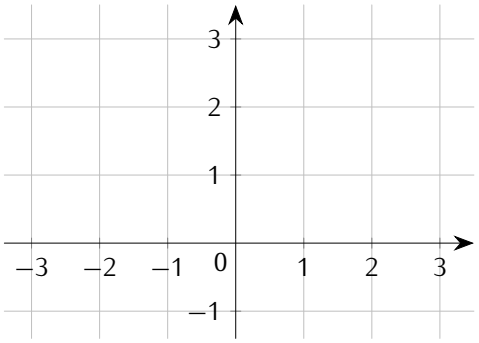
Solution : $-6{,}3 < -5{,}7 < -5 < 0{,}9 < 7{,}18 < 7{,}2$.

3 Repérage dans un plan

DÉFINITIONS

Un repère orthogonal du plan est composé de deux droites graduées perpendiculaires et de même origine, mais n'ayant pas forcément la même unité de longueur sur chaque axe (même si c'est souvent le cas au collège).

La droite horizontale est appelée axe des abscisses et la droite verticale est appelée axe des ordonnées.



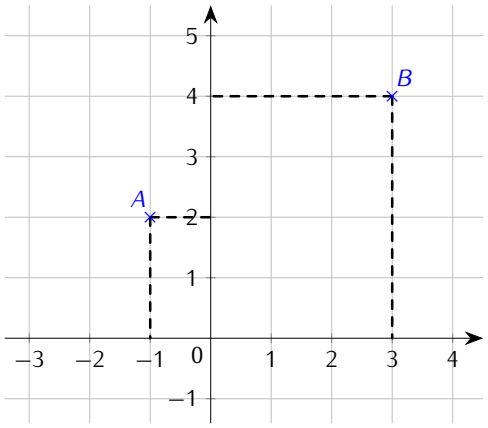
DÉFINITION

Chaque point est repéré par deux nombres appelées coordonnées du point. Le premier nombre est toujours l'abscisse du point et le second l'ordonnée («a < o»).

Exemple :

Ici, A a pour abscisse (-1) et ordonnée $(+2)$.
On dit que les coordonnées de A sont $(-1\,;2)$.
On note cela : $A(-1\,;2)$.

B a pour abscisse 3 et ordonnée 4.
On dit que les coordonnées de B sont $(3\,;4)$.
On note cela : $B(3\,;4)$.



SÉQUENCE VI

Angles d'un triangle

Beaucoup d'exercices seront à faire dans le cahier d'exercices faut de place (cause DPC !).

1 Construction d'un triangle

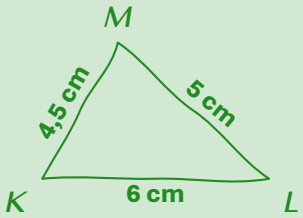
1 Avec 3 longueurs connues (rappel de 6e)

MÉTHODE (construire un triangle quelconque)

On veut tracer le triangle KLM tel que $KL = 6$ cm, $LM = 5$ cm et $KM = 4{,}5$ cm.

Au brouillon :

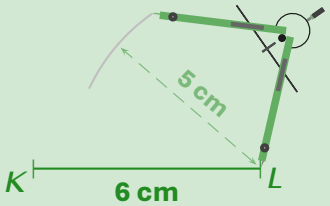
Voici une figure à main levée possible correspondant à notre triangle :



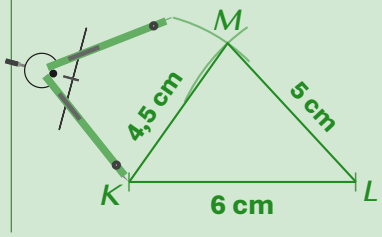
Tracé (les figures sont dessinées ici 2× plus petites) :

❶ on trace le segment $[KL]$ de longueur 6 cm (en général, on commence par le plus long) :

❷ M est situé à 5 cm de L, donc on trace un arc de cercle de centre L et de rayon 5 cm :



❸ M est situé à 4,5 cm de K, donc on trace un autre arc de cercle de centre K et de rayon 4,5 cm :



■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :** **Trace les triangles suivants** *(indication : commence par tracer une figure à main levée)* **:**

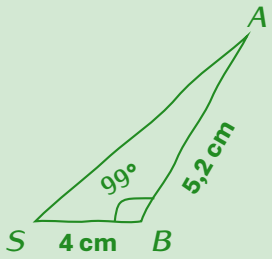
a) **Le triangle KLM tel que $KL = 6$ cm, $LM = 5$ cm et $KM = 4{,}5$ cm.**
b) **Le triangle FAC tel que $FC = 8$ cm, $FA = 10$ cm et $AC = 6$ cm.**
c) **Le triangle DUR tel que $DU = 3{,}5$ cm, $UR = 5{,}2$ cm et $DR = 9{,}9$ cm.**

2 Avec deux longueurs et un angle

MÉTHODE (construire un triangle avec deux longueurs et un angle)

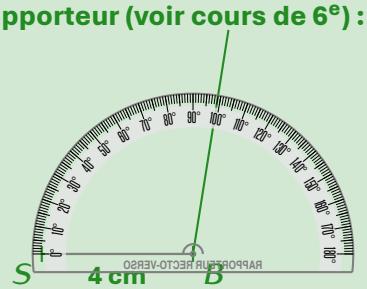
Pour construire le triangle ABS tel que $AB = 5{,}2$ cm, $BS = 4$ cm et $\widehat{ABS} = 99°$, on commence par tracer une figure (en l'absence d'une figure donnée par l'énoncé).

On passe ensuite au tracé en 3 étapes :

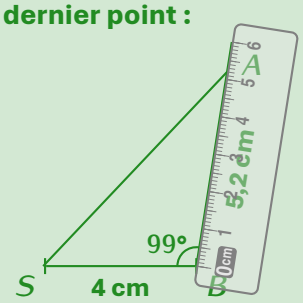


❶ On trace un segment dont on connaît la longueur :

❷ On construit l'angle donné au rapporteur (voir cours de 6e) :



❸ On mesure à la règle pour placer le dernier point :

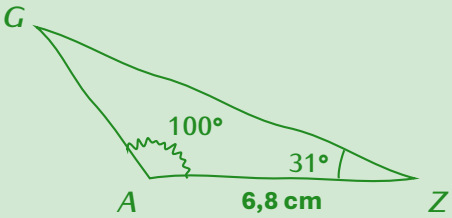


3 Avec une longueur et deux angles

MÉTHODE (construire un triangle avec une longueur et deux angles)

Pour tracer le triangle ZAG tel que $AZ = 6{,}8$ cm, $\widehat{GAZ} = 100°$ et $\widehat{AZG} = 31°$, on commence encore par tracer une figure à main levée...

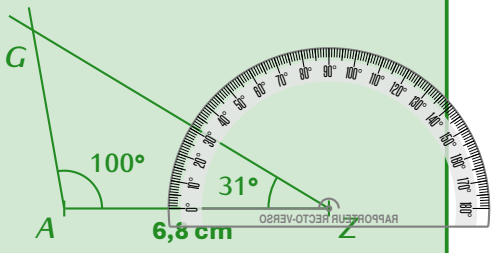
On passe ensuite au tracé en 3 étapes :



❶ On trace le segment dont on connait la longueur :

❷ On construit un premier angle à partir de l'un des deux points :

❸ On construit l'autre angle et on termine le triangle :



■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :** **Trace les triangles suivants** *(indication : commence par tracer une figure à main levée)* **:**

a) **Le triangle MOT tel que $MO = 8{,}4$ cm, $\widehat{OMT} = 82°$ et $MT = 2{,}9$ cm.**
b) **Le triangle ANG tel que $AN = 6$ cm, $\widehat{NAG} = 50°$ et $\widehat{ANG} = 30°$.**
c) **Le triangle LES tel que $\widehat{LSE} = 112°$, $\widehat{LES} = 16°$ et $SE = 6$ cm.**

2 Calcul d'angle dans un triangle

PROPRIÉTÉ (RAPPEL DE 6E)

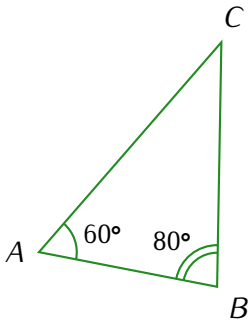
Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles vaut toujours 180°.

PROPRIÉTÉ

Dans un triangle isocèle, les deux angles à la base ont la même mesure.

Exemple :

Énoncé :



Question : **Calcule la mesure de $\widehat{ACB}$.**

Réponse :

D : • ABC **est un triangle.**
• $\widehat{BAC} = 60°$ **et** $\widehat{ABC} = 80°$

P : Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles vaut $180°$**.**

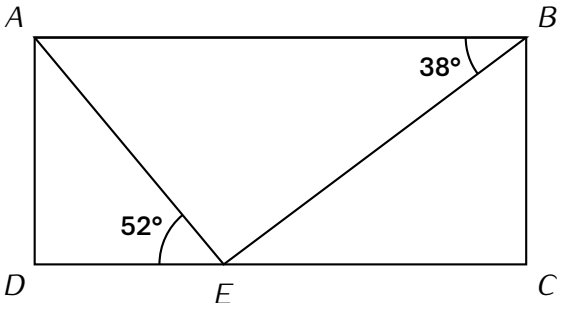
C : $\widehat{ACB} = 180° - (80° + 60°) = 180° - 140° = 40°$.

En classe de 5e, on peut se permettre de proposer des exercices dans lesquels il faudra enchaîner plusieurs cette propriété pour trouver la bonne réponse :

■ EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :

Sur la figure ci-contre, non représentée en vraie grandeur, $ABCD$ **est un rectangle.**

Le triangle AEB **est-il rectangle ? Justifie la réponse.**



Solution : Puisque $ABCD$ est un rectangle, $\widehat{ADE} = 90°$. Dans le triangle ADE, on a donc $\widehat{DAE} = 180° - 90° - 52° = 38°$. Puisqu'on a aussi $\widehat{DAB} = 90°$, on peut calculer que $\widehat{EAB} = 90° - 38° = 52°$ (on aurait aussi pu le déterminer en une seule étape en remarquant que $\widehat{DEA}$ et $\widehat{EAB}$ sont deux angles alternes-internes reposant sur deux droites parallèles...).

Dans le triangle ABE, on a donc $\widehat{AEB} = 180° - 38° - 52° = 90°$, donc le triangle AEB est bien rectangle !

SÉQUENCE VII

Opérations sur les nombres relatifs

1 Addition de deux nombres relatifs

■ **ACTIVITÉ 1 (introduction à l'addition) :** Additionner deux nombres relatifs, c'est comme faire deux paris à la suite : on va considérer que chaque **terme** nous fait soit **gagner de l'argent** s'il est positif, soit **perdre** de l'argent s'il est négatif. Complétons le tableau suivant :

Calcul	Décomposition		1re pari	2e pari	Bilan	Résultat du calcul
$(-2)+(+10)$	-2	$+10$	-2 €	$+10$ €	$+8$ €	8
$(-10)+(+5)$	-10	$+5$	-10 €	$+5$ €	-5 €	-5
$14+(-7)$	14	-7	$+14$ €	-7 €	$+7$ €	7
$(-4)+(-2)$	-4	-2	-4 €	-2 €	-6 €	-6
$(-1)+5$	-1	$+5$	-1 €	$+5$ €	$+4$ €	4
$(-2)+(+5)$	-2	$+5$	-2 €	$+5$ €	$+3$ €	3
$(-3)+(-4)$	-3	-4	-3 €	-4 €	-7 €	-7

Exemples :

- $(-1)+(-4)=-5$.
- $(-10)+(+4)=-6$.
- $3+(-12)=-9$.
- $(+2)+(+3)=5$.
- $(-13)+(+23)=10$.
- $(-1)+(-1)=-2$.

■ **EXERCICE :** En reproduisant ce tableau dans ton cahier d'exercices pour t'aider, effectue les calculs suivants **sans calculatrice** :

a) $(-4)+(-2)$ $=-6$ **b)** $(-10)+(+8)$ $=-2$ **c)** $5+(-1)$ $=4$ **d)** $(-6)+(-9)$ $=-15$ **e)** $(-7)+(+9)$ $=2$

f) $(-8)+(+5)$ $=-3$ **g)** $(+6)+(-4)$ $=2$ **h)** $(-9)+(-2)$ $=-11$ **i)** $(-15)+(+4)$ $=-11$ **j)** $(-2)+(+8)$ $=6$

2 Soustraction de deux nombres relatifs

MÉTHODE (soustraire deux nombres relatifs)

Lorsqu'on rencontre une soustraction de deux nombres relatifs :

❶ on recopie le premier terme tel quel (positif ou négatif, peu importe).

❷ on transforme le « − » de la soustraction en « + ».

❸ on remplace le deuxième terme par son opposé.

■ **ACTIVITÉ 2 (introduction à la soustraction) :** Grâce à la méthode précédente, la soustraction n'est pas plus difficile que l'addition à condition de bien la transformer en addition pour pouvoir utiliser les paris ! Complétons le tableau suivant :

Calcul	Calcul transformé	1re pari	2e pari	Bilan	Résultat du calcul
$(-12)-(+15)$	$(-12)+(-15)$	-12 €	-15 €	-27 €	-27
$(+3)-(-7)$	$(+3)+(+7)$	$+3$ €	$+7$ €	$+10$ €	10
$(-4)-(-2)$	$(-4)+(+2)$	-4 €	$+2$ €	-2 €	-2
$(-5)-(+1)$	$(-5)+(-1)$	-5 €	-1 €	-6 €	-6
$(-6)-(+8)$	$(-6)+(-8)$	-6 €	-8 €	-14 €	-14
$(+3)-(+5)$	$(+3)+(-5)$	$+3$ €	-5 €	-2 €	-2
$(-5)-(-7)$	$(-5)+(+7)$	-5 €	$+7$ €	$+2$ €	2

Exemples : Pour chaque cas, transforme la soustraction en addition, puis effectue le calcul :

a) $(-12)-(+15)$ $=3$ **b)** $(-5)-(-1)$ $=-4$ **c)** $(-5)-(-7)$ $=2$ **d)** $(+3)-(-7)$ $=10$ **e)** $(-6)-(+8)$ $=-14$

f) $(+10)-(-2)$ $=12$ **g)** $(-4)-(-2)$ $=-2$ **h)** $(-3)-(+5)$ $=-8$ **i)** $(+2{,}5)-(-1{,}3)$ $=3{,}8$ **j)** $(-5)-(+6)$ $=-11$

k) $10-7$ $=3$ **ℓ)** $6-9$ $=-3$ **m)** $(+9)-(-2)$ $=11$ **n)** $15-19$ $=-4$ **o)** $(-7)-(-2)$ $=-5$

3 Simplification d'écriture

1 Règle de simplification

RÈGLE DES SIGNES

Lorsque deux symboles « + » ou « − » se suivent (tout en étant séparés par une parenthèse ouvrante), alors on peut les réduire en un seul symbole :

$+\,+ \to +$; $-\,- \to +$; $+\,- \to -$; $-\,+ \to -$

Dans le cadre de la simplification d'écriture, il faudra aussi penser au premier nombre : on enlève sa parenthèse, ainsi que le symbole « + » s'il est positif.

Exemples :

$(-5)+(+3)=-5+3=-2$

$(+4)+(-2)=4-2=2$

$(-7)-(+2)=(-7)+(-2)=-7-2=-9$

$(-5)-(-4)=(-5)+(+4)=-5+4=-1$

Remarque

Écriture simplifiée	Signification	Résultat
$6+9$	$(+6)+(+9)$	$(+15)=15$
$7-13$	$(+7)+(-13)$	$(-6)=-6$
$-6{,}5+10$	$(-6{,}5)+(+10)$	$(+3{,}5)=3{,}5$
$-4{,}2-5{,}8$	$(-4{,}2)+(-5{,}8)$	$(-10)=-10$

2 Somme algébrique

DÉFINITION

Une somme algébrique est une suite d'additions et de soustractions.

MÉTHODE (effectuer un calcul simplifié)

Lorsqu'un calcul est (ou a été) simplifié,

1. **on regroupe d'abord tous les nombres positifs à gauche et tous les nombres négatifs à droite.**
2. **on calcule séparément la somme de tous les nombres positifs, puis la somme de tous les nombres négatif.**
3. **on calcule la dernière soustraction.**

Remarque : s'il y a des nombres opposés, ils s'annulent.

Exemples :

$$\begin{aligned} A &= (-7)+(+5)-(-9)+(+2)-(+6) \\ &= -7+5+9+2-6 \\ &= 5+9+2-7-6 \\ &= 16-13 \\ &= 3. \end{aligned}$$

Ici, on a d'abord dû simplifier l'écriture.

$$\begin{aligned} B &= -4{,}5+6+4{,}5-3+4-2 \\ &= \cancel{-4{,}5}+6\cancel{+4{,}5}-3+4-2 \\ &= 6+4-3-2 \\ &= 10-5 \\ &= 5. \end{aligned}$$

Là, on a éliminé deux nombres opposés.

SÉQUENCE VIII

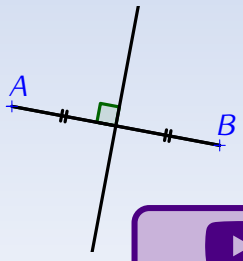
Droites remarquables d'un triangle

1 Droites remarquables

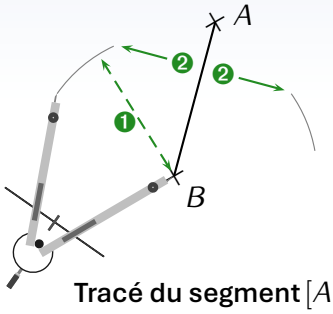
1 Les médiatrices

DÉFINITION (RAPPEL DE 6E)

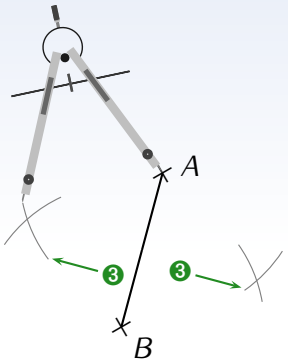
La médiatrice du segment $[AB]$ est la droite coupant perpendiculairement ce segment en son milieu.



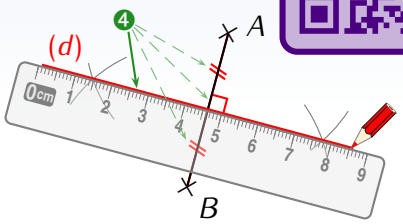
Exemple : Voici comment tracer la médiatrice d'un segment $[AB]$:



Tracé du segment $[AB]$.



Avec le compas, on construis deux points à égales distance de A et B.



On relie les deux points construis avec une règle, sans oublier **les codages** !

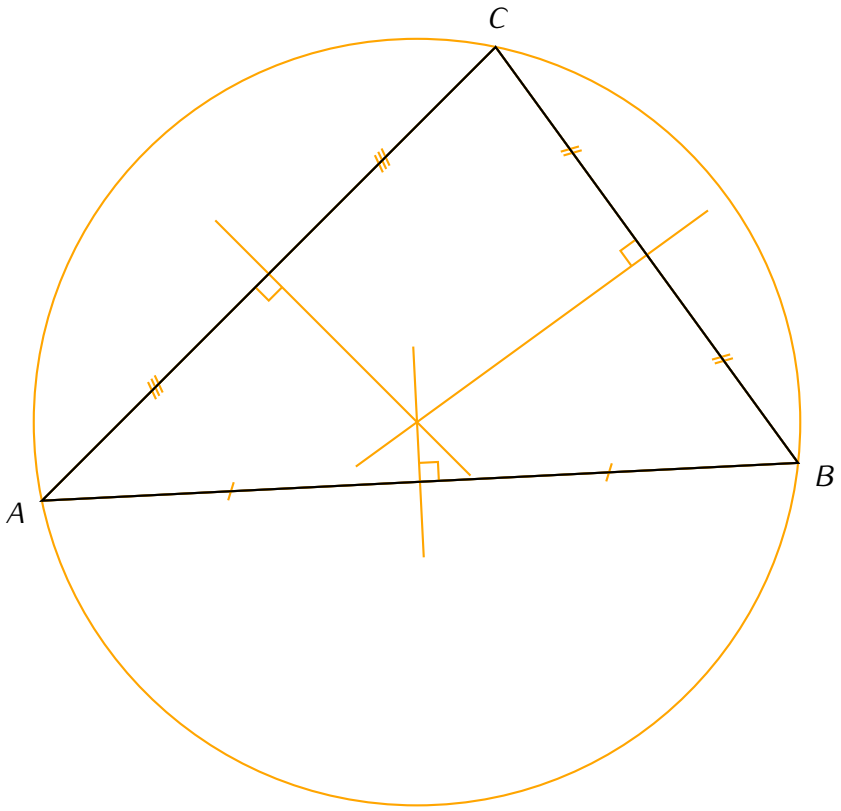
PROPRIÉTÉ

Si un point est sur la médiatrice d'un segment, il est à égale distance des extrémités de ce segment. Inversement, si un point est à égale distance des extrémités d'un segment, il appartient à la médiatrice de ce segment.

DÉFINITIONS

Les trois médiatrices d'un triangle sont les médiatrices de chacun des côtés. Elles sont concourantes (= elles se coupent) en un point qui est le centre du cercle circonscrit à ce triangle.

■ **EXERCICE :** Dans le triangle suivant, trace le plus précisément possible les trois médiatrices en utilisant ton compas, puis le cercle circonscrit au triangle :



2 Les hauteurs et médianes

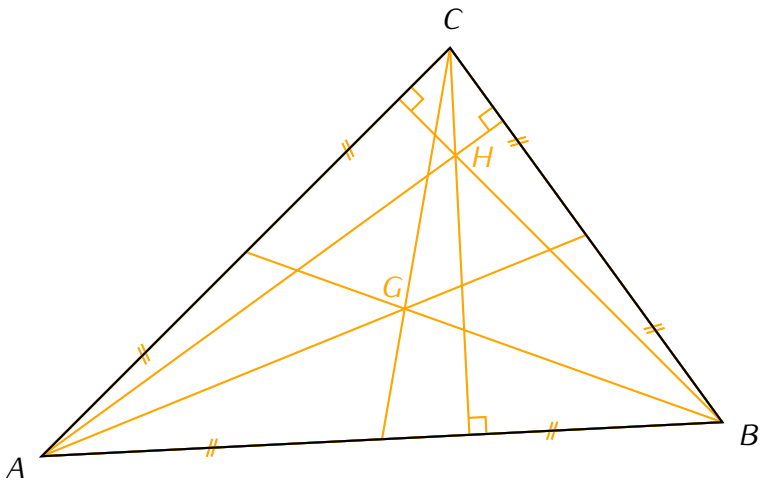
DÉFINITIONS

La hauteur issue de A est la droite passant par A et perpendiculaire au côté opposé (BC). Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point H appelé l'orthocentre du triangle.

DÉFINITIONS

La médiane issue de A est la droite passant par A et passant par le milieu du côté opposé $[BC]$. Les trois médianes d'un triangle sont concourantes en un point G appelé le centre de gravité du triangle.

■ **EXERCICE :** Dans le triangle suivant, trace le plus précisément les trois hauteurs ainsi que les trois médianes :



Remarque

On verra à la séquence suivante “Parallélogrammes” (page 29) une propriété remarquable de la médiane !

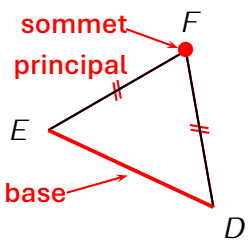
2 Triangles particuliers (rappels de sixième)

DÉFINITIONS

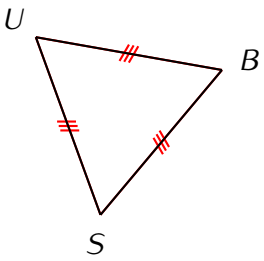
- Un triangle **isocèle** est un triangle dont deux côtés ont la même longueur. Ces deux côtés se coupent en un point nommé le **sommet principal**. Le 3e côté est appelé la **base**.
- Un triangle **équilatéral** est un triangle dont les trois côtés ont la même longueur.
- Un triangle **rectangle** est un triangle avec un angle droit. Le côté opposé est alors appelé **hypoténuse**.

Exemples :

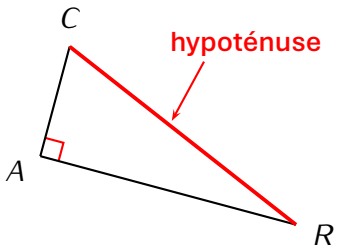
Triangle isocèle en F



Triangle équilatéral



Triangle rectangle en A



Remarque

Dans un triangle isocèle, la médiane issue du sommet principal est la même droite que la hauteur issue du sommet principal. Elles constituent un axe de symétrie du triangle isocèle, c’est pour cela que les deux angles à la base ont la même mesure (propriété vue dans la séquence “Angles d’un triangle”, page 20).

Pour un triangle équilatéral, les trois médianes sont les mêmes que les trois hauteurs, et un triangle équilatéral a ainsi 3 axes de symétrie !

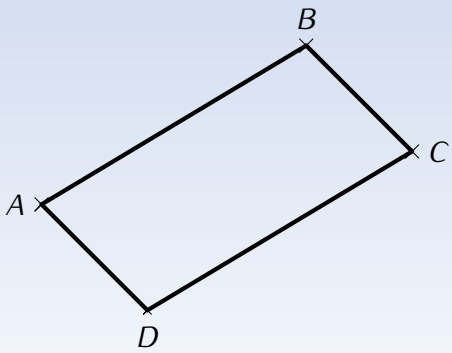
SÉQUENCE IX

Parallélogrammes

1 Aspect graphique

DÉFINITION

Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux.



Remarque

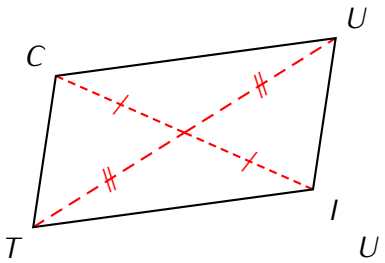
ABCD est un parallélogramme, mais *ABDC* n'en est pas un. Attention à l'ordre des lettres !

2 Reconnaître un parallélogramme

Toutes les caractérisations suivantes du parallélogramme sont aussi valables dans l'autre sens (voir exercice 5 p. 88 du TD).

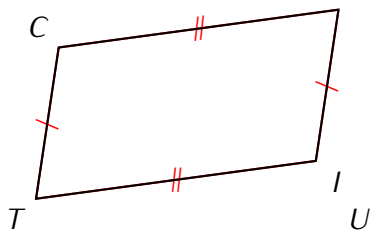
CARACTÉRISATION 1

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.



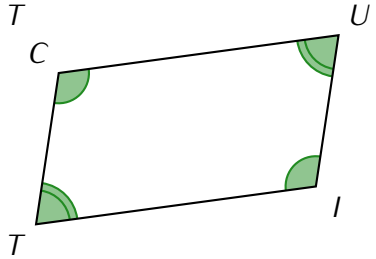
CARACTÉRISATION 2

Si un quadrilatère a ses côtés opposés de la même longueur, alors c'est un parallélogramme.



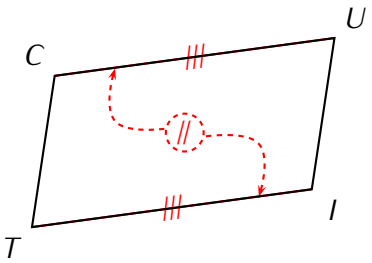
CARACTÉRISATION 3

Si un quadrilatère a ses angles opposés de la même mesure, alors c'est un parallélogramme.



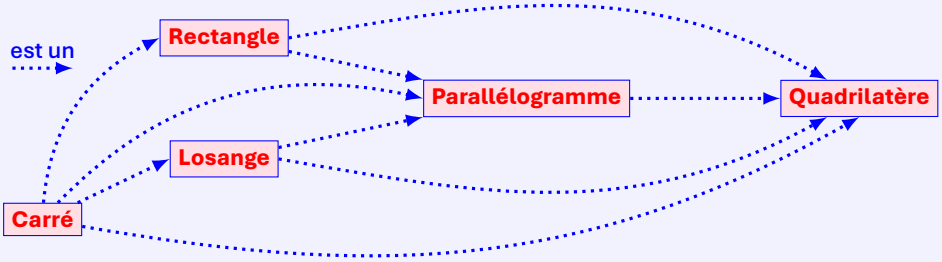
CARACTÉRISATION 4

Si un quadrilatère a deux cotés opposés parallèles et *en même temps* de la même longueur, alors c'est un parallélogramme.



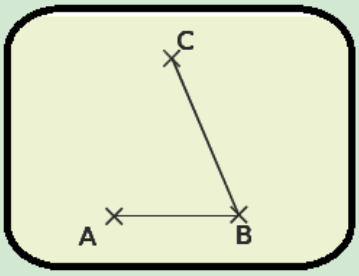
Remarque

Toutes ces propriétés caractéristiques sont également vérifiées pour un rectangle, un losange ou encore un carré : ce sont donc des parallélogrammes particuliers.

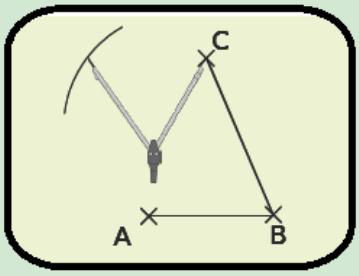


3 Construire un parallélogramme

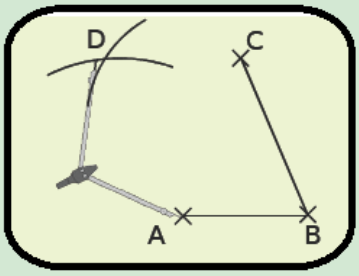
MÉTHODE (en connaissant deux côtés consécutifs)



On trace les côtés $[AB]$ et $[BC]$ du parallélogramme. La caractérisation 2 impose alors $AB = CD$ et $BC = AD$.



On reporte donc au compas la longueur AB à partir de C



On reporte ensuite au compas la longueur BC à partir de A. Les deux arcs de cercle se coupent alors en D.

MÉTHODE (en connaissant un propriété caractéristique)

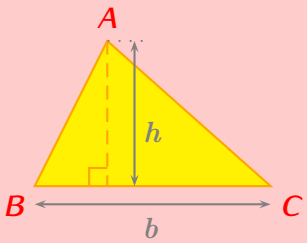
Souvent ici, il faut bien lire l'énoncé pour voir si on nous donne une mesure d'angle, la longueur d'une ou deux diagonales, ...

En fonction des indices donnés, on déterminera laquelle des propriétés caractéristiques est à utiliser ! La vidéo suivante montre tous les cas possibles.

4 Aires d'un triangle et d'un parallélogramme

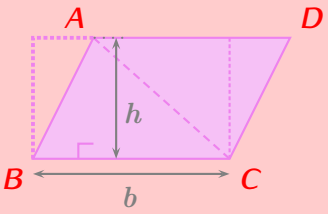
FORMULES D'AIRES

Triangle quelconque



$\mathscr{A} = b \times h \div 2$

Parallélogramme



$\mathscr{A} = b \times h$

Explications : pour le parallélogramme, on peut toujours déplacer l'une des pointes de l'autre côté de sorte à former un rectangle (en déplacement un morceau, on n'agrandit pas la figure, et on ne la rétrécit pas non plus, donc l'aire est inchangée).
Pour le triangle, on constate simplement qu'en coupant un parallélogramme en deux selon une diagonale (ici $[AC]$), on obtient deux triangles analogues : l'aire d'un triangle est donc la moitié de celle du parallélogramme correspondant !

ATTENTION !!!

Les base et hauteur d'un parallélogramme ne sont pas deux côtés consécutifs du parallélogramme. Par contre, elles sont toujours perpendiculaires entre elles !

SÉQUENCE X

Proportionnalité

1 Tableau de proportionnalité

♥ DÉFINITIONS (RAPPELS DE 6E)

Deux grandeurs sont proportionnelles si on passe de l'une à l'autre en multipliant toujours par le même nombre, appelé coefficient de proportionnalité.

Exemples :

Nombre de SMS	1	2	5	8	10
Prix payé en €	0,15	0,30	0,75	1,20	1,50

On a : $0,15 \div 1 = 0,15$; $0,30 \div 2 = 0,15$; $0,75 \div 5 = 0,15$; $1,20 \div 8 = 0,15$ et $1,50 \div 10 = 0,15$.
Tous les quotients sont égaux à 0,15, donc le prix payé est proportionnel au nombre de SMS envoyés.

Le coefficient de proportionnalité est 0,15. Cela signifie qu'on paie 0,15 € pour 1 SMS envoyé.

Nombre de BD	3	5	11
Prix payé	7,50	9	18

On a : $7,50 \div 3 = 2,5$, mais $9 \div 5 = 1,8 \neq 2,5$!

Donc le prix n'est pas proportionnel au nombre de BD achetées : ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

2 Remplir un tableau de proportionnalité

1 En agissant sur les lignes

On connaît donc le coefficient de proportionnalité, qui est souvent représenté à l'aide d'une flèche à droite du tableau.

■ **EXERCICE : Sachant qu'une baguette de pain coûte 1,20 €, combien coûtent 2 baguettes ? 4 baguettes ? et 5 baguettes ?**

Solution : On peut résumer cette situation dans un tableau :

Nombre de baguettes	1	2	4	5
Prix des baguettes	1,20 €	2,40 €	4,80 €	6 €

× 1,2

2 En agissant sur les colonnes

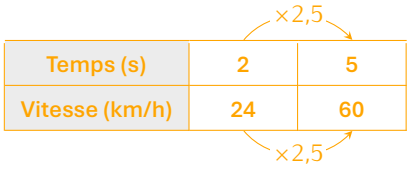
■ **EXERCICE :** Au démarrage d'une voiture, son conducteur appuie de manière constante sur la pédale d'accélérateur, de sorte que la vitesse augmente proportionnellement au temps passé depuis le démarrage.

Complète le tableau de proportionnalité suivant en expliquant tes calculs :

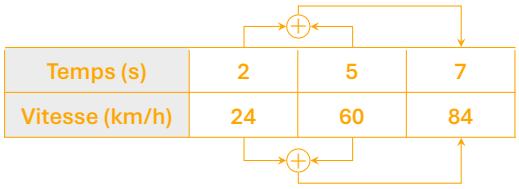
Temps (s)	2	5	?
Vitesse (km/h)	24	?	84

Solution :

Multiplier/diviser 1 colonne :



Additionner/soustraire 2 colonnes :



3 Pourcentages

Un pourCENTage traduit une situation de proportionnalité sur un total de 100, et tout énoncé utilisant des pourcentages peut donc se traduire sous la forme d'un tableau de proportionnalité.

RÈGLE (APPLIQUER UN POURCENTAGE)

L'expression française « p % de x » se traduit mathématiquement par un tableau de proportionnalité. Par exemple, pour calculer 18% de 250 €, on procède de la manière suivante :

Quantité	18	?
Total	100	250

Puisque $250 \div 100 = 2{,}5$, on peut calculer en faisant $18 \times 2{,}5 = 45$.

On peut aussi calculer l'expression française « p % de x » en calculant mathématiquement $\frac{p}{100} \times x$.

Exemple : Dans un collège de 360 élèves, 65 % font de l'anglais, 32,5 % de l'allemand et 2,5 % de l'espagnol en tant que LV2. Pour l'anglais, il s'agit de calculer « 65 % de 360 ». On fait donc un tableau de proportionnalité :

Élèves faisant allemand LV2	65	?
Nombre total d'élèves	100	360

Puisque $360 \div 100 = 3{,}6$, on peut calculer en faisant $65 \times 3{,}6 = 234$.

On en déduit que 234 élèves font de l'anglais en LV2.

■ **EXERCICE :** Calcule le nombre d'élèves faisant de l'allemand et de l'espagnol dans ce collège :

Solution : Allemand : 32,5% de 360 $= \frac{32{,}5}{100} \times 360 = 117$ élèves.

Espagnol : 2,5% de 360 $= \frac{2{,}5}{100} \times 360 = 9$ élèves (ou $360 - 234 - 117 = 9$).

RÈGLE (CALCULER UN POURCENTAGE)

Pour déterminer un pourcentage à partir d'une proportion, on procède de la manière suivante : par exemple, dans une entreprise de 585 salariés, 234 sont des femmes ; quel est le pourcentage de femmes dans cette entreprise ?

Nombre de femmes	?	234
Nombre total de salariés	100	585

Puisque $585 \div 100 = 5{,}85$, on peut calculer en faisant $234 \div 5{,}85 = 40$. Il y a donc 40% de femmes dans cette entreprise.

Exemple : Dans une classe de 25 élèves, 24 ont un téléphone portable. Calcule le pourcentage d'élèves ayant un téléphone portable.

Solution :

a) On écrit ce qu'on cherche dans un tableau de proportionnalité (on cherche un pourcentage, c'est-à-dire un nombre sur un total de 100) :

Nombres d'élèves ayant un portable	?	
Nombre total d'élèves	100	

b) On complète avec les données de l'énoncé :

Nombres d'élèves ayant un portable	?	24
Nombre total d'élèves	100	25

c) On calcule grâce au lien entre les colonnes : en effet, puisque $25 \times 4 = 100$, on calcule en faisant $24 \times 4 = 96$.

d) Conclusion : 96% des élèves de cette classe possèdent un téléphone portable.

4 Représentation graphique

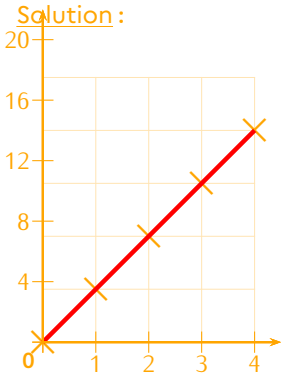
RÈGLE

Si on représente une situation de proportionnalité dans un repère, alors on obtient des points alignés avec l'origine du repère.

Exemple : Le périmètre $\mathscr{P}$ d'un carré est proportionnel à son côté c puisqu'on a $\mathscr{P} = 4 \times c$.

Représente graphiquement le périmètre en fonction du côté :

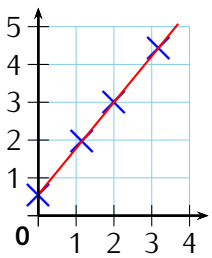
Solution :

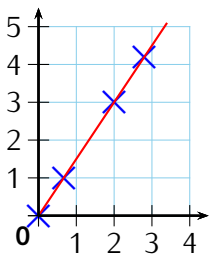


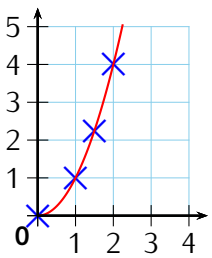
RÈGLE

Si une situation est représentée par des points alignés avec l'origine du repère alors c'est une situation de proportionnalité.

Exemples : Ces graphiques représentent-ils des situations de proportionnalité ? Justifie.







Solution :

Graphique de gauche : NON car les points forment une droite, mais ne passant pas par l'origine.

Graphique du milieu : OUI car les points forment une droite passant par l'origine.

Graphique de droite : NON car les points ne forment pas une droite.

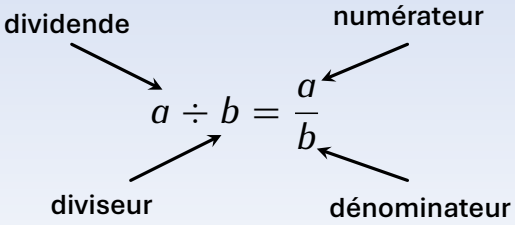
SÉQUENCE XI

Fractions

1 Vocabulaire

1 Fraction et quotient

Exemple : Le quotient de $3{,}5$ par 2 est le résultat de la division de $3{,}5$ par 2. On le note $3{,}5 \div 2 = \dfrac{3{,}5}{2} = 1{,}75$.



$\dfrac{3{,}5}{2}$ est l'écriture fractionnaire et $1{,}75$ est l'écriture décimale.

Une écriture fractionnaire donne un nombre rationnel.

2 Fraction et produit

DÉFINITION

La fraction $\dfrac{a}{b}$ est la solution de l'opération à trou (avec a et b des nombres entiers) : $b \times \square = a$.

Exemple : Le nombre $\dfrac{5}{6}$ est le nombre qui multiplié par 6 donne 5 (car $6 \times \dfrac{5}{6} = 5$).

3 Nombre entier, nombre rationnel et nombre décimal

Exemples :

- $\dfrac{35}{7} = 35 \div 7 = 5$ — $\dfrac{35}{7}$ est un nombre rationnel qui est un nombre entier.
- $\dfrac{15}{4} = 15 \div 4 = 3{,}75$ — $\dfrac{15}{4}$ est un nombre rationnel qui est un nombre décimal.
- $\dfrac{10}{3} = 10 \div 3 \approx 3{,}3333333\ldots$ — $\dfrac{10}{3}$ n'est pas un nombre décimal car la division ne se termine pas.

  On ne peut donc pas donner une valeur exacte du quotient $\dfrac{10}{3}$.

  On ne peut en donner qu'une valeur approchée : $\dfrac{10}{3} \approx 3{,}33$ (valeur approchée au centième).

2 Proportion

Exemple : Dans le mot «FRACTION», 5 lettres sur les 8 sont des consonnes. On dit que la proportion (ou la fréquence) de consonnes du mot «FRACTION» est $\frac{5}{8}$.

$\frac{5}{8} = 5 \div 8 = 0{,}625 = \frac{62{,}5}{100}$, donc cette fréquence peut aussi s'exprimer par le pourcentage $62{,}5\%$.

DÉFINITION

L'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire $\frac{a}{b}$ où a est un nombre relatif et b un nombre relatif non nul est appelé l'ensemble des nombres rationnels.

Rappel : lorsque a et b sont des nombres entiers, on parle de fraction, sinon on parle de quotient.

Exemples :

- $\frac{4}{5}$ est une fraction. 4 est le numérateur et 5 est le dénominateur.
- $\frac{6{,}5}{8}$ n'est pas une fraction, c'est une écriture fractionnaire (ou un quotient).

Remarque

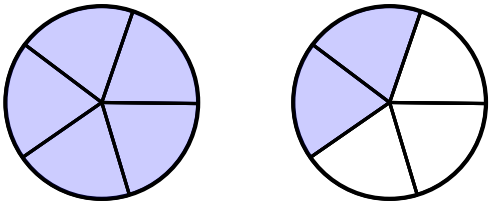
Les nombres décimaux et les nombres relatifs sont des nombres rationnels car on peut toujours les écrire sous la forme d'une fraction (grâce à la règle d'or vue en 6e). Par exemple : $-2{,}35 = \frac{-2{,}35}{1} = \frac{-235}{100}$.

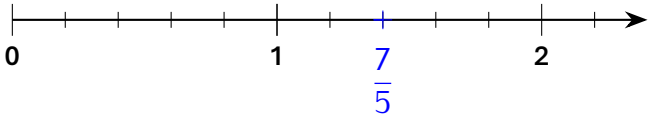
DIFFÉRENTS SENS DE L'ÉCRITURE FRACTIONNAIRE

La fraction $\frac{7}{5}$ se lit « sept cinquièmes ». Cette fraction est égale :

- à 7 fois un cinquième car $\frac{7}{5} = 7 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times 7$,
- au quotient de 7 par 5 car $\frac{7}{5} = 7 \div 5$,
- au nombre qui multiplié par 5 donne 7 car $7 = 5 \times \frac{7}{5} = \frac{7}{5} \times 5$,
- au nombre $1 + \frac{2}{5}$.

On peut aussi représenter cette fraction de plusieurs façon, par exemple :





Remarque (rappel)

Lorsque le dénominateur est égal à 10, 100, 1000, ... on dit que c'est une fraction décimale, par exemple $\frac{93}{100}$ ou $\frac{6}{10}$.

3 Quotients égaux

CRITÈRES DE DIVISIBILITÉ (RAPPELS)

- Un nombre est divisible par 2 si son chiffre des unités est pair (il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8).
- Un nombre est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- Un nombre est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0.

« RÈGLE D'OR » DES QUOTIENTS

On ne change pas un quotient en multipliant (ou en divisant) son numérateur ET son dénominateur par un même nombre non nul.

Exemple : $\frac{1}{2,2} \overset{\times 5}{=} \frac{5}{11}$, que l'on peut aussi écrire $\frac{1}{2,2} = \frac{1 \times 5}{2,2 \times 5} = \frac{5}{11}$, ou encore $\frac{48}{28} \overset{\div 4}{=} \frac{12}{7}$.

1 Simplifier une fraction

DÉFINITION

Simplifier une fraction, c'est écrire une fraction qui lui est égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petit (attention donc à ne pas tomber sur un nombre à virgule !).

Exemple : Simplifier les fractions $A = \frac{15}{20}$; $B = \frac{8}{6}$; $C = \frac{32}{24}$; $D = \frac{160}{280}$; $E = \frac{14}{49}$; $F = \frac{56}{16}$; $G = \frac{35}{45}$; $H = \frac{88}{33}$ et $I = \frac{8}{2}$:

Solution : $A = \frac{3}{4}$; $B = C = \frac{4}{3}$; $D = \frac{4}{7}$; $E = \frac{2}{7}$; $F = \frac{7}{2}$; $G = \frac{7}{9}$; $H = \frac{8}{3}$ et $I = \frac{4}{1} = 4$

Remarque

Aucun autre nombre que 1 ne divise à la fois 3 et 4, la fraction $\frac{3}{4}$ ne peut plus être simplifiée. On dit que cette fraction est irréductible.

2 Division par un nombre décimal

PROPRIÉTÉ

Pour diviser par un nombre décimal non entier, on se ramène à la division par un nombre entier en multipliant le dividende et le diviseur par 10 ou par 100 ou par 1 000 ...

Exemple : Calculer $3,57 \div 1,4$:

Solution : $3,57 \div 1,4 = \frac{3,57}{1,4} = \frac{3,57 \times 10}{1,4 \times 10} = \frac{35,7}{14}$. Il ne reste alors qu'à poser la division pour conclure ($= 2,55$).

4 Comparer ou ranger des fractions

PROPRIÉTÉ

Pour comparer ou ranger plusieurs fractions, il faut d'abord qu'elles soient sur le même dénominateur (quitte à utiliser la « règle d'or »). Elles sont alors rangées dans le même ordre que leurs numérateurs.

Exemple : Comparer les fractions suivantes :

- $\frac{3}{5}$ et $\frac{8}{5}$: $3 < 8$, donc $\frac{3}{5} < \frac{8}{5}$.
- $\frac{3}{8}$ et $\frac{1}{4}$: $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ et $3 > 2$, donc $\frac{3}{8} > \frac{2}{8}$, c'est-à-dire $\frac{3}{8} > \frac{1}{4}$.
- $\frac{5}{9}$ et $\frac{2}{3}$: $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$ et $5 < 6$, donc $\frac{5}{9} < \frac{6}{9}$, c'est-à-dire $\frac{5}{9} < \frac{2}{3}$.

EXERCICE : Range les fractions suivantes dans l'ordre croissant :

$$\frac{13}{20} \ ; \ \frac{7}{10} \ ; \ \frac{9}{4} \ ; \ \frac{2}{5} \text{ et } \frac{1}{2}.$$

Solution : Puisque $\frac{13}{20} = \frac{13}{20}$ (pas besoin de transformer cette fraction puisque c'est déjà celle qui a le plus grand dénominateur), $\frac{7}{10} = \frac{14}{20}$, $\frac{9}{4} = \frac{45}{20}$, $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ et $\frac{1}{2} = \frac{10}{20}$ et aussi $\frac{8}{20} < \frac{10}{20} < \frac{13}{20} < \frac{14}{20} < \frac{45}{20}$, on a donc finalement que :

$$\frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{13}{20} < \frac{7}{10} < \frac{9}{4}.$$

SÉQUENCE XII

Statistiques

1 Vocabulaire

DÉFINITIONS

Une série statistique est un ensemble de données récoltées auprès des individus qui forment la population. Pour créer une série statistique, il suffit donc de choisir une question, de la poser à plusieurs personnes et de recueillir les résultats.

Voici cinq exemples de séries statistiques, utilisés tout au long de cette séquence :

A	B	C	D	E
On a demandé à 20 élèves de cinquième (c'est la population) de donner leur couleur préférée : B - V - J - B - R - B - O - J - V - V - B - O - B - V - O - B - R - J - V - B	On a demandé aux élèves d'une classe combien ils avaient de télés chez eux. Voici les réponses : 1-0-1-2-2-4-1-5-1-3-0-2-3-1-0-3-3-4-2-1-1-0-2-2-3	Alain Provist jette un dé classique et note le numéro à chaque lancer. Il lance ce dé 30 fois : 3-1-6-2-2-1-4-5-1-4-6-3-2-3-3-5-5-6-1-2-6-1-2-1-4-3-3-4-3-6	Voici les notes (sur 10) obtenues au dernier contrôle de la classe d'Olive Rogne : 6-7-2-4-7-4-10-7-4-4-10-2-5-5-4-6-6-7-6-7	Un élève a demandé à 25 personnes à l'arrêt de bus quel était leur sport favori : football → 8 ; basket → 4 ; rugby → 2 ; gymnastique → 6 et danse → 5

DÉFINITIONS

- **L'effectif d'une valeur est le nombre de fois que cette valeur apparaît dans la série.**
- **L'effectif total est le nombre total de données.**
- **La fréquence d'une valeur est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total. On peut la laisser sous forme de fraction, mais aussi donner sa valeur décimale (si elle existe) ou le pourcentage.**
- **Un tableau d'effectifs permet de regrouper toutes ces valeurs.**

Exemple : Prenons l'exemple A :

- Il y a **cinq** valeurs dans cette série statistique : **bleu**, **vert**, **jaune**, **rouge** et **orange**.
- L'effectif de la valeur **bleu** est **7** (car le bleu apparaît 7 fois ; autrement dit, 7 personnes différentes ont choisi le bleu comme couleur préférée). Les effectifs des valeurs **vert**, **jaune**, **rouge** et **orange** sont respectivement de **5, 3, 2** et **3**.
- L'effectif total est **20** car 20 personnes ont été interrogées (et ça tombe bien, car $7+5+3+2+3=20$!).
- La fréquence de la valeur **bleu** vaut $\frac{7}{20}=0{,}35=35\,\%$. Les fréquences des valeurs **vert**, **jaune**, **rouge** et

orange sont respectivement égales à **25 %, 15 %, 10 %** et **15 %**.

◇ Tous ces calculs peuvent être faits de tête ou à la calculatrice sans souci, l'essentiel est d'arriver au tableau d'effectifs :

Couleur	Bleu	Vert	Jaune	Rouge	Orange	Total
Effectifs	7	5	3	2	3	20
Fréquence (écriture fractionnaire)	$\frac{7}{20}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{20}{20}$
Fréquence (écriture décimale)	0,35	0,25	0,15	0,1	0,15	1
Fréquence (pourcentage)	35 %	25 %	15 %	10 %	15 %	100 %

Remarques

◊ Il faut toujours vérifier que la somme des effectifs donne bien l'effectif total.

◊ On peut noter une fréquence par une écriture fractionnaire, par une écriture décimale ou par un pourcentage. L'écriture décimale s'obtient en effectuant le calcul du quotient, le pourcentage s'obtient en multipliant l'écriture décimale par 100. Attention toutefois : dans certains cas, il sera nécessaire d'arrondir.

La fréquence de « Bleu » est égale à : $\frac{7}{20}$ (écriture fractionnaire) $=$ 0,35 (écriture décimale) $=$ 35%. (pourcentage)

■ **EXERCICE :** Pour chaque série statistique B, C et E, complète son tableau d'effectifs (en faisant les calculs nécessaires dans ton cahier d'exercices) :

B →

Nombre de télés	0	1	2	3	4	5	Total
Effectifs	4	7	6	5	2	1	25
Fréquence (écriture fractionnaire)	$\frac{4}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{5}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{25}{25}$
Fréquence (écriture décimale)	0,16	0,28	0,24	0,2	0,08	0,04	1
Fréquence (pourcentage)	16	28	24	20	8	4	100

C →

Numéro sur le dé	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	6	5	7	4	3	5	30
Fréquence (écriture fractionnaire)	$\frac{6}{30}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{3}{30}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{30}{30}$
Fréquence (écriture décimale)	0,2	0,1$\overline{7}$	0,23	0,13	0,1	0,1$\overline{7}$	1
Fréquence (pourcentage)	20	17	23	13	10	17	100

E →

Sports favoris	Football	Basket	Rugby	Gymnastique	Danse	Total
Effectifs	8	4	2	6	5	25
Fréquence (écriture fractionnaire)	$\frac{8}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{5}{25}$	$\frac{25}{25}$
Fréquence (écriture décimale)	0,32	0,16	0,08	0,24	0,2	1
Fréquence (pourcentage)	32	16	8	24	20	100

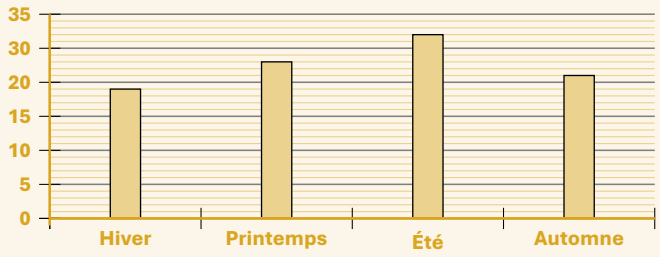
2 Construire un graphique

RÈGLE

Pour construire un *diagramme en bâtons*, il faut que chaque rectangle ait une hauteur égale à son effectif ou sa fréquence.

ATTENTION !!!

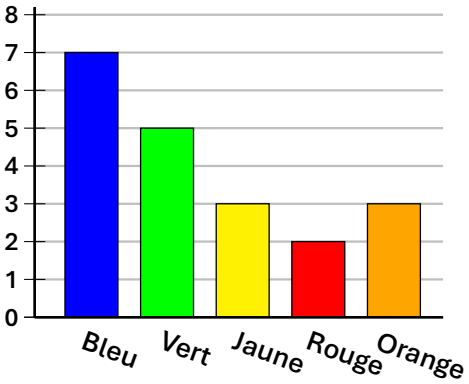
ATTENTION à l'axe des ordonnées : les valeurs doivent être régulièrement réparties, comme dans un repère. Voici par exemple un diagramme en bâtons :



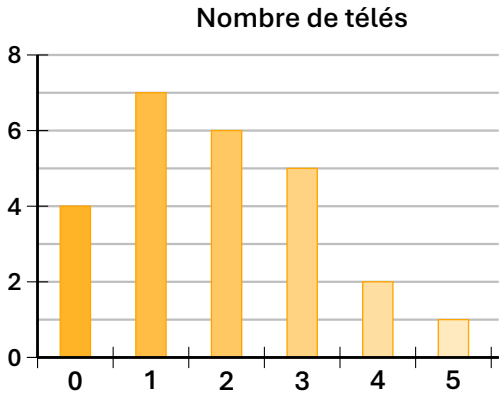
Ce diagramme en bâtons est FAUX !
Mais pourquoi ?

Solution : Parce qu'on compte de 5 en 5 sur l'axe des ordonnées, sauf de 20 à 30 : c'est incohérent !!

Exemple : Voici le diagramme en bâtons correspondant à l'exemple A :



EXERCICE : Construis le diagramme en bâtons de l'exemple B :



RÈGLE

Pour construire un *diagramme circulaire*, il faut ajouter une ligne « Angles (en °) » au tableau (et éventuellement une colonne « Total » si elle n'y est pas déjà), afin de calculer les angles de chaque valeur en utilisant la proportionnalité, sachant que « fréquence (en %) $\times 3{,}6$ = angle ».

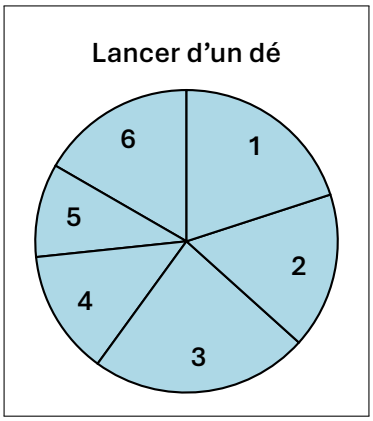
Exemple :

On reprend le tableau de l'exemple C fait à l'exercice 2 :

Numéro sur le dé	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	6	5	7	4	3	5	30
Fréquence (en %)	20	16,7	23,3	13,3	10	16,7	100
Angle (en °)	72	60	84	48	36	60	360

$\times 3{,}6$

Voici ci-contre le diagramme circulaire correspondant :



Remarque

Lorsqu'on n'a pas les fréquences, le cœfficient multiplicateur permettant de passer directement des effectifs aux angles est égal à « $360 \div$ effectif total », qui peut même rester une fraction : c'est par ce nombre qu'on multiplie toutes les valeurs pour obtenir les angles correspondants.

Dans notre exemple, $\dfrac{360}{\text{effectif total}} = \dfrac{360}{30} = \dfrac{36}{3} = \dfrac{12}{1} = 12$.

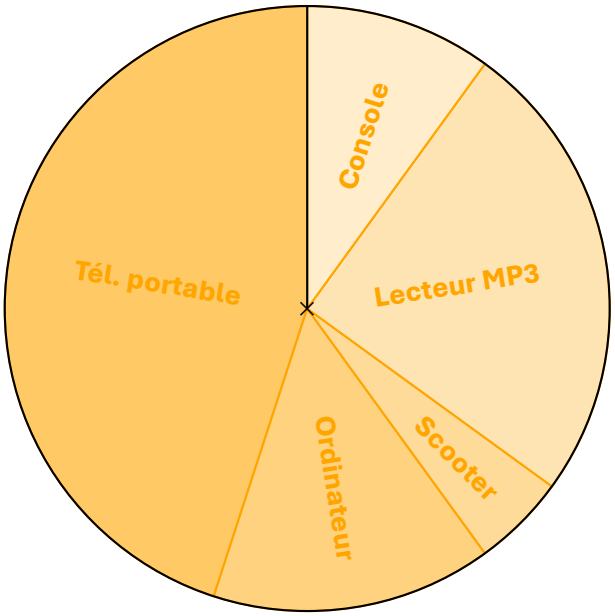
EXERCICE : On a demandé à 20 enfants ce qui leur ferait plaisir à Noël parmi les cinq choix possibles :

	Console	Lecteur MP3	Scooter	Ordinateur	Téléphone portable
Effectifs	2	5	1	3	9
Fréquence (en %)	10	25	5	15	45
Angles (en °)	36	90	18	54	162

a) Complète le tableau ci-dessus, en commençant par la ligne des fréquences. *Attention : pour bien terminer cette question, il faudra sûrement rajouter une colonne…*

b) Construis le diagramme circulaire correspondant à cette situation, à l'aide de ton rapporteur :

Idées de cadeaux de Noël



SÉQUENCE XIII

Opérations sur les fractions

1 Additions et soustractions de fractions

Comme vu en 6e, le dénominateur d'une fraction peut se remplacer par n'importe quel mot, par exemple « crayon ». Cela permettait de comprendre qu'une addition (ou soustraction) de fractions n'est possible que lorsqu'elles ont le même dénominateur :

MÉTHODE (fractions de même dénominateur)

$$\frac{a}{D}+\frac{b}{D}=\frac{a+b}{D}.$$

Par exemple : $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=2$ **crayons** $+3$ **crayons** $=5$ **crayons** $=\frac{5}{7}$

Remarque : vérifier le résultat à la calculatrice ; elle permet aussi d'obtenir la fraction irréductible.

Exemple : Complète les calculs suivants :

a) $\frac{12}{7}-\frac{6}{7}=\frac{12-6}{7}=\frac{6}{7}$.

b) $\frac{2}{9}+\frac{4}{9}=\frac{2+4}{9}=\frac{6}{9}=\frac{2\times\cancel{3}}{3\times\cancel{3}}=\frac{2}{3}$.

Lorsque les dénominateurs sont différents, la seule solution consiste donc à appliquer la "règle d'or" pour les modifier afin qu'elles aient le même dénominateur, AVANT de les additionner ou les soustraire :

MÉTHODE (fractions de dénominateurs différents)

$A = \frac{5}{6}+\frac{1}{4}$

$A = \frac{5\times 2}{6\times 2}+\frac{1\times 3}{4\times 3}$ — **le premier multiple commun aux dénominateurs 6 et 4 est 12, on utilise donc $2\times$ la "règle d'or"**

$A = \frac{10}{12}+\frac{6}{12}$

$A = \frac{10+6}{12}$ ← **on additionne (ou soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun (on n'est pas obligé d'écrire cette étape)**

$A = \frac{16}{12}=\frac{4}{3}$.

Exemple : Complète les exemples suivants :

$A = \frac{8}{9} + \frac{7}{5} = \frac{8 \times 5}{9 \times 5} + \frac{7 \times 9}{5 \times 9}$
$= \frac{40}{45} + \frac{63}{45} = \frac{103}{45}$

$B = \frac{5}{7} - \frac{1}{3} = \frac{5 \times 3}{7 \times 3} - \frac{1 \times 7}{3 \times 7}$
$= \frac{15}{21} - \frac{7}{21} = \frac{8}{21}$

$C = \frac{2}{7} + \frac{8}{14} = \frac{2 \times 2}{7 \times 2} + \frac{8}{14}$
$= \frac{4}{14} + \frac{8}{14} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$

2 Produit d'un nombre par une fraction

PROPRIÉTÉ

Il existe trois façons de multiplier un nombre quelconque a par la fraction $\frac{b}{c}$ (avec $c \neq 0$) :

$$a \times \frac{b}{c} = \underbrace{\frac{b}{c} \times a}_{❶} = \underbrace{\frac{a}{c} \times b}_{❷} = \underbrace{\frac{a \times b}{c}}_{❸}.$$

❶ on calcule le quotient de b par c, et on multiplie le résultat par a.
❷ on calcule le quotient de a par c, et on multiplie le résultat par b.
❸ on calcule le produit de a par b, puis on divise le résultat par c.

De plus, le mot français « de » se traduit mathématiquement par un « × » : on pourra ainsi calculer la fraction d'une quantité (❶).

Remarques

- Les trois calculs donneront le même résultat, mais un calcul sera plus pertinent qu'un autre en fonction de la situation rencontrée : par exemple, pour calculer $21 \times \frac{4}{7}$, on peut remarquer que 21 est un multiple de 7, donc on va choisir la méthode ❷ : $(21 \div 7) \times 4 = 3 \times 4 = 12$.
- La fin de cette propriété (calculer la fraction d'une quantité, donc $\frac{a}{b} \times c$) sera énormément utilisée dans la résolution de problèmes.

Exemples :

★ Les $\frac{2}{3}$ de 60 € représentent donc $\frac{2}{3} \times 60 = \frac{2 \times 60}{3} = \frac{120}{3} = 40$ €.

★ Un professeur a fait un contrôle qui a duré les $\frac{3}{8}$ de l'heure. Sachant qu'une heure représente 60 minutes, le contrôle a donc duré $\frac{3}{8} \times 60$ min $= \frac{3 \times 60}{8} = \frac{180}{8} = 22{,}5$ min, soit 22 min et 30 s.

À LA CALCULATRICE ($\frac{3}{8}$ DE 20€)

Pour calculer la fraction d'une quantité, on tape : ③ ▤ ⑧ > ⊗ ② ⓪ EXE. La calculatrice affiche alors $\frac{15}{2}$.

En appuyant sur ⬆ EXE, on obtient alors 7,5 : les $\frac{3}{8}$ de 20 € représentent donc 7,50 €.

SÉQUENCE XIV

Moyenne

1 Définition

La moyenne est un indicateur statistique qui ne peut être calculé que si la série porte sur des nombres.

DÉFINITION

Quand les valeurs d'une série statistique représentent des nombres partagés entre les individus, on appelle moyenne, généralement notée $\overline{m}$, la valeur qu'aurait chaque individu si le partage était équitable.

2 Calcul

MÉTHODE (calculer une moyenne)

Calculer la moyenne de la liste suivante : 12 ; 15 ; 17 ; 20 ; 14 ; 18.

Réponse : au numérateur, on additionne toutes les valeurs de la liste.

$$\overline{m} = \frac{12+15+17+20+14+18}{6}$$

au dénominateur, c'est le nombre de valeurs dans la liste.

$$\overline{m} = \frac{96}{6}$$

on calcule l'addition au numérateur.

$$\overline{m} = 16$$

on calcule la fraction, qui correspond à une division.

Remarque

La moyenne est toujours comprise entre la plus petite et la plus grande valeur de la liste. Cela permet d'éviter des erreurs de saisie à la calculatrice (notamment de priorité...)

Exemple : Il y a eu trois contrôles depuis le début de l'année, et Jared a eu respectivement 11/20, 15/20 et 14,5/20. Sa moyenne vaut alors $\overline{m} = \frac{11+15+14{,}5}{3} = \frac{40{,}5}{3} = 13{,}5$.

■ **EXERCICE :** Calcule la moyenne de cette liste de nombres : 8 - 9 - 15 - 10 - 7 - 14 - 18 - 8 - 8 - 9 - 8 - 12 - 8 - 10 - 9 - 7 - 9 - 13 - 8 - 9 - 13 - 8 - 7 - 12 - 9.

Solution : La somme vaut 248. Divisée par le nombre de valeurs, c'est-à-dire par 25, on trouve exactement 9,92.

SÉQUENCE XV

Introduction aux puissances

1 La carré et le cube

DÉFINITIONS

Si x désigne un nombre quelconque, alors les nombres x^2 et x^3, qui se lisent respectivement « x au carré » et « x au cube », sont les nombres définis par :

$$x^2 = \underbrace{x \times x}_{\text{2 facteurs}} \quad \text{et} \quad x^3 = \underbrace{x \times x \times x}_{\text{3 facteurs}}.$$

Remarque : en 5e, nous nous limiterons à des nombres x positifs, les négatifs étant abordés dans le cas général vu en 4e.

Exemple : Calcule 11^2 ; 14^3 ; x^2 avec $x = 4$:

$11^2 = 11 \times 11 = 121$ $\quad$ $14^3 = 14 \times 14 \times 14 = 2\,744$ et $x^2 = 4^2 = 4 \times 4 = 16$.

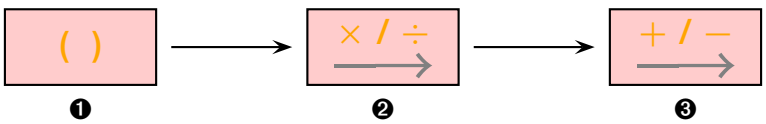
RÈGLE (CARRÉS PARFAITS)

Voici les 12 premiers carrés parfaits à connaître :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144

$\square^2$

Pour rappel, nous avons vu dans la séquence “Enchaînements d’opérations” (6) l’ordre des priorités, qui sera toujours valable :



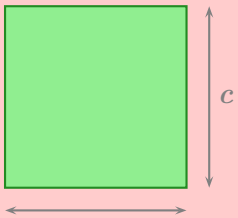
ATTENTION !!!

Pour éviter la complication liée aux carrés et cubes, il vaut mieux les détailler. S’il y a une parenthèse fermante juste devant, le carré et le cube s’appliquent à l’ensemble de la parenthèse !

2 Applications

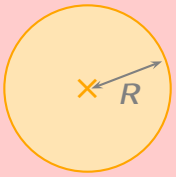
FORMULES D'AIRE

Carré



$\mathscr{A} = c \times c = c^2$

Disque



$\mathscr{A} = \pi \times R \times R = \pi R^2$

Exemple (aire de disques) : On va calculer l'aire d'un disque de rayon 3 cm puis celle d'un disque de diamètre 2 km, en arrondissant les réponses au dixième :

$\mathscr{A}_1 = \pi \times R^2$ ⟵ on recopie la formule
$\mathscr{A}_1 = \pi \times 3^2$ ⟵ on remplace par le rayon
$\mathscr{A}_1 = 9\pi$ ⟵ on tape le calcul à la calculatrice et on écrit ce qu'elle affiche
$\mathscr{A}_1 \approx 28{,}\underline{3}\ \text{cm}^2$ ⟵ on appuie sur ⬆ EXE, on arrondit (symbole $\approx$) et on écrit le résultat (sans oublier l'unité)

Pour l'autre disque (celui de diamètre 2 km) :
attention à bien déterminer le rayon avant : $R = D \div 2 = 2 \div 2 = 1$ km,
donc $\mathscr{A}_2 = \pi \times R^2 = \pi \times 1^2 = \pi\ \text{km}^2 \approx 3{,}1\ \text{km}^2$.

■ **EXERCICE (priorité) :** Calcule les expressions $A = 3 \times 5^2 - 7$ et $B = (3 \times 5)^2 - 7$, en détaillant les calculs :

Solution : $A = 3 \times \underline{5^2} - 7 = \underline{3 \times 25} - 7 = 75 - 7 = 68$ et $B = \underline{(3 \times 5)^2} - 7 = \underline{15^2} - 7 = 225 - 7 = 218$.

■ **EXERCICE (calcul littéral) :** Calcule les expressions $C = 3x^2 - 7$ et $D = (3x)^2 - 7$ pour $x = 3$, en détaillant les calculs :

Solution : $C = 3 \times \underline{3^2} - 7 = \underline{3 \times 9} - 7 = 27 - 7 = 20$ et $D = \underline{(3 \times 3)^2} - 7 = \underline{9^2} - 7 = 81 - 7 = 74$.

3 Cas général

DÉFINITIONS

Si x désigne un nombre quelconque qui est multiplié n fois par lui-même (avec n un entier positif), alors on utilise la notation :

$$x^n = \underbrace{x \times x \times \cdots \times x}_{n \text{ facteurs}}.$$

Remarque : le nombre n est alors appelé l'exposant ou la puissance de x.

SÉQUENCE XVI

Probabilités

1 Vocabulaire

♥ DÉFINITIONS

On appelle expérience aléatoire une expérience ayant plusieurs résultats possibles (= les issues) connus dès le départ, mais dont le résultat final ne peut pas être prédit.

Exemples :

- Le lancer d'un dé à 6 faces est une expérience aléatoire :
  Les 6 issues sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6. On ne peut cependant pas deviner sur quoi le dé va tomber.
- Lancer une pièce de monnaie est une expérience aléatoire :
  Les 2 issues sont pile ; face. On ne peut cependant pas deviner sur quelle face de la pièce elle va tomber.
- Tirer une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes est aussi une expérience aléatoire :
  Les 32 issues sont 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; V ; D et R, pour chacune des 4 couleurs ♥, ♦, ♠ et ♣. On ne peut évidemment pas deviner quelle carte sera piochée au hasard.

♥ DÉFINITIONS

On appelle événement une partie constituée d'une ou plusieurs issues de l'expérience aléatoire. De plus, l'événement est dit élémentaire s'il ne correspond qu'à une seule et unique issue.

Exemples :

- Pour le lancé d'un dé, « obtenir le chiffre 2 » ou « tomber sur le 6 » sont des événements élémentaires.
  « obtenir un multiple de 3 » est un événement (non élémentaire) réalisé par 2 issues.
- Pour le tirage d'une carte dans un jeu de 32 cartes, « tomber sur l'as de ♥ » ou « obtenir le 9 de ♣ » sont des événements élémentaires.
  « tomber sur une figure rouge » (une figure est un valet, une dame ou un roi) est un événement qui n'est pas élémentaire puisqu'il est réalisé par plusieurs cartes (V♥, D♥, R♥, V♦, D♦ et R♦).

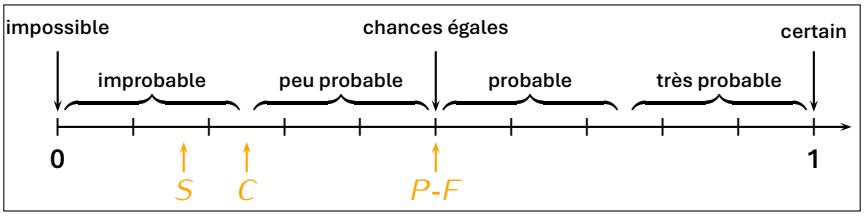
2 Notion de probabilité

DÉFINITIONS

On appelle probabilité d'un événement la mesure des chances que cet événement se réalise. C'est un nombre compris entre 0 et 1 (ou entre 0 % et 100 %). Plus ce nombre s'approche de 1 (ou de 100 %), plus l'événement associé a de chances de se réaliser.

Mathématiquement, si A désigne un événement, alors on note $p(A)$ la probabilité qu'il se réalise.

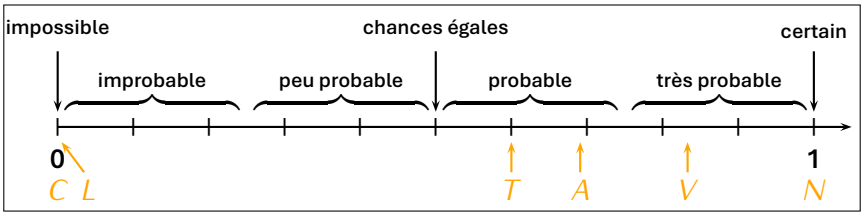
Exemples : On a vu en 6e qu'on peut utiliser une échelle de probabilités : si l'on note P l'événement «tomber sur pile», F l'événement «tomber sur face», S l'événement «tomber sur 6» et C l'événement «tirer une carte ♥» de ces exemples, alors le placement sur l'échelle de probabilités donne :



Remarque

On peut constater que les événements sont toujours écrits entre guillemets lorsqu'ils sont définis, et la lettre attribuée permet souvent de mieux retenir l'événement en question…

■ **EXERCICE :** Voici une échelle de probabilité :



Place dessus les lettres des événements suivants :

a) N : «Noël aura lieu le 25 décembre cette année.»
b) T : «Un élève aura un tee-shirt blanc à la rentrée de septembre.»
c) L : «Trouver la bonne combinaison au Loto.»
d) V : «On tombe sur une voyelle en lançant un dé sur lequel on met les lettres du mot "OISEAU".»
e) A : «Deux camarades d'une classe de 29 élèves ont leur anniversaire le même jour.»
f) C : «Un contrôle de maths a eu lieu le 30 février dernier.»

Solution : certain ; probable ; (très) improbable (1 chance sur 19 068 840) ; très probable ($\approx$ 83 %) ; probable (paradoxe des anniversaires pour 29 élèves : $\approx$ 68,097 %) ; impossible.

3 Calculs de probabilités

PROPRIÉTÉ

Lorsqu'on peut compter tous les cas qui permettent de réaliser un événement A, alors sa probabilité est donnée par la formule :

$$p(A) = \frac{\text{nombre de cas réalisant } A}{\text{nombre total de cas possibles}}$$

Remarque : les probabilités seront donc des **fractions** *de dénominateur 2 pour le lancé d'une pièce, 6 pour le lancé d'un dé, 32 pour un tirage d'une carte dans un jeu de 32 cartes, ... Puisqu'il s'agit de* **fractions**, *il faudra simplifier* **si possible** *!*

Dans la pratique, il suffira juste de savoir compter le nombre d'issues qui réalisent l'événement, puis de diviser par le nombre total d'issues de l'expérience aléatoire.

RÈGLE

En répétant une même expérience aléatoire un très grand nombre de fois, la fréquence d'apparition d'un événement se rapproche de sa probabilité théorique.

Exemple : On lance un dé équilibré d'abord 100 fois, puis 10 000 (à l'aide d'un tableur). Voici les résultats :

100 lancers :

Issue	1	2	3	4	5	6	Total
Effectif	12	18	15	18	16	21	100
Fréquence	0,12	0,18	0,15	0,18	0,16	0,21	1

10 000 lancers :

Issue	1	2	3	4	5	6	Total
Effectif	1 735	1 616	1 632	1 661	1 694	1 662	10 000
Fréquence	0,1735	0,1616	0,1632	,.1661	0,1694	0,1662	1

La probabilité de chaque événement élémentaire vaut $\frac{1}{6} \approx 0{,}1667$.

On constate effectivement que plus le nombre de lancers augmente, plus la fréquence d'apparition de chaque issue se rapproche de cette probabilité.

SÉQUENCE XVII

Équations

1 Généralités sur les équations

DÉFINITIONS

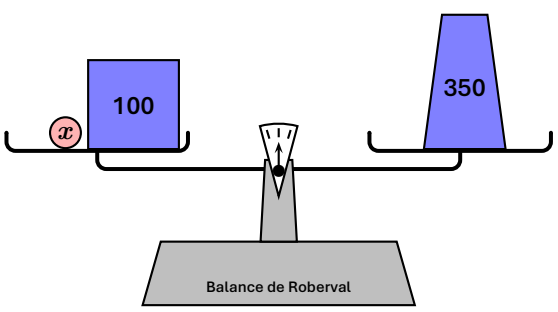
★ Une **équation** est une égalité dans laquelle se trouve au moins un nombre inconnu représenté par une lettre (l'**inconnue**, souvent x).
Une équation peut donc être vraie ou fausse, selon les valeurs choisies pour la variable.

★ **Résoudre** une équation, c'est trouver toutes les valeurs qui rendent l'équation vraie.

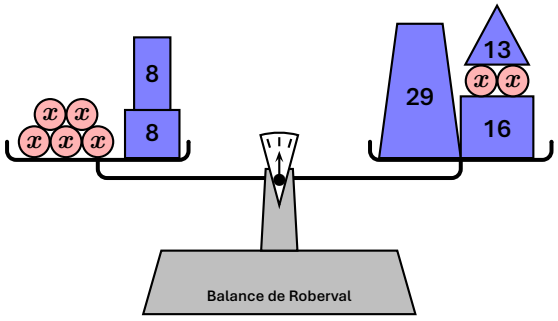
« PRINCIPE DE LA BALANCE (PDLB) »

On ne modifie pas les solutions d'une équation en additionnant, en soustrayant, en multipliant, ou en divisant par un même nombre non nul, des deux côtés de l'égalité.

Selon les équations à résoudre, il y aura toujours au moins un PDLB à appliquer. Nous commencerons évidemment par une initiation avec des équations faciles, mais avant de voir la résolution de deux types d'équations, sauras-tu trouver la solution à ces équations ?



$\Rightarrow x = 250$



$\Rightarrow x = 14$

2 Tests d'égalité

Si vraiment un élève n'arrivait pas à résoudre une équation, il pourra effectuer des tests d'égalité à la place :

MÉTHODE (tester une égalité)

❶ **On choisit une valeur de x.**
❷ **On remplace, si nécessaire, x par cette valeur dans le membre de gauche, et on calcule.**
❸ **On remplace, si nécessaire, x par cette valeur dans le membre de droite, et on calcule.**
❹ **On confronte les résultats : s'ils sont identiques, alors on a trouvé la bonne valeur de x ; sinon, on recommence les étapes ❶ à ❸ avec (évidemment) une autre valeur de x.**

Exemple 1 : Trouve la solution de l'équation $2x + 7 = 2$ en testant plusieurs valeurs de x :

Choix de x	Gauche	Droite	Égalité ?	x est solution ?
$x = 0$	$2x + 7 = 2 \times 0 + 7 = 7$	2	non	✖
$x = 1$	$2x + 7 = 2 \times 1 + 7 = 9$	2	non	✖
$x = -3$	$2x + 7 = 2 \times (-3) + 7 = 1$	2	non	✖
$x = -2{,}5$	$2x + 7 = 2 \times (-2{,}5) + 7 = 2$	2	oui	✔

Exemple 2 : Trouve la solution de l'équation $4x + 15 = 6x - 7$ en testant plusieurs valeurs de x :

Choix de x	Gauche	Droite	Égalité ?	x est solution ?
$x = 0$	$4x + 15 = 4 \times 0 + 15 = 15$	$6x - 7 = 6 \times 0 - 7 = -7$	non	✖
$x = 10$	$4x + 15 = 4 \times 10 + 15 = 55$	$6x - 7 = 6 \times 10 - 7 = 53$	non	✖
$x = 11$	$4x + 15 = 4 \times 11 + 15 = 59$	$6x - 7 = 6 \times 11 - 7 = 59$	oui	✔

Remarque

Si on demande de tester une égalité pour une valeur donnée de x, une seule ligne suffit : on conclut que l'égalité est soit vraie, soit fausse !

3 Méthode générale de résolution

Le but d'une équation est de trouver la valeur cachée derrière la lettre x. Tout ce qui est autour de ce x est donc gênant et doit partir ! Deux cas sont alors à distinguer en 5e :

MÉTHODE (équation du type « $x + a = b$ »)

On applique le principe de la balance en faisant « $-a$ » des deux côtés :

$x + a = b \quad \rightarrow x + \cancel{a} - \cancel{a} = b - a \rightarrow x = b - a.$

Remarque : si c'est un "$-$" dans l'équation, on fera "$+a$ des deux côtés.

MÉTHODE (équation du type « $ax = b$ »)

On applique le principe de la balance en faisant « $\div a$ » des deux côtés :

$ax = b \rightarrow \dfrac{\cancel{a}x}{\cancel{a}} = \dfrac{b}{a} \rightarrow x = \dfrac{b}{a}.$

Remarque : si c'est un "$\div$" dans l'équation (cas très rare), on fera "$\times a$ des deux côtés.

Exemple (équations du type $x + a = b$) : Résous les équations suivantes :

$x + 6{,}2 = 15{,}5$:

$$x + 6{,}2 = 15{,}5$$
$$x + 6{,}2 - 6{,}2 = 15{,}5 - 6{,}2$$
$$x = 9{,}3$$

$x - 5 = 7{,}8$:

$$x - 5 = 7{,}8$$
$$x - 5 + 5 = 7{,}8 + 5$$
$$x = 12{,}8$$

$x + 14 = 11$:

$$x + 14 = 11$$
$$x + 14 - 14 = 11 - 14$$
$$x = -3$$

Exemple (équations du type $ax = b$) : Résous les équations suivantes :

$8x = 48$:

$$\frac{8x}{8} = \frac{48}{8}$$
$$x = \frac{48}{8}$$
$$x = 6$$

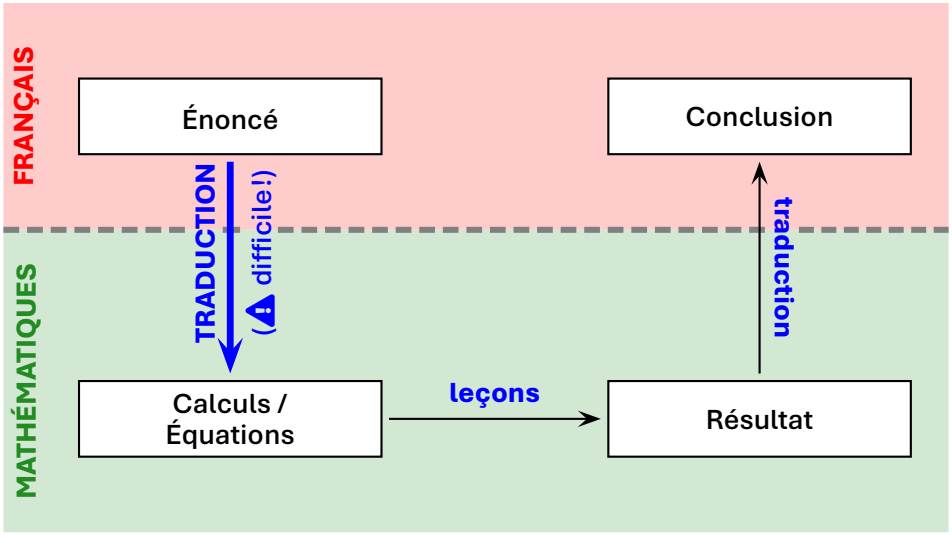
$7x = 30$:

$$\frac{7x}{7} = \frac{30}{7}$$
$$x = \frac{30}{7}$$

$-9x = 24$:

$$\frac{-9x}{-9} = \frac{24}{-9}$$
$$x = \frac{24}{-9}$$
$$x = -\frac{8}{3}$$

4 Mise en équation



DÉFINITION

La mise en équation consiste à extraire les informations de l'énoncé afin d'aboutir à une équation.

SÉQUENCE XVIII

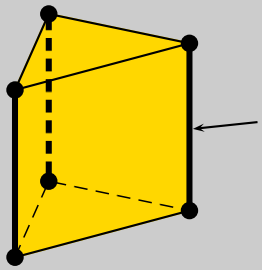
Espace

1 Prisme droit

DÉFINITIONS

Un prisme droit est un solide dont :

- **deux faces sont des polygones superposables et parallèles : on les appelle bases, et sont généralement dessinées "en haut" et "en bas" (on a souvent l'impression que le solide est posé sur sa base inférieure).**
- **les autres faces sont des rectangles "qui montent" : on les appelle faces latérales.**

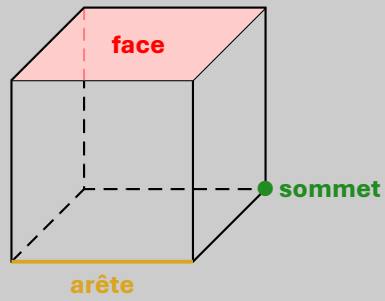


On considère le prisme à base triangulaire ci-contre.

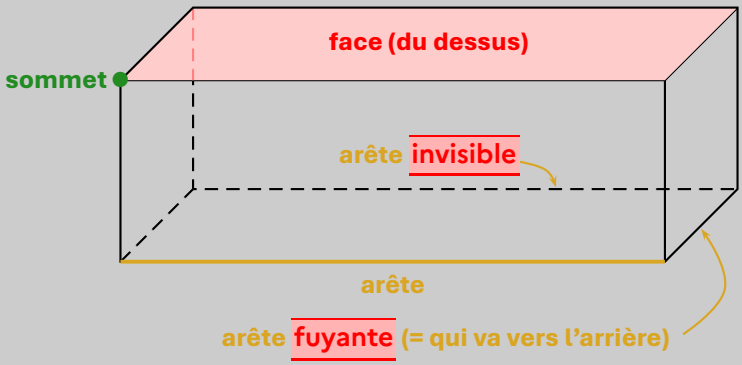
Les arêtes latérales qui joignent les deux bases (dessinées en gras) ont la même longueur, qui est du coup appelée hauteur du prisme.

Définitions complémentaires : Un pavé droit (ou un cube) est un prisme droit particulier, ayant des bases rectangulaires (ou carrées) :

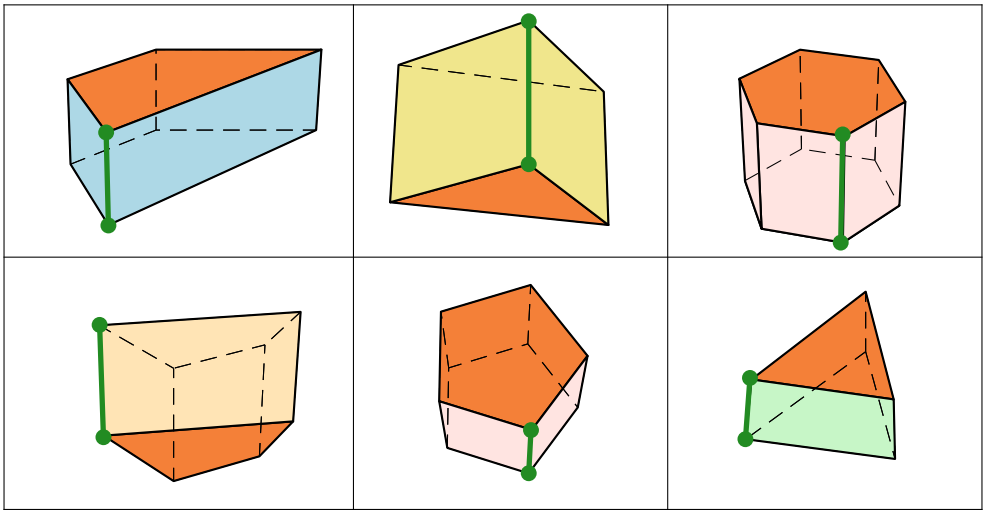
Cube



Parallélépipède (ou pavé droit)



Exemples : Chacun des solides suivants est un prisme, dont la base est respectivement un quadrilatère quelconque, un triangle, un hexagone, un autre quadrilatère quelconque, un pentagone et un triangle. Colorie une base en **rouge** et une hauteur en **vert** :



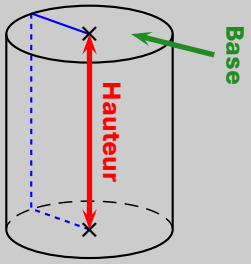
2 Cylindre de révolution

DÉFINITIONS

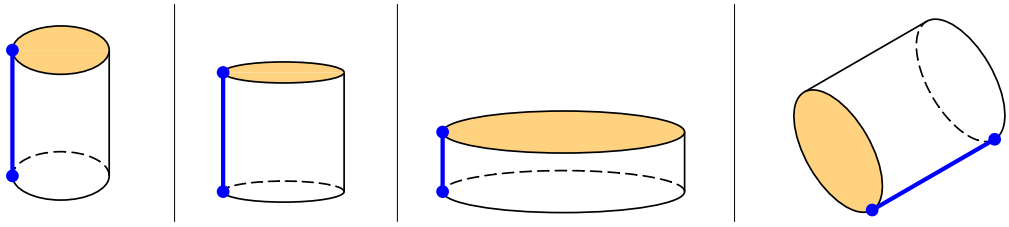
Un cylindre est le solide obtenu en faisant effectuer à un rectangle un tour autour d'un de ses côtés. Un cylindre de révolution est formé :

- **de faces parallèles qui sont des disques de même rayon : ce sont les bases.**
- **d'une surface courbe appelée la face latérale.**

La hauteur d'un cylindre de révolution est la longueur du segment joignant les centres des bases.



Exemples : Pour chaque cylindre, colorie la base *visible* en **rouge** et repasse en **bleu** une de ses hauteurs :



Remarque

Ce ne sont pas les seuls solides qui existent, voici tous les solides étudiés au collège :

cube	pavé droit	prisme	cylindre	pyramide	cône	boule ou sphère
6ème	5ème			4ème		3ème

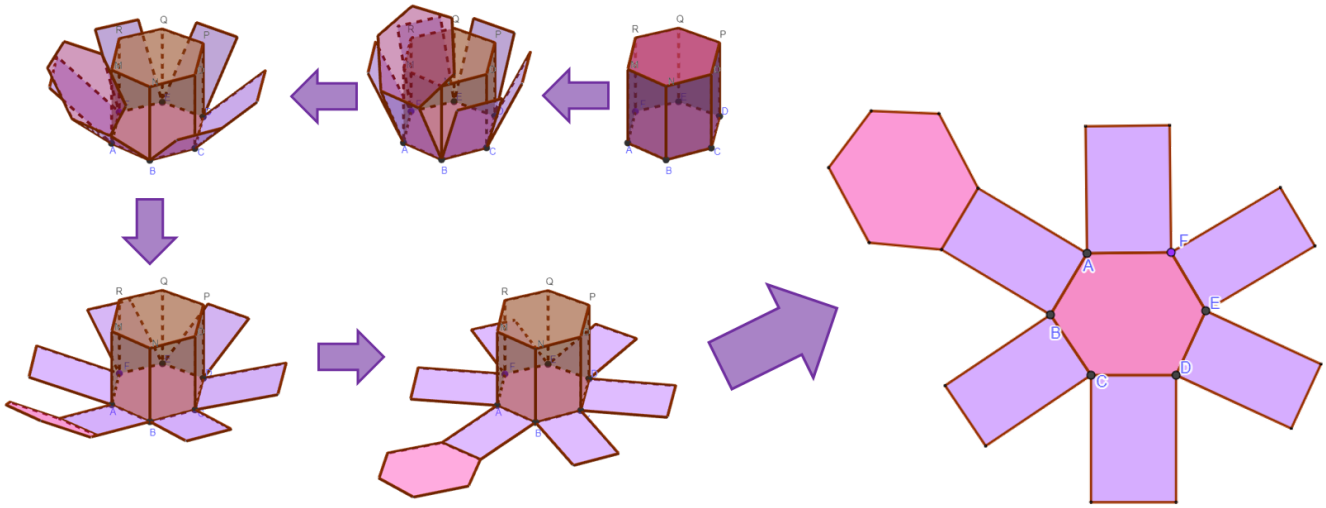
3 Patrons

DÉFINITION

Un patron d'un solide est un dessin qui permet, après découpage et pliage, de fabriquer ce solide. Chaque face est dessinée en vraie grandeur.

1 Patron de prisme

Le patron s'obtient en coupant quelques arêtes et en dépliant le solide :



MÉTHODE (construire le patron d'un prisme)

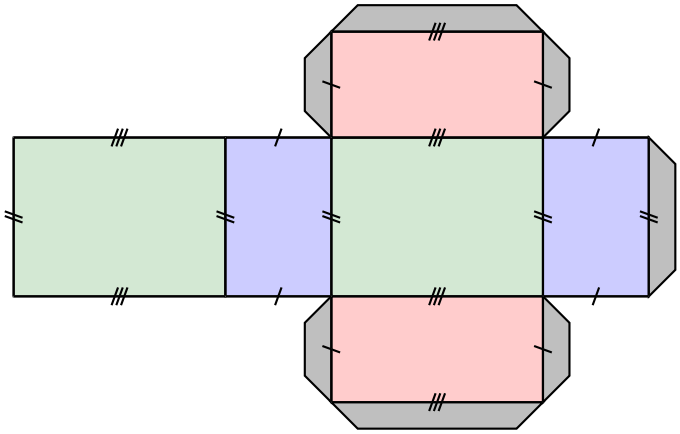
1. **On débute par une figure à main levée sur laquelle on rajoute les longueurs.**
2. **On commence par tracer une base.**
3. **Sur chaque côté de la base, on construit les faces latérales.**
4. **Au bout de l'une des faces latérales, on dessine l'autre base.**

Exemple : Sur le patron ci-dessus, on a commencé par tracer l'hexagone rose $ABCDEF$, puis chacun des rectangles violets. Au bout de l'un des rectangles, on a tracé l'autre base (qui a donc exactement la même taille que la première).

EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) : Dessine un patron d'un prisme droit de hauteur 3 cm ayant pour base un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 2{,}4$ cm et $AC = 4$ cm.

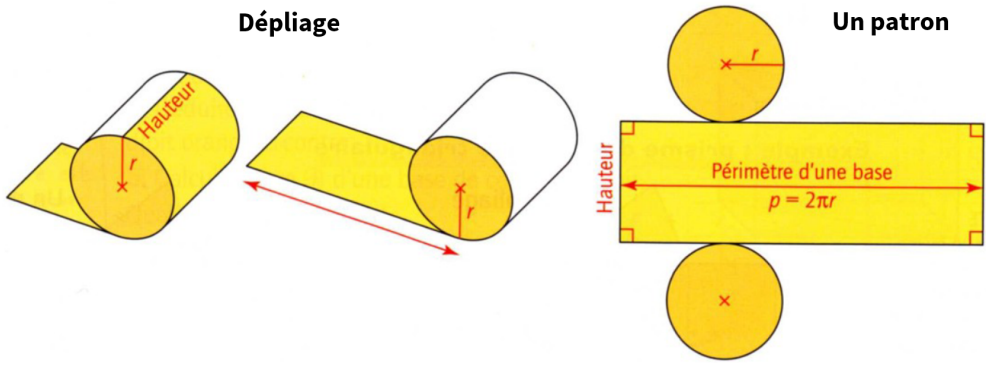
Puisqu'un pavé droit est un cas particulier de prisme droit, voici un patron possible (sachant qu'il en existe 11 différents, comme pour le cube) :

Ici c'est le rectangle vert à droite qui a été tracé en premier, puis les 4 faces latérales autour, et enfin la 2e base au bout de la face latéral gauche.



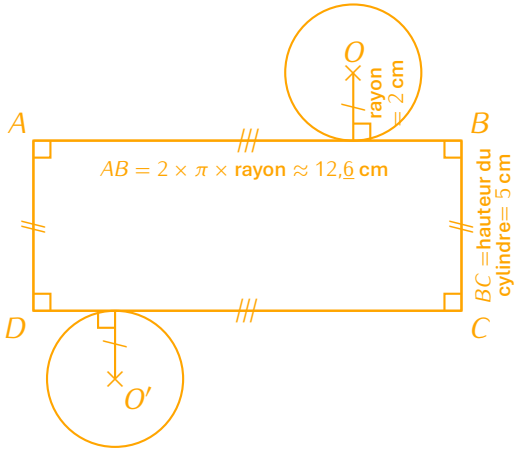
2 Patron de cylindre

Pour construire le patron d'un cylindre, on le déplie. On constate alors que la longueur du rectangle **doit** correspondre exactement à la longueur du disque de base :



Par conséquent, pour construire le patron d'un cylindre, on doit d'abord calculer la **longueur** de la base qui nous permet d'obtenir la longueur de la face latérale rectangulaire (sa hauteur étant évidemment égale à la hauteur du cylindre.

■ **EXERCICE :** Trace le patron d'un cylindre de révolution de hauteur 5 cm et de base un disque de rayon 2 cm.



4 Volumes

PROPRIÉTÉ

La formule permettant de calculer le volume d'un prisme droit ou d'un cylindre est la même :

$$\mathscr{V}_{\text{prisme droit}} = \mathscr{V}_{\text{cylindre}} = \mathscr{A}_{\text{base}} \times \text{hauteur}.$$

Remarque : puisqu'un cube et un pavé droits sont des cas particuliers de prisme droit, la formule s'applique aussi, donc $\mathscr{V}_{cube} = \mathscr{A}_{base} \times \text{hauteur} = c^3$ *et* $\mathscr{V}_{cube} = \mathscr{A}_{base} \times \text{hauteur} = L \times \ell \times h$.

RAPPELS UTILES

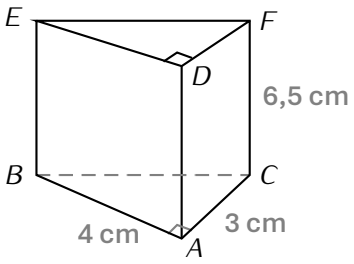
◊ L'aire d'un disque de rayon R est donnée par la formule $\mathscr{A}_{\text{disque}} = \pi R^2$.

◊ Voici le tableau de conversions d'unités de volumes et de capacités :

Volumes	km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
Capacités												kL	hL	daL	L	dL	cL	mL			

Exemples : On souhaite calculer le volume (arrondi au cm^3 près pour le cylindre) de chacun des solides sui-

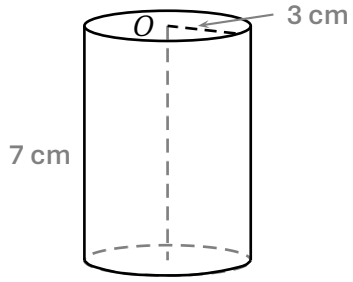
vants :



$ABCDEF$ est un prisme tel que ABC est triangle rectangle en A et $AD = 6{,}5$ cm.

Aire de la base : $\mathscr{A}_{ABC} = \dfrac{3 \times 4}{2} = \mathbf{6}$ cm^2,

donc $\mathscr{V}_{ABCDEF} = \mathbf{6} \times 6{,}5 = 39$ cm^3.



Aire de la base : $\mathscr{A}_{\text{base}} = \pi \times 3^2 = \mathbf{9\pi}$ cm^2,
donc $\mathscr{V}_{\text{cylindre}} = \mathbf{9\pi} \times 7 = 63\pi \approx 19\underline{8}$ cm^3.

■ **EXERCICE (cas pratique) :** Lors d'un de ses périples en vélo, M. Lenzen a vu cette borne et a pris des mesures.

À partir de ces indications, calcule le volume de cette borne, **arrondi au dm^3 près**.

Indication : cette borne est constituée d'un pavé droit surmonté d'un demi-cylindre.

Solution : Volume du pavé : $40 \times 20 \times 50 = 40\,000$ cm$^3 = 40$ dm^3. Volume du demi-cylindre : $(\pi \times 20^2) \times 20 \div 2 \approx 12\,566$ m$^3 \approx 1\underline{3}$ dm^3. Le volume total de la borne vaut donc environ $40 + 13 = 53$ dm^3

SÉQUENCE XIX

Introduction aux fonctions

DÉFINITIONS

Lorsque l'évolution d'une grandeur a une influence directe sur l'évolution d'une seconde grandeur, on dit qu'elles sont dépendantes ou que l'une évolue en fonction de l'autre.

Exemples : L'aire d'un cercle qui dépend de son rayon, le volume d'un cube qui dépend de la longueur de ses arêtes, la pression de l'air qui dépend de l'altitude... ou encore le prix d'un produit qui dépend de la quantité achetée, la quantité de papier cadeau qui dépend de la taille du cadeau...

REPRÉSENTATIONS D'UNE FONCTION

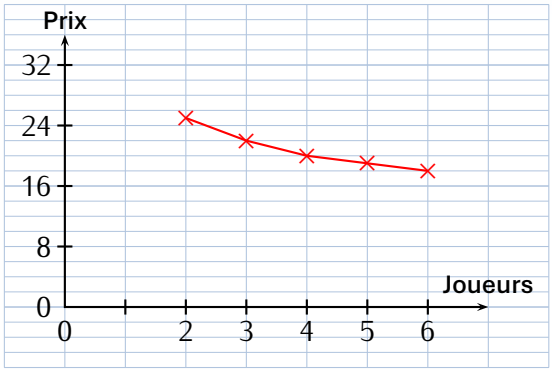
Toute fonction définie entre deux grandeurs peut être représentée :
- par un tableau de valeurs à deux lignes (une pour chaque grandeur),
- par un graphique cartésien (un axe pour chaque grandeur).

Exemple : L'escape game au musée d'Aquitaine pratique des tarifs en fonction du nombre de joueurs. On peut résumer cela :

par un tableau de valeurs :

Nombre de joueurs	2	3	4	5	6
Prix (€) par personne	25	22	20	19	18

par un graphique cartésien :



Remarque

Deux grandeurs proportionnelles sont forcément fonction l'une de l'autre, mais l'inverse n'est pas vrai. En effet, pour rappel, le graphique cartésien d'une situation de proportionnalité donne une droite passant par l'origine !

SÉQUENCE XX

Pensée informatique

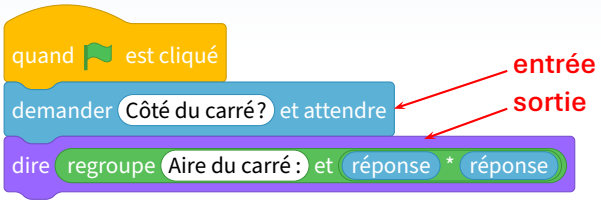
1 Les algorithmes

DÉFINITIONS

- Un **algorithme** est une suite d'instructions qui permettent d'effectuer une tâche demandée (construire une figure, trouver les diviseurs d'un nombre, ...) en un temps fini. L'application informatique d'un algorithme est appelé un **programme**.
- Une **variable** est un endroit de la mémoire de l'ordinateur où sont stockées les valeurs nécessaire à l'exécution d'un programme. Ces variables peuvent changer pendant que le programme s'exécute.
- Dans un programme, les **entrées** sont les valeurs saisies au clavier (nombres ou texte) et les **sorties** sont les valeurs affichées sur l'écran au fur et à mesure de l'exécution du programme.

Exemple : Voici à gauche un exemple d'algorithme permettant de calculer l'aire d'un carré et à droite son programme Scratch associé :

Cliquer sur le drapeau vert
Demander "côté du carré" ← réponse
Dire "Aire du carré : " + (réponse × réponse)



Remarque

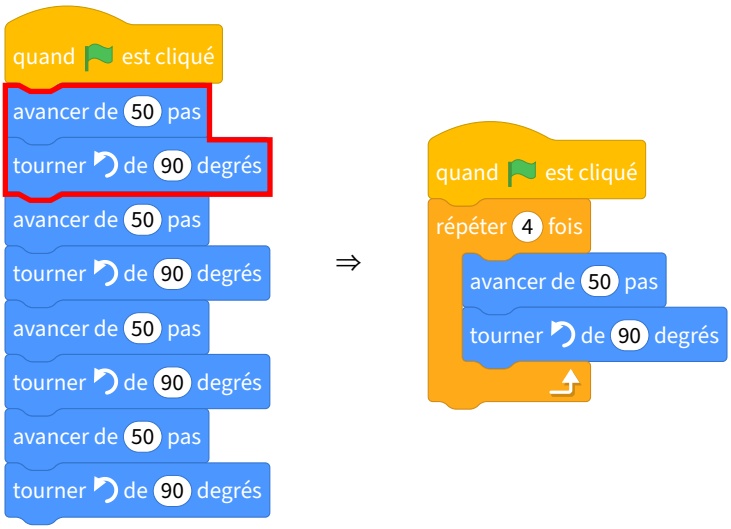
Les blocs verts correspondent à des opérateurs, vus plus en détail dans le paragraphe 3.

2 Les boucles

DÉFINITION

Une **boucle** permet de répéter toutes les instructions qui se trouvent à l'intérieur un certain nombre de fois (soit un nombre défini, soit jusqu'à ce qu'une condition soit réalisée).

Exemple : Le programme Scratch de gauche contient plusieurs fois les mêmes blocs, on peut donc les mettre une seule fois à l'intérieur d'une boucle :



3 Les opérateurs

DÉFINITION

Les opérateurs sont les instructions qui permettent notamment de faire les 4 opérations :

ATTENTION : en Scratch, les parenthèses n'existent pas, l'opération prioritaire est celle qui est incluse dans une case blanche d'un autre opérateur !

Exemples : Voici la traduction de certains calculs Scratch en langage mathématique, et leur résultat :

Scratch		Langage mathématique
dire 90 + 10	⇒	$90 + 15 = 105$
dire 3 + 7 * 5	⇒	$3 + (7 \times 5) = 3 + 35 = 38$
dire 3 + 7 * 5	⇒	$(3 + 7) \times 5 = 10 \times 5 = 50$
dire 4 + 6 * 10 - 8	⇒	$(4 + 6) \times (10 - 8) = 10 \times 2 = 20$
dire 4 + 6 * 10 - 8	⇒	$4 + \big(6 \times (10 - 8)\big) = 4 + (6 \times 2) = 4 + 12 = 14$

ANNEXE

A

Liste des exercices donnés

1 Enchaînements d'opérations

» priorités opératoires	Exercices : 1 à 7 p. 24 + 23, 25 p. 27
» vocabulaire	Automatismes : 1 à 4 p. 6 + 13 à 16 p. 7 Exercices : 1 à 12 pp. 16-17 + 8 p. 24 + 9, 10 p. 25
» trouver les diviseurs d'un nombre en Scratch	Automatismes : 5, 6 p. 6 Exercices : 13 p. 17

2 Symétrie centrale

» définitions	Automatismes : 55, 56, 57 p. 11 (symétrie axiale) Exercices : 2, 3, 4 p. 69
» constructions	Exercices : fiche 24 pp. 70-71
» propriétés de la symétrie centrale	Exercices : fiche 25 pp. 72-73
» centre de symétrie	Exercices : 1 p. 69

3 Calcul littéral

» expressions littérales	Exercices : 1, 2 p. 31 + 1 à 7 p. 32
» substituer	Exercices : 3 à 7 p. 31 + 8 à 12 pp. 32-33 + 22 p. 27
» la distributivité	Exercices : 11 à 16 p. 25 + fiche 9 pp. 34-35

4 Angles

» rappels	Automatismes : 55 à 57 p. 11 Exercices : –
» angles alternes-internes et correspondants	Exercices : fiche 20 pp. 62-63 + fiche 22 pp. 66-67

5 Nombres relatifs

» définitions	Exercices : fiche 11 p. 41
» repérage sur une droite graduée et comparaison	Automatismes : 39 à 43 p. 9 Exercices : fiche 12 pp. 42-43 (droite graduée) + fiche 14 pp. 46-47
» repérage dans un plan	Exercices : fiche 13 pp. 44-45

6 Angles d'un triangle

» construction d'un triangle	Automatismes : 58 p. 11 Exercices : 6, 7 p. 65 + fiche 26 p. 76 (la page 77 concerne les triangles particuliers)
» calcul d'angle dans un triangle	Automatismes : 59, 60 p. 11 Exercices : fiche 21 pp. 64-65 (sauf 6 et 7)

7 Opérations sur les nombres relatifs

» addition de deux nombres relatifs	Exercices : fiche 15 pp. 48-49
» soustraction de deux nombres relatifs	Exercices : fiche 16 pp. 50-51
» simplification d'écriture	Exercices : fiche 17 pp. 52-53

8 Droites remarquables d'un triangle

» droites remarquables	Automatismes : 61 p. 12 Exercices : fiche 27 pp. 78-79-80
» triangles particuliers	Exercices : fiche 26 p. 77 (la page 76 a été faite en séquence 6)

9 Parallélogrammes

» aspect graphique	Exercices : 1, 2 p. 86
» reconnaître un parallélogramme	Automatismes : 62, 63 p. 12 Exercices : fiche 30 pp. 88-89 + 1 à 6 p. 90
» construire un parallélogramme	Exercices : 5 à 11 pp. 86-87
» aires d'un triangle et d'un parallélogramme	Exercices : fiche 28 p. 81 + fiche 32 pp. 94-95

10 Proportionnalité

» tableau de proportionnalité	Automatismes : 69, 70 p. 13 Exercices : 1 à 5 p. 132
» remplir un tableau de proportionnalité	Automatismes : 71, 72 p. 13 Exercices : fiche 46 pp. 132-135 (sauf 1 à 5 faits au paragraphe précédent)
» pourcentage	Automatismes : 73, 74 p. 13 Exercices : fiche 45 pp. 130-131 (sauf 1 et 2)
» représentation graphique	Exercices : fiche 47 pp. 136-137

11 Fractions

» vocabulaire	Automatismes : 17 à 22 p. 7 + 26, 27 p. 8 Exercices : –
» proportion	Exercices : 1, 2 p. 130
» quotients égaux	Automatismes : 35, 36 p. 9 Exercices : fiche 4 pp. 22-23 (diviser par un nombre décimal)
» comparer ou ranger des fractions	Automatismes : 23 à 25 p. 7 Exercices : fiche 18 pp. 18-19

12 Statistiques

» vocabulaire	Exercices : fiche 39 pp. 112-114 + fiche 41 pp. 118-119
» construire un graphique	Exercices : fiche 40 pp. 115-117

13 Opérations sur les fractions

» additions et soustractions de fractions	Automatismes : 28 à 30 p. 8 Exercices : fiche 3 pp. 20-21
» produit d'un nombre par une fraction	Automatismes : 31, 32 p. 8 Exercices : déjà vu dans le calcul des proportions (proportionnalité)

14 Moyenne

» définition	Exercices : –
» calcul	Exercices : 1, 3 p. 97 + 3 p. 98 (difficile)

15 Introduction aux puissances

» le carré et le cube	Automatismes : 37, 38 p. 9 Exercices : fiche 6 pp. 28-29
» applications	Exercices : –
» cas général	Exercices : –

16 Probabilités

» vocabulaire	Exercices : fiche 43 p. 123
» notion de probabilité	Automatismes : 64, 65 p. 12 Exercices : –
» calculs de probabilités	Automatismes : 66 p. 12 + 67, 68 p. 13 Exercices : fiche 44 pp. 124-127

17 Équations

» généralités sur les équations	Exercices : –
» tests d'égalité	Exercices : fiche 18 p. 55
» méthode générale de résolution	Exercices : fiche 19 pp. 56-57
» mise en équation	Exercices : fiche 19 pp. 58-59

18 Espace

» prisme droit	Automatismes : 46 à 48 p. 10 Exercices : fiche 34 pp. 100-101
» cylindre de révolution	Exercices : 1 p. 102
» patrons	Automatismes : 49, 50 p. 10 Exercices : fiche 35 pp. 102-103 (sauf le 1)
» volumes	Exercices : fiche 36 pp. 104-105 (prisme) + fiche 37 pp. 106-107 (cylindre) + fiche 38 pp. 108-109 (conversions)

19 Introduction aux fonctions

» introduction aux fonctions	Exercices : fiches 48 pp. 140-141 (tableaux de valeurs) + 49 pp. 142-143 (graphiques) + 50 pp. 144-145 (produire une formule) + 51 pp. 146-147 (synthèse)

20 Pensée informatique

» les algorithmes	Exercices : fiche 52 pp. 150-151 (sauf 1, 2, 3 qui seront fait avec les opérateurs)
» les boucles	Exercices : fiche 53 pp. 152-153
» les opérateurs	Exercices : 1, 2, 3 p. 150

ANNEXE B

Liste des vidéos

2 Triangles

- Avec 3 longueurs connues (6e)
- Triangle isocèle (6e)
- Triangle équilatéral (6e)
- Tri. rect. sans hypo. (6e)
- Tri. rect. avec hypo. (6e)
- Triangle avec angle(s) donné(s)
- Triangle avec une difficulté...
- calculer un angle dans un triangle (6e)

5 Symétrie centrale

- utiliser la symétrie centrale

12 Parallélogrammes

- construire un parallélogramme

15 Statistiques

- compléter un tableau d'effectifs
- construire un diag. circulaire

Tables de multiplication

Table de 1 :	Table de 2 :	Table de 3 :	Table de 4 :	Table de 5 :
$1 \times 0 = 0$	$2 \times 0 = 0$	$3 \times 0 = 0$	$4 \times 0 = 0$	$5 \times 0 = 0$
$1 \times 1 = 1$	$2 \times 1 = 2$	$3 \times 1 = 3$	$4 \times 1 = 4$	$5 \times 1 = 5$
$1 \times 2 = 2$	$2 \times 2 = 4$	$3 \times 2 = 6$	$4 \times 2 = 8$	$5 \times 2 = 10$
$1 \times 3 = 3$	$2 \times 3 = 6$	$3 \times 3 = 9$	$4 \times 3 = 12$	$5 \times 3 = 15$
$1 \times 4 = 4$	$2 \times 4 = 8$	$3 \times 4 = 12$	$4 \times 4 = 16$	$5 \times 4 = 20$
$1 \times 5 = 5$	$2 \times 5 = 10$	$3 \times 5 = 15$	$4 \times 5 = 20$	$5 \times 5 = 25$
$1 \times 6 = 6$	$2 \times 6 = 12$	$3 \times 6 = 18$	$4 \times 6 = 24$	$5 \times 6 = 30$
$1 \times 7 = 7$	$2 \times 7 = 14$	$3 \times 7 = 21$	$4 \times 7 = 28$	$5 \times 7 = 35$
$1 \times 8 = 8$	$2 \times 8 = 16$	$3 \times 8 = 24$	$4 \times 8 = 32$	$5 \times 8 = 40$
$1 \times 9 = 9$	$2 \times 9 = 18$	$3 \times 9 = 27$	$4 \times 9 = 36$	$5 \times 9 = 45$
$1 \times 10 = 10$	$2 \times 10 = 20$	$3 \times 10 = 30$	$4 \times 10 = 40$	$5 \times 10 = 50$

Table de 6 :	Table de 7 :	Table de 8 :	Table de 9 :	Table de 10 :
$6 \times 0 = 0$	$7 \times 0 = 0$	$8 \times 0 = 0$	$9 \times 0 = 0$	$10 \times 0 = 0$
$6 \times 1 = 6$	$7 \times 1 = 7$	$8 \times 1 = 8$	$9 \times 1 = 9$	$10 \times 1 = 10$
$6 \times 2 = 12$	$7 \times 2 = 14$	$8 \times 2 = 16$	$9 \times 2 = 18$	$10 \times 2 = 20$
$6 \times 3 = 18$	$7 \times 3 = 21$	$8 \times 3 = 24$	$9 \times 3 = 27$	$10 \times 3 = 30$
$6 \times 4 = 24$	$7 \times 4 = 28$	$8 \times 4 = 32$	$9 \times 4 = 36$	$10 \times 4 = 40$
$6 \times 5 = 30$	$7 \times 5 = 35$	$8 \times 5 = 40$	$9 \times 5 = 45$	$10 \times 5 = 50$
$6 \times 6 = 36$	$7 \times 6 = 42$	$8 \times 6 = 48$	$9 \times 6 = 54$	$10 \times 6 = 60$
$6 \times 7 = 42$	$7 \times 7 = 49$	$8 \times 7 = 56$	$9 \times 7 = 63$	$10 \times 7 = 70$
$6 \times 8 = 48$	$7 \times 8 = 56$	$8 \times 8 = 64$	$9 \times 8 = 72$	$10 \times 8 = 80$
$6 \times 9 = 54$	$7 \times 9 = 63$	$8 \times 9 = 72$	$9 \times 9 = 81$	$10 \times 9 = 90$
$6 \times 10 = 60$	$7 \times 10 = 70$	$8 \times 10 = 80$	$9 \times 10 = 90$	$10 \times 10 = 100$

Table de 11 :	Table de 12 :	Table de 13 :	Table de 14 :	Table de 15 :
$11 \times 0 = 0$	$12 \times 0 = 0$	$13 \times 0 = 0$	$14 \times 0 = 0$	$15 \times 0 = 0$
$11 \times 1 = 11$	$12 \times 1 = 12$	$13 \times 1 = 13$	$14 \times 1 = 14$	$15 \times 1 = 15$
$11 \times 2 = 22$	$12 \times 2 = 24$	$13 \times 2 = 26$	$14 \times 2 = 28$	$15 \times 2 = 30$
$11 \times 3 = 33$	$12 \times 3 = 36$	$13 \times 3 = 39$	$14 \times 3 = 42$	$15 \times 3 = 45$
$11 \times 4 = 44$	$12 \times 4 = 48$	$13 \times 4 = 52$	$14 \times 4 = 56$	$15 \times 4 = 60$
$11 \times 5 = 55$	$12 \times 5 = 60$	$13 \times 5 = 65$	$14 \times 5 = 70$	$15 \times 5 = 75$
$11 \times 6 = 66$	$12 \times 6 = 72$	$13 \times 6 = 78$	$14 \times 6 = 84$	$15 \times 6 = 90$
$11 \times 7 = 77$	$12 \times 7 = 84$	$13 \times 7 = 91$	$14 \times 7 = 98$	$15 \times 7 = 105$
$11 \times 8 = 88$	$12 \times 8 = 96$	$13 \times 8 = 104$	$14 \times 8 = 112$	$15 \times 8 = 120$
$11 \times 9 = 99$	$12 \times 9 = 108$	$13 \times 9 = 117$	$14 \times 9 = 126$	$15 \times 9 = 135$
$11 \times 10 = 110$	$12 \times 10 = 120$	$13 \times 10 = 130$	$14 \times 10 = 140$	$15 \times 10 = 150$

Remerciements

Chaque séquence présente la même image d'introduction, sous licence Creative Commons. Elle a simplement subi un retournement horinzontal afin que la partie plate de l'image (originellement en-bas) se retrouve en-haut et coïncide avec le bord supérieur de la feuille. Cette image est disponible à l'adresse

https://freepngimg.com/png/88188.95geometry.95color.95triangle.95polygon.95symmetry.95free.95hq.95image

L'image de l'annexe "Algorithmie débranchée" appartient au domaine public :

https://www.publicdomainpictures.net/fr/view.95image.php?image=272881&picture=code.95binaire

Enfin, l'image de l'annexe "Tables de multiplication" provient du site

https://www.enfantsprecoces.info/apprendre.95les.95tables.95de.95multiplication/,

qui m'a gentiment laissé la permission de l'utiliser.

Le modèle LaTeX de ce cours, c'est-à-dire la "charte graphique" (visible surtout à chaque nouvelle séquence et au titres de paragraphes) a été créé par Cédric Boulonne (voir https://cbmaths1.wordpress.com/cbmbook.95cls/), adapté par mes soins (notamment pour la couleur dominante). Je le remercie pour l'énorme travail fourni sur son site et surtout pour avoir mis ses sources à disposition !

À partir de l'année scolaire 2022-2023, la mise à jour de ce cours a été faite à partir de mon cours de l'année précédente mais aussi à partir de l'excellent manuel IParcours 5e disponible gratuitement (comme la version numérique du cahier d'exercices) à l'adresse

https://www.iparcours.fr/ouvrages/,

Certaines activités d'algorithmie proviennent du Livre "Scratch au collège", disponible sur le site http://exo7.emath.fr/ (fichiers sources utilisés disponibles sur https://github.com/exo7math/scratch.95exo7). Je remercie vivement les auteurs qui ont mis ce livre en licence Creative Commons – BY-NC-SA – 4.0 FR (soit la même licence que ce cours), ce qui m'a permis de l'utiliser tranquillement !

Ces pages sont largement inspirées de l'excellent cours de Bastien Ponsard disponible sur https ://www.axelnax.fr/. Il correspond à la trace écrite que les élèves écriront dans leur cahier. La version à trous existe pour les élèves qui nécessitent des adaptations. La version complète faite par mes soins existe bien sûr toujours, disponible sur la page 5e de mon site, pour donner des compléments aux élèves.

Il est mis à disposition selon les termes de la licence Creative Commons «Partage - Attribution - Pas d'utilisation commerciale - Pas de modification 4.0 France» :

`https://creativecommons.org/licenses/by.95nc.95nd/4.0/deed.fr`

"Vous êtes autorisé à : Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats. L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

◇ **Attribution :** *Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son Œuvre.*

◇ **Pas d'Utilisation Commerciale :** *Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.*

◇ **Pas de modifications :** *Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous n'êtes pas autorisé à distribuer ou mettre à disposition l'Œuvre modifiée."*

Cours de 5e version 3.0 — achevé au mois de juillet 2026.