Collège Paul Langevin
13, rue Jean Moulin
54490 PIENNES

COURS DE 5e

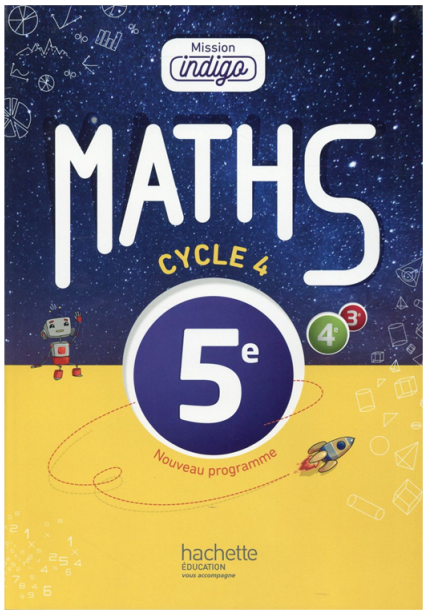
à trous et agrandi (pour déficients visuels)

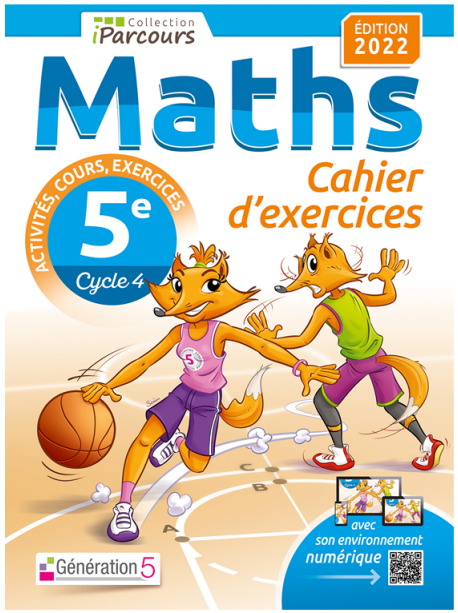
Par respect pour l'environnement, merci de n'imprimer ce cours que si c'est vraiment nécessaire !

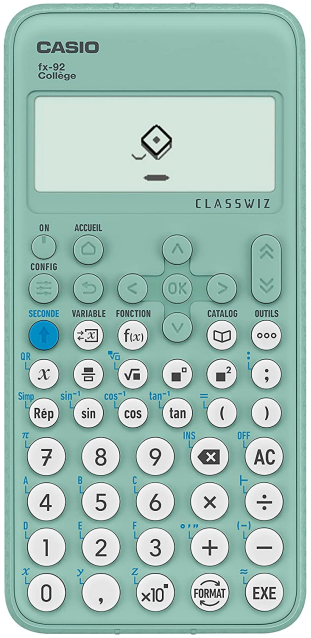
Disponible sur www.capes-de-maths.com, menu "Collège" puis "5e".
Cours à trous de M. LENZEN de l'année scolaire 2023-2024.

Réalisé en LaTeX, et sous contrat Creative Commons, image par Freepik
(plus de détails en dernière page de ce cours)

Ces cours font référence à des numéros d'exercices qui se rapportent au manuel **"Mission indigo, maths cycle 4, 5e"**, chez Hachette éducation et au cahier d'exercices **IParcours 5e**, chez Génération5 (édition 2022), que l'on a demandé aux élèves d'acheter via leur liste de fournitures. Les touches de calculatrice présentes dans ce cours proviennent de la **Casio FX-92**, modèle 2023 :







COURS DE L'ANNÉE SCOLAIRE 2023-2024

Note : les QR-codes visibles sur plusieurs pages sont cliquables, et mènent vers des vidéos d'explications.

TABLE DES MATIÈRES

1 Opérations sur les nombres décimaux 2
2 Parallélogrammes 10
3 Nombres relatifs 22
4 Triangles 40
5 Fraction 52
6 Symétrie centrale 59
7 Opérations sur les nombres relatifs 66
8 Probabilités 72
9 Calcul littéral 79
10 Angles 89
11 Opérations sur les fractions 102
12 Divisibilité 108
13 Proportionnalité 114
14 Espace 128
15 Statistiques 140

OPÉRATIONS SUR LES NOMBRES DÉCIMAUX

Séquence 1

I – Vocabulaire (rappels)

DÉFINITIONS

Le résultat de l'..... 9 + 6 **est la** ..... **des** ..... 9 **et** 6.

Le résultat de la ..... 9 – 6 **est la** ..... **des** ..... 9 **et** 6.

Le résultat de la ..... 9 × 6 **est le** ..... **des** ..... 9 **et** 6.

Le résultat de la ..... 9 ÷ 6 **est le** ..... **du** ..... 9 **par le** .....6.

Remarques

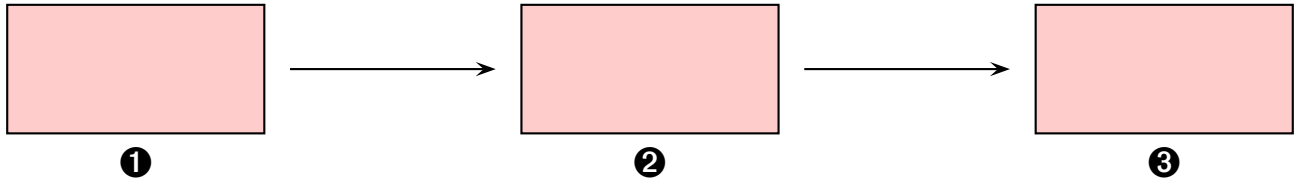
- Le quotient de 15 par 5 vaut 3 : c'est un nombre ..... Le quotient de 16 par 5 vaut 3,2 : c'est un nombre .....
- Le quotient de 1 par 3 ne tombe pas juste : ce n'est pas un nombre décimal. Dans ce cas, on peut écrire par exemple que $1 \div 3 \approx 0{,}333$. On dit que 0,333 .....

Priorités opératoires (rappels et approfondissement)

PROPRIÉTÉS (ORDRE DES PRIORITÉS, OU "ODP")

- Les calculs entre parenthèses doivent toujours être effectués d'abord (même s'ils sont à la fin du calcul) ;
- Les multiplications (et les divisions…) sont prioritaires sur les additions et les soustractions, on ne calcule donc pas forcément de gauche à droite.
- Par contre, dans un calcul où il n'y a que des +/− (ou que des ×/÷), on doit calculer de gauche à droite.
- « En mathématiques, quand on n'utilise pas quelque chose, on le recopie au même endroit. »

On peut aussi (et surtout) retenir l'ordre des priorités grâce à un schéma :



ATTENTION !!!

Dans les cases ❷ et ❸, la flèche qui va vers la droite ne signifie PAS calculer d'abord les × puis les ÷, ou d'abord les + puis les −, mais simplement calculer de gauche à droite dans le sens de lecture du calcul.

⚓ Remarques

- La clé du succès est vraiment **d'analyser** le calcul pour voir quelles opérations ils contient et donc *dans quel ordre* les faire.
- Ne pas aller trop vite : on ne fera qu'un seul calcul à chaque étape. Il y aura donc autant d'égalités (ou de lignes) que de nombres présents dans le calcul.
- Il est donc **important de toujours souligner/surligner à chaque étape le calcul prioritaire** : seul ce qui est souligné/surligné est calculé à l'étape d'après, le reste n'est pas utilisé donc recopié au même endroit.

Calculs simples

➲ **Exemples 1** (QUE DES ADDITIONS ET SOUSTRACTIONS) : Dans ce cas, même s'il y a plusieurs calculs, on ne se trouve que dans la case ❸, donc on calculera de gauche à droite :

- $A = 19 - 3 =$ .....
- $B = 24 - 6 + 7 =$ .....
- $C = 15 + 5 - 7 - 1 =$ .....
- $D = 14 - 2 - 6 + 12 =$ .....

➲ **Exemples 2** (QUE DES MULTIPLICATIONS ET DIVISIONS) : Dans ce cas, même s'il y a plusieurs calculs, on ne se trouve que dans la case ❷, donc on calculera de gauche à droite :

- $E = 9 \times 2 \div 3 =$ .....
- $F = 15 \div 3 \times 4 =$ .....

– $G = 20 \div 10 \times 6 \div 2 =$ .....

– $H = 15 \div 2{,}5 \times 2 =$ .....

> ⚓ **Remarque**
>
> Lorsqu'on dit calculer "de gauche à droite", c'est dans le sens de lecture du calcul (et donc pas × d'abord et ÷ ensuite) : écrire $H = 15 \div 2{,}5 \times 2 = 15 \div 5 = 3$ est FAUX. Ici on a justement fait le × avant le ÷, c'est un gros accident de calcul !

Opérations mélangées

Exemples : À chaque étape, on surligne l'opération prioritaire pour être sûr de pouvoir appliquer les propriétés de la page précédente :

- $I = 17 - 3 \times 4 =$ .....
  (le × passe avant le –).
- $J = 3 \times 5 + 2 \times 20 =$ .....
  (les deux × passent avant le +; on peut faire 3×5 ou 2×20 en premier, cela n'a aucune importance, le résultat sera le même une étape après).
- $K = 32 - 3 \times 7 + 1 =$ .....
  (le × d'abord, puis on calcule de gauche à droite puisqu'il ne reste que – et +).
- $L = 1 + 10 \div 2 \times 2 =$ .....
  (d'abord le ÷ et le × (donc de gauche à droite), puis le +).

■ **EXERCICE :** Calcule dans ton cahier d'exercices les expressions suivantes :

$M = 3 + 5 \times 6$

$N = 10 \times 5 - 7$

$O = 40 \div 4 - 2 \times 5$

$P = 3 \times 5 + 2 \times 6$

$Q = 3 + 10 \div 2$

$R = 3 \times 4 - 2 \times 3$

$S = 3 + 4 \times 5$

$T = 5 + 4 \div 2 - 3$

$U = 14 - 3 \times 2$

$V = 4 \times 5 + 5 - 15$

Avec des parenthèses

➲ **Exemples** : Lorsqu'il y a des parenthèses, ce qui est à l'intérieur est prioritaire. S'il y a plusieurs calculs à l'intérieur d'une parenthèse, l'ordre des priorités doit aussi être respecté !

- $W = 28 - (8 - 3) + 1 =$ .....
- $X = 29 - (12 + 5 \times 2) =$ .....
- $Y = (3 + 4 \div 2) \div 5 =$ .....
- $Z = 3 \times \big(2 - (1 + 2) \times 4\big) =$ .....

■ **EXERCICE :** Calcule dans ton cahier d'exercices les expressions suivantes :

$A = (3 + 5) \times 2$

$B = 20 \div (7 - 5)$

$C = (3 \times 4 - 2) \div 5$

$D = 3 \times (5 + 2) \div 10$

$E = 3 + (12 - 2 \times 5)$

$F = 6 \div (2 + 4)$

$G = 30 \times (6 - 4)$

$H = 2 \div (10 - 8) \times 3$

$I = 2 \times \big((2 + 4) \times 5\big)$

$J = (1 + 2) \times (20 - 6 \times 2)$

II – Écritures fractionnaires

PROPRIÉTÉ

Dans une expression fractionnaire, on .....

.....

.....

Remarque

On verra bien plus en détail les fractions à la séquence “Fraction” n° 5 (page 52).

Exemples :

– *Question :* calcule $K = \dfrac{13+2}{5}$. *Réponse :*

$K = \dfrac{13+2}{5}$ ← ici, on commence par calculer ce qui se trouve au numérateur (en respectant les priorités)

$K = \dfrac{15}{5}$ ← on tape à la calculatrice : ① ⑤ ÷ ⑤ EXE

$K = 3$.

– *Question :* calcule $L = \dfrac{20}{12 + 2 \times 3}$. *Réponse :*

$L = \dfrac{20}{12 + 2 \times 3}$ ← ici, on commence par calculer ce qui se trouve au dénominateur (en respectant les priorités)

$L = \dfrac{20}{12 + 6}$ ← on finit le calcul au dénominateur

$L = \dfrac{20}{18}$ ← on tape à la calculatrice : ② ⓪ ⊟ ① ⑧ EXE

$L = \dfrac{10}{9}$ ← on donne la fraction simplifiée (car ce n'est pas un nombre décimal)

■ **EXERCICE :** Calcule dans ton cahier d'exercices les expressions suivantes :

$Z = \dfrac{21 - 1}{2 + 8}$ $A = \dfrac{1 + 5 \times 3}{3 + 17}$ $B = \dfrac{12 \times 2 + 6}{3 + 17}$ $C = \dfrac{20}{12 - 2}$ $D = \dfrac{11 + 7}{14 - 11}$

■ **EXERCICE :** Recopie et complète avec +, –, × ou ÷ pour que les égalités suivantes soient vraies, *sans utiliser ta calculatrice* :

4 ..... 6 ..... 2 = 16 10 ..... 2 ..... 2 = 7 8 ..... 3 ..... 1 = 25

6 ..... 6 ..... 2 = 2 12 ..... 12 ..... 6 = 7 8 ..... 2 ..... 4 ..... 5 = 5

■ **EXERCICE :** Ajoute des parenthèses afin que le calcul suivant soit exact : $3 + 4 \times 5 = 35$.

Solution :

Sans parenthèses, on doit commencer par la multiplication (règle 5) :

$$\begin{aligned} & 3 + \underline{4 \times 5} \\ = \ & 3 + 20 \\ = \ & 23. \end{aligned}$$

Le résultat n'est pas bon.

Si on ajoute des parenthèses pour commencer par l'addition :

$$\begin{aligned} & \underline{(3 + 4)} \times 5 \\ = \ & 7 \times 5 \\ = \ & 35. \end{aligned}$$

On obtient le résultat demandé !

Place des parenthèses pour que les égalités suivantes soient vraies :

a) $4 \times 2 + 9 = 44$

b) $5 + 5 \times 5 - 5 = 0$

c) $1 + 2 \times 3 = 9$

d) $15 - 3 \times 2 = 24$

e) $3 + 3 \times 3 + 3 = 36$

f) $1 + 13 - 14 - 7 = 7$

Cahier IParcours : fiches 1 à 7 p. 5-11	Manuel : 5, 6 p. 37 • 13, 14 p. 39 • 18 à 27, 30 à 34, 37 à 39, 43 p. 40-41

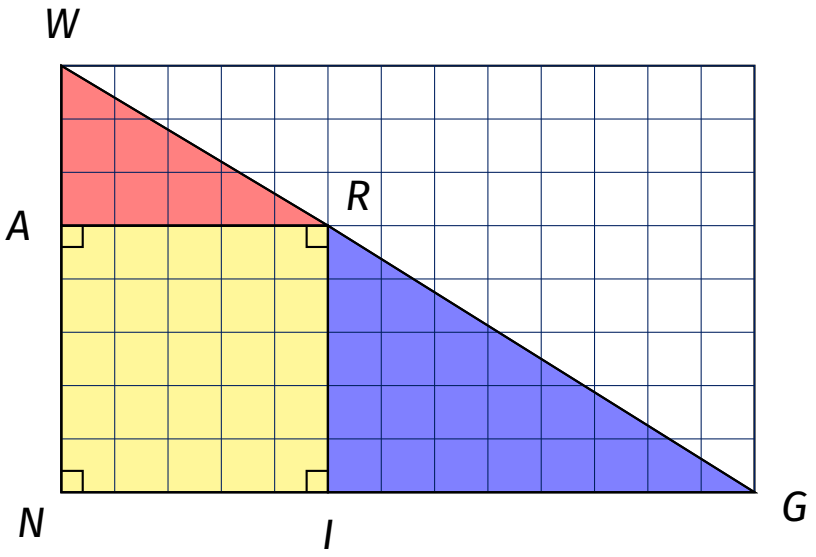
PARALLÉLOGRAMMES

Séquence 2

I – Raisonnement

Introduction

■ **ACTIVITÉ 1 (introduction, à faire dans ton cahier d'exercices) :** Sur cette figure (dessinée sur papier à petits carreaux), les points *W*,*A* et *N* sont alignés verticalement, de même que les points *N*,*I* et *G* horizontalement, et *NARI* est un carré :



1. Que peux-tu dire à propos des points *W*,*R* et *G* ?
2. En carreaux :
   a) Calcule l'aire du triangle *WNG* (rappel : $\mathcal{A}_{\text{triangle}} = b \times h \div 2$).
   b) Calcule l'aire des triangles *WAR* puis *RIG*, puis l'aire du carré *NARI*, et enfin la somme des aires des trois figures colorées.
3. Que peux-tu en déduire par rapport à la réponse proposée à la question 1 ?

ATTENTION !!!

On ne peut donc pas croire ce que l'on "voit" sur une figure. Les informations sûres sont celles qui sont écrites dans l'énoncé ou codées sur la figure. Il faudra donc toujours veiller à bien lire l'énoncé !!!

Définitions

DÉFINITIONS

Une ..... est une "proposition scientifique qui peut être démontrée" (Larousse).

Pour nous, il s'agira plus simplement d'un outil qui va nous permettre de progresser dans une démonstration, en obtenant des informations à partir de celles que l'on connaît déjà. Elle est généralement constituée d'une ..... (« si... ») et d'une ..... (« alors... »).

Les propriétés importantes sont appelées des ....., comme les théorèmes de Pythagore ou Thalès qui seront vus en 4e.

Concrètement, au début d'une démonstration, on a une certaine quantité de données (à trouver dans l'énoncé mais aussi éventuellement dans les figures, par exemple sous forme de codage) pouvant être utilisée pour alimenter des calculs ou des propriétés. Chaque propriété a ses propres conditions (rappel : « si... ») pour pouvoir être utilisée. Si on veut l'utiliser, on doit vérifier qu'elles sont remplies (si on a affaire à une propriété qui fonctionne dans tous les cas, tant mieux !). Après application d'une propriété, on dispose d'un nouvel élément pouvant être utilisé par la suite. On avance ainsi étape par étape jusqu'à ce qui nous intéresse.

■ **EXERCICE :** Une personne majeure a 18 ans ou plus. Pour passer le permis voiture, un candidat doit être majeur. On pourrait reformuler ces deux phrases sous la forme de “propriétés” :

P_1 : Si une personne a 18 ans ou plus, alors elle est majeure.

P_2 : Si une personne est majeure, alors elle peut passer le permis voiture.

Voici deux spécimens de carte d’identité.

Cécile et Alex peuvent-ils passer leur épreuve du permis de conduire le 31 décembre 2023 ? Justifier la réponse.

(la personne sur la photo n’est autre que l’auteur de ce cours…)

Solution : .....

.....

.....

⚓ Remarque

Bien sûr, ce n’était ici pas une démonstration mathématique, mais le principe est le même : partir de données connues (l’âge des personnes) pour en déduire grâce à une propriété une nouvelle information (la personne est majeure ou mineure)…

❤ DÉFINITION

On dit qu’une propriété admet une ..... lorsqu’on peut échanger condition(s) et conclusion d’une propriété, tout en restant un énoncé vrai.

Exemples : C'est le cas des deux propriétés précédentes :

P_1 : Si une personne est majeure, alors elle a logiquement 18 ans ou plus.

P_2 : Si une personne peut passer le permis voiture, alors est forcément majeure !

■ **EXERCICE :** La propriété « si j'ai un chat à la maison, alors j'ai un animal de compagnie » admet-elle une réciproque ? Et la propriété « si un quadrilatère est un carré, alors c'est aussi un rectangle » ?

Solution : .....

.....

Démonstration

DÉFINITIONS

Faire une ......, notamment en géométrie, vise à prouver un résultat mathématique. C'est un travail rédigé qui permet de passer des Données de l'énoncé à la Conclusion en passant par une ou plusieurs Propriété(s).
Cette rédaction sera appelée le ..... (Données - Propriété - Conclusion).

Voyons maintenant comment rédiger une démonstration à partir de la propriété de la médiatrice vue l'année dernière :

PROPRIÉTÉS DE LA MÉDIATRICE (RAPPEL)

★ .....

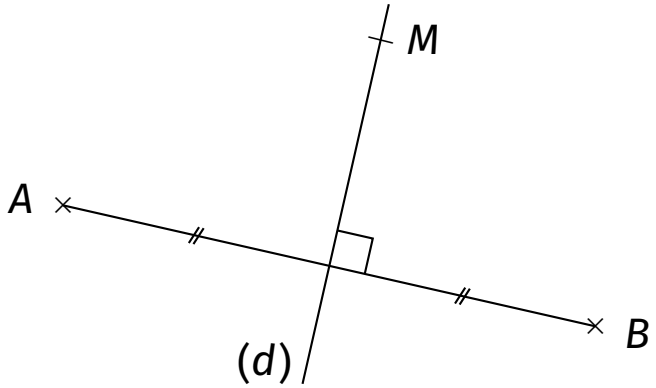
.....

★ .....

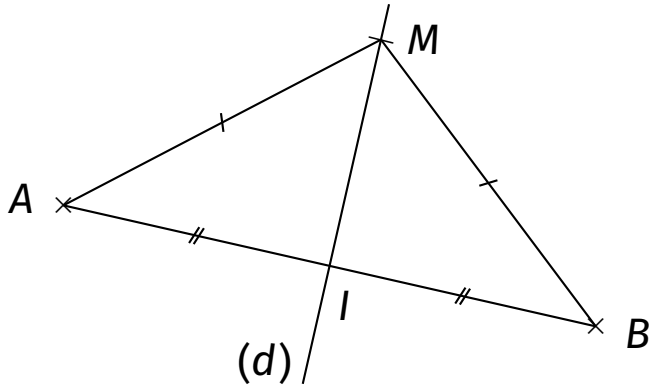
.....

.....

■ **EXERCICE :** On donne la figure ci-dessous dans laquelle $M \in (d)$. Prouve que AMB est un triangle isocèle en M.



■ **EXERCICE :** On donne la figure ci-dessous. Prouve que le triangle MIB est rectangle en I.



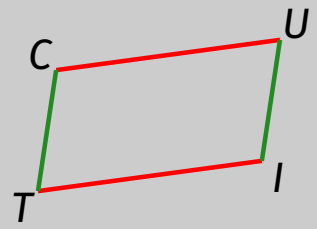
Ces deux exercices sont à faire dans ton cahier d'exercices.

II – Parallélogramme

Définition

DÉFINITION

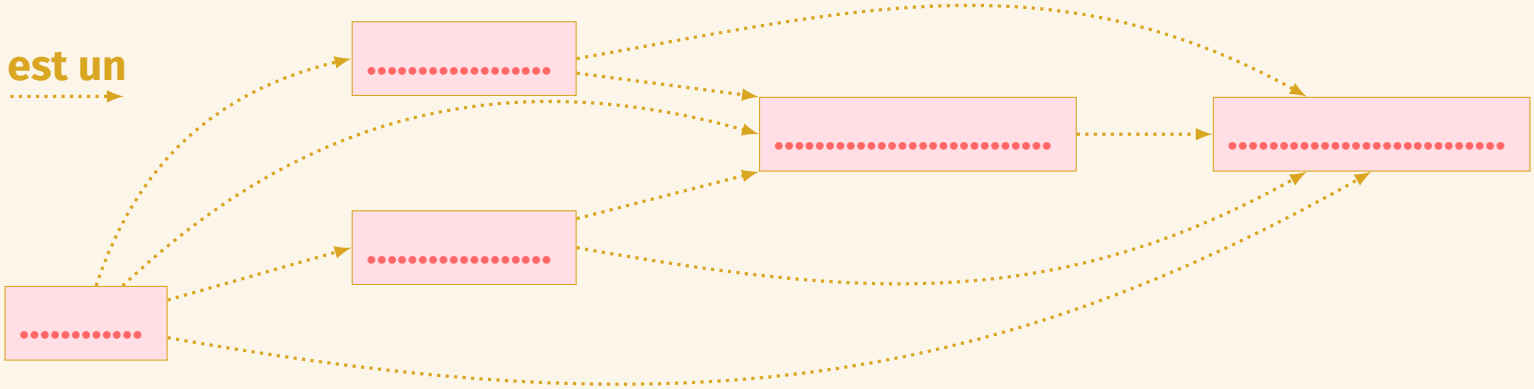
Un ..... est un quadrilatère ayant ses côtés opposés parallèles :



Exemple : Sur le dessin ci-dessus, le quadrilatère *CUIT* est un parallélogramme. La définition nous dit alors que (*CU*) // (*TI*) et que (*CT*) // (*UI*).

ATTENTION !!!

Il y a des liens entre les différents quadrilatères, mais il ne vont que dans un sens :



Reconnaître un parallélogramme

PROPRIÉTÉS DU PARALLÉLOGRAMME

★ *Propriété caractéristique :* .....

.....

★ *Autres propriétés :*

☆ .....

.....

☆ .....

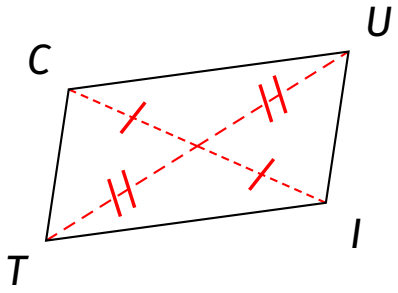
.....

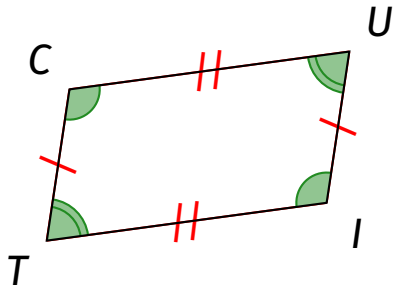
Remarques

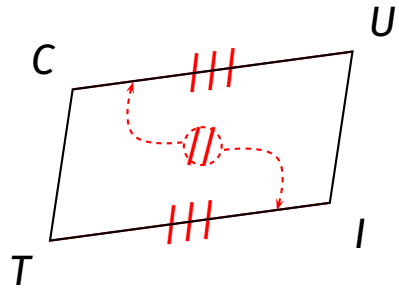
Bien sûr, les réciproques de ces propriétés sont également vraies et pourront être utilisées. Elles n'ont pas été écrites ici car elles sont assez évidentes en regardant l'illustration du parallélogramme.

Toutes ces propriétés peuvent être démontrées en utilisant la symétrie centrale.

Exemples : Voici les illustrations correspondant à ces trois propriétés :





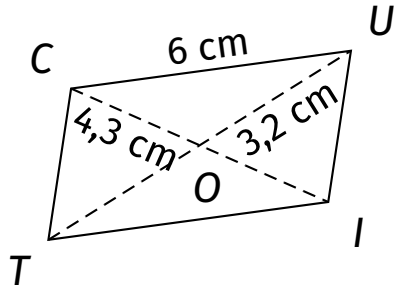


■ EXERCICE :

Voici ci-contre un parallélogramme dessiné à main levée.

a) Construis-le en vraie grandeur dans ton cahier d'exercices.

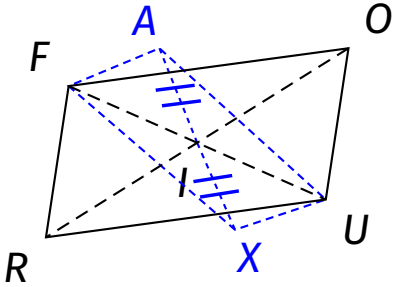
b) Quelle propriété t'assure que la construction faite donne bien un parallélogramme ? .....



■ EXERCICE :

Sur la figure ci-contre, *FOUR* est un parallélogramme dont les diagonales se coupent en un point appelé *I*.
I est aussi le milieu du segment [*AX*].

Démontre dans ton cahier d'exercices que le quadrilatère *FAUX* est un parallélogramme.

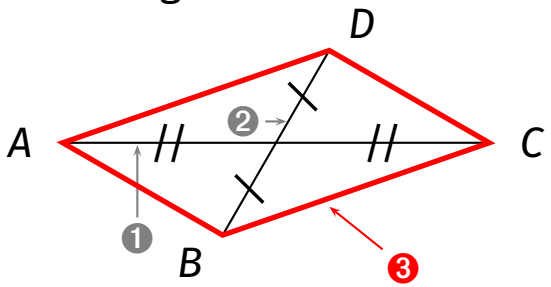


Construction

Parallélogramme avec diagonales données :

- **si un côté du parallélogramme est donné**, alors on fait comme dans l'avant-dernier exercice : on construit d'abord un triangle, et on utilise ensuite la propriété caractéristique pour avoir les diagonales et tout relier.

- **sinon**, on trace d'abord la première diagonale, on marque son milieu, puis on construit la seconde diagonale de sorte que son milieu soit le même que celui de la première diagonale (propriété caractéristique). Il reste juste à relier les quatre extrémités !



MÉTHODE (construire un parallélogramme (avec un angle donné))

On souhaite construire le parallélogramme $ABCD$ tel que $AB = 7{,}5$ cm, $AD = 3$ cm et $\widehat{BAD} = 62°$:

✍ **On commence par faire une figure à main levée (au moins au brouillon).**

❶ On .....

❷ On .....

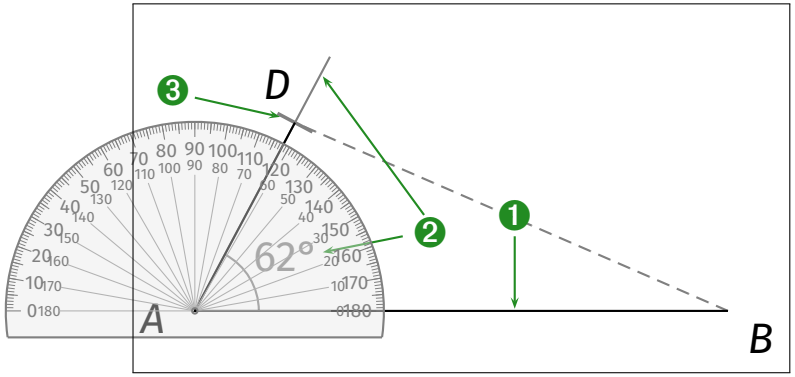
❸ On .....

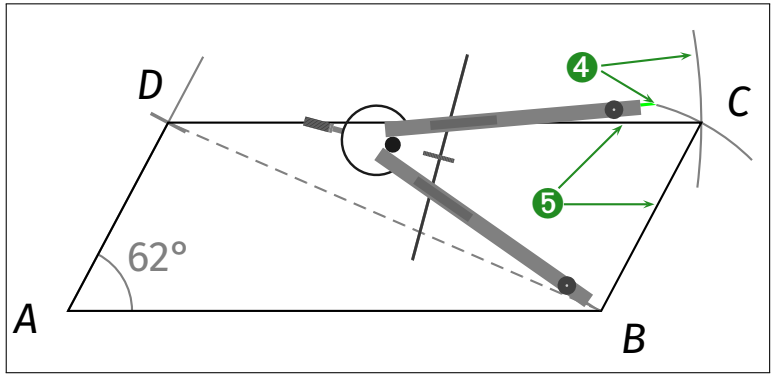
❹ On .....

.....

❺ On .....

Illustration : l'utilisation du compas est obligatoire dès que l'on connaît 3 sommets du parallélogramme (2e cadre) :





Remarque

Si jamais l'angle n'est pas donné, il suffira alors d'en choisir un au hasard, et donc même pas besoin d'utiliser le rapporteur !

Propriétés de transformation

PROPRIÉTÉS

Si un parallélogramme a...

- ★ .....
- ★ .....
- ★ .....

  .....
- ★ .....

  .....

Remarques

- Les réciproques sont d'office vraies puisque tout rectangle ou tout losange est *déjà* un parallélogramme !
- Si un parallélogramme est à la fois un rectangle et un losange (par exemple parce que ses diagonales sont de la même longueur, se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires), alors c'est en réalité un carré.

■ EXERCICE :

a) Construis un parallélogramme *DOMI* tel que *DM* = 7 cm, $\widehat{MDO}$ = 32° et $\widehat{DMO}$ = 58°.
b) Quelle semble être la nature du quadrilatère *DOMI* ? *On ne justifiera pas la réponse.*

Tu as bien sûr la place pour tenter de faire cet exercice ci-dessous.

Cahier IParcours :
fiches 1 à 7 p. 114-120

Manuel :
3 à 5 p. 237 + 8 à 11 p. 239 + 16 à 21, 25 à 29 p. 240-241 + 34 p. 244 + 47 p. 246

NOMBRES RELATIFS

Séquence 3

I – Nombres relatifs et comparaison

■ **ACTIVITÉ 1 (introduction) :** Le tableau suivant donne les températures relevées pendant toute une semaine à 6 h à Piennes :

Jour de la semaine	L	Ma	Me	J	V	S	D
Température relevée	3°C	–1°C	0,1°C	–2°C	–5,4°C	–0,8°C	4,5°C

a) Quel jour la température a-t-elle été la plus basse ? .....

b) Quel jour la température a-t-elle été la plus haute ? .....

c) Classe les températures de la plus petite à la plus grande :

.....

d) Classe les nombres 3 ; –2 ; 4,5 ; –5,4 ; –1 ; 0,1 ; –0,8 du plus petit au plus grand :

.....

DÉFINITIONS

Les nombres plus grands que 0 sont appelés les ..... et ils commencent soit par « + », soit par aucun signe. Les nombres plus petits que 0 sont appelés les ..... et ils commencent *toujours* par « – ». Tous les nombres positifs et négatifs constituent l'ensemble des ......

Un nombre relatif est constitué d'un ..... et d'une ..... :

Lorsque la partie numérique est entière, on parle de ..... De même, lorsque la partie numérique est décimale, on parle de ......

Exemples (APPLICATIONS) :

a) Dans la liste suivante, entoure **en rouge** les nombres négatifs et en **en bleu** les nombres négatifs :

4,5 ; –56 ; –3,1 ; +12 ; –17,3 ; 520 ; 25,98 ; +7 891 ; –2 022 ; –405,207 ; 3,504.

b) Dans la liste suivante, entoure **en rouge** les nombres entiers relatifs et en **en bleu** les nombres qui ne sont pas entiers :

4,5 ; –56 ; –3,1 ; +12 ; –17,3 ; 520 ; 25,98 ; +7 891 ; –2 022 ; –405,207 ; 3,504.

■ **EXERCICE :** Sans utiliser la calculatrice, complète les tableaux suivants :

Tableau n°1 : compter de 1 en 1

							–1	0	1									

Tableau n°2 : compter de 2 en 2

							–2	0	2									

Tableau n°3 : compter de 0,1 en 0,1

							0	0,1										

Tableau n°4 : compter de 0,5 en 0,5

						–0,5	0											

■ **EXERCICE :** Dans chaque cas, complète avec le symbole “<” ou “>” *(aide : imagine des température…)* :

☆ 10 15
☆ 9,7 9,65
☆ –5 10

☆ –3 1
☆ –4 ..... – 6
☆ –1,5 ..... – 9,2

☆ –5,4 ..... – 5,7
☆ –14,8 ..... – 14,7
☆ 2 020 ..... – 2 021

■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :**

a) Range dans l’ordre croissant *(du plus petit au plus grand)* les nombres suivants :

8,1 ; 0 ; –5 ; 4,5 ; –3,2 ; 4,05 ; –3,9 ; –4,9.

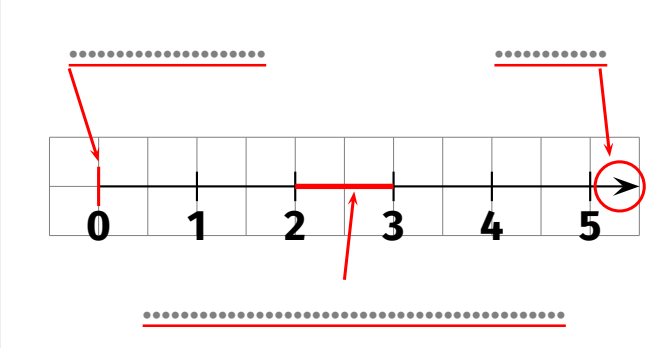
b) Range dans l’ordre décroissant les nombres suivants :

–541 ; 245 ; –541,6 ; 0 ; –542 ; 1 ; –540 ; –541,1.

II – Droites graduées

DÉFINITIONS (RAPPELS)

On appelle ..... une demi-droite qui possède une ..... (toujours le zéro), un ..... représenté par une flèche et une ..... fixée (généralement 1 cm ou 1 carreau) permettant de graduer cette demi-droite de 1 en 1.

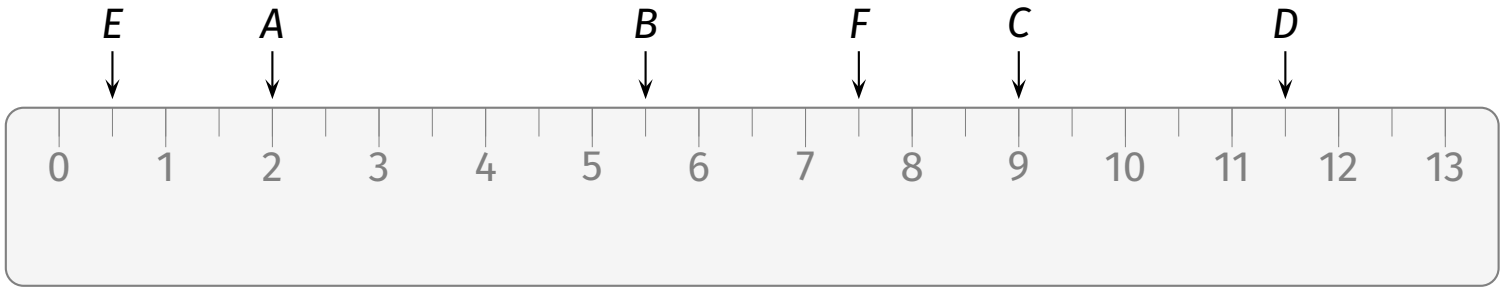


Remarques

- Les petits traits tracés pour marquer les unités de longueur s'appellent la .....
- Lorsque l'espace entre le 0 et le 1 est trop grand, on peut utiliser une ..... (en général, on n'écrit pas les nombres en-dessous). Au contraire, si cet espace est trop petit, on peut sauter plusieurs graduations pour ne graduer que de 5 en 5 par exemple.
- Une règle graduée est considérée comme une demi-droite graduée puisqu'elle dispose d'une origine (la graduation 0), d'un sens (même en l'absence de flèche, les graduations grandissent en allant de gauche à droite), d'une unité de longueur (le cm, avec une sous-graduation au mm) et elle est graduée de 1 en 1.

Exemples (RAPPELS) :

1. Voici l'image d'une règle sur laquelle on a placé des points :



Sur la figure ci-dessus, on peut affirmer que :

- *Le point A a pour abscisse* 2.
- *Le point B a pour abscisse* 5,5.

On peut utiliser la notation mathématique suivante :

A(2) ***et*** *B*(5,5)**.**

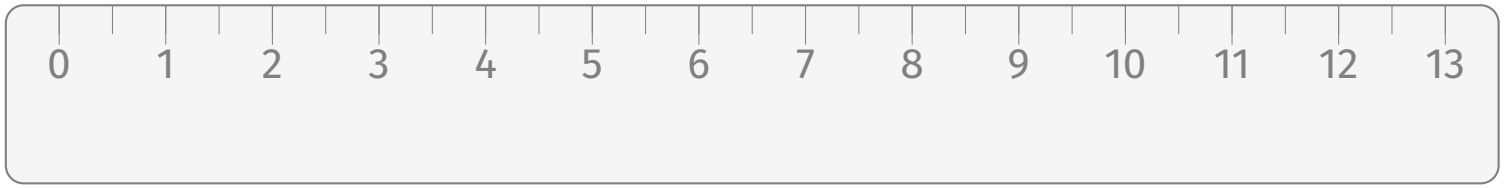
Complète les affirmations suivantes :

a) Le point *C* a pour abscisse ..... .

b) Le point *D* a pour abscisse ..... .

c) *E*(.....) et *F*(.....).

2. Voici l'image d'une autre règle :

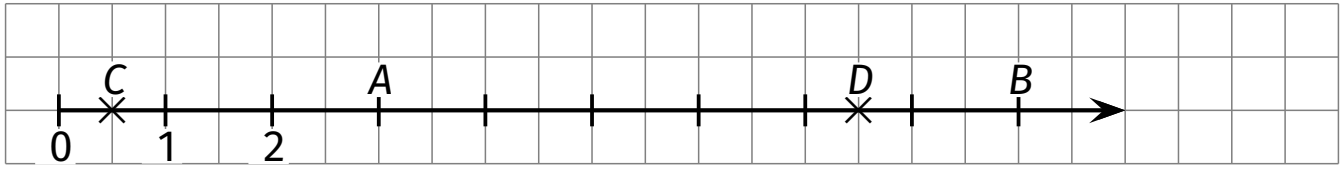


À la manière de la question précédente, place les points suivants sur cette règle :

a) *T* d'abscisse 8,5.
b) *A* d'abscisse 4.
c) *S*(12,5); *H*(11,5) et *M*(0,5).

Quel mot vois-tu apparaître ? .....

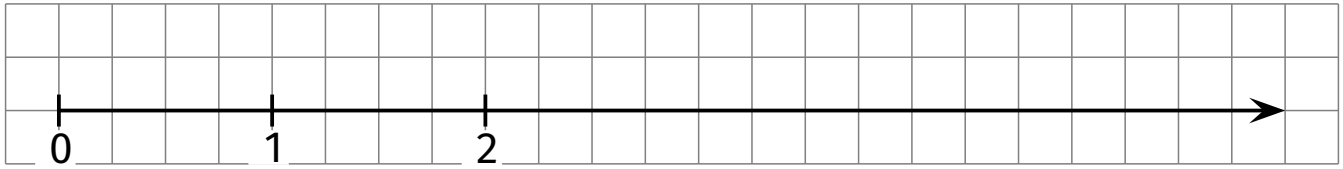
■ EXERCICE :



Écris les abscisses de chacun des points ci-dessus (après avoir complété les graduations manquantes) :

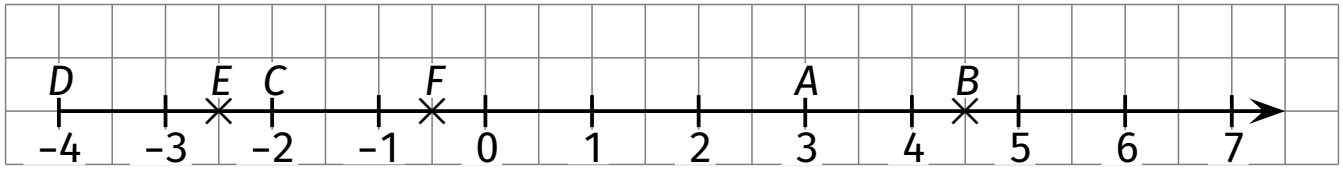
A(… … …) ; *B*(… … …) ; *C*(… … …) et *D*(… … …).

■ EXERCICE :



Complète la droite graduée ci-dessus, puis place dessus les points *E*(3), *F*(4,5) et *G*(0,5).

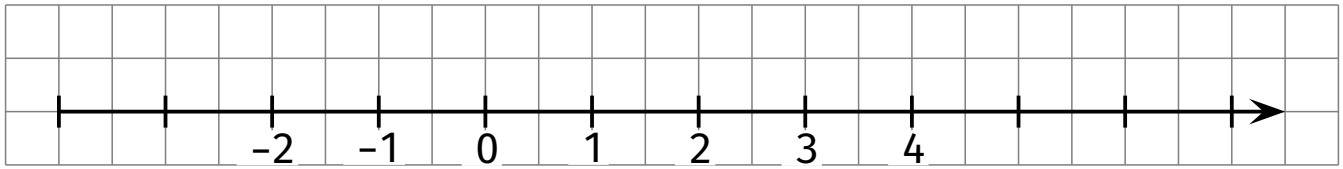
■ EXERCICE :



Complète les phrases suivantes :

- ☆ L'abscisse de *A* est …… .
- ☆ L'abscisse de *B* est …… .
- ☆ L'abscisse de *C* est …… .
- ☆ L'abscisse de *D* est …… .
- ☆ L'abscisse de *E* est …… .
- ☆ L'abscisse de *F* est …… .

■ EXERCICE :

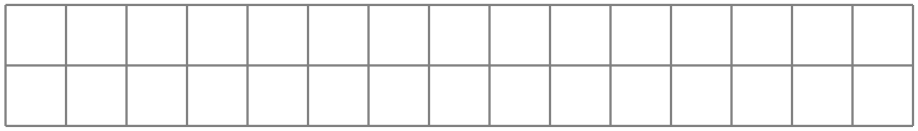


Complète la droite graduée ci-dessus, puis place dessus :

- ☆ le point *G* d'abscisse 2.
- ☆ le point *H* d'abscisse −2.
- ☆ le point *I* d'abscisse 3,5.
- ☆ le point *J* d'abscisse −3,5.
- ☆ le point *K* d'abscisse −1,5.
- ☆ le point *L* d'abscisse 5,5.

■ EXERCICE :

a) Trace une droite graduée d'unité 1 cm (= graduée tous les 1 cm ; attention au fait que, sur une feuille à grands carreaux, 1 cm ≠ 1 carreau !) allant de −6 à 5 :



b) Sur cette droite, place les points :

$A(4)$; $B(-4)$; $C(-2{,}5)$; $D(-5{,}5)$; $E(3{,}5)$; $F(-1{,}5)$; $G(-3{,}5)$.

⚓ Remarque

Lorsqu'on demande de tracer une droite graduée d'unité de longueur 1 cm, la règle peut être très utile pour y placer les nombres à virgules, comme $E(3{,}2)$ ci-dessus, puisque les mm correspondent au chiffre des dixièmes.

DÉFINITION

Deux nombres sont appelés ..... lorsqu'ils ont la même partie numérique et *en même temps* des signes contraires.

Exemples :

- 2 et –2 sont des nombres opposés.
- –52,3 et 52,3 sont aussi des nombres opposés.
- En revanche, –2 et 52,3 ne sont pas des nombres opposés.

■ **EXERCICE :** Complète les phrases suivantes selon ce modèle : « L'opposé de –5 est 5. »

a) L'opposé de –7 est ..... .
b) L'opposé de –4,1 est ..... .
c) L'opposé de 8 est ..... .
d) L'opposé de 9,5 est ..... .

■ **EXERCICE :** Dans chaque cas, complète avec le symbole "<" ou ">" :

☆ –7 ..... 1.
☆ –3 ..... 3.
☆ –5 ..... –6.
☆ –7,5 ..... –19,2.
☆ –51,3 ..... –51,7.
☆ –4,8 ..... –4,7.

■ **EXERCICE :** Range les nombres suivants dans l'ordre croissant :

2,7 ; –7,2 ; 8,5 ; –3,4 ; –4,1 ; 7,2 ; 4,1 ; –2,7.

■ **EXERCICE :**

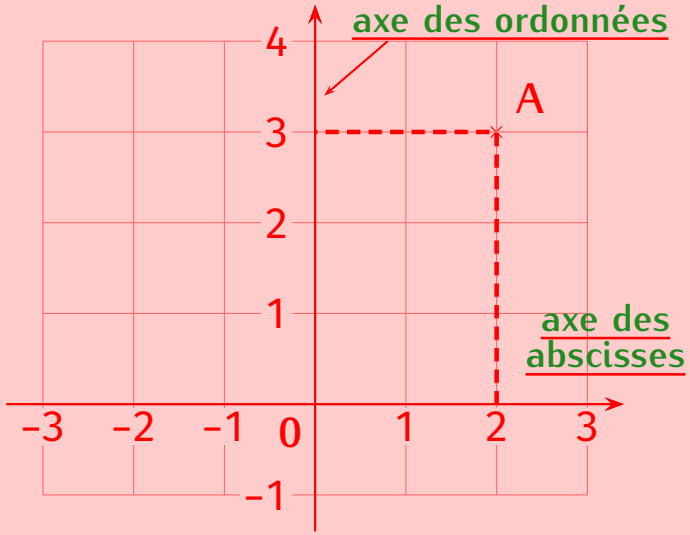
a) Trace une droite graduée d'unité 2m allant de –4 à 3 :

b) Sur cette droite graduée, place les points $A(2)$; $B(-1)$; $C(1{,}5)$; $D(-2{,}5)$ et $E(-0{,}5)$.

III – Repérage

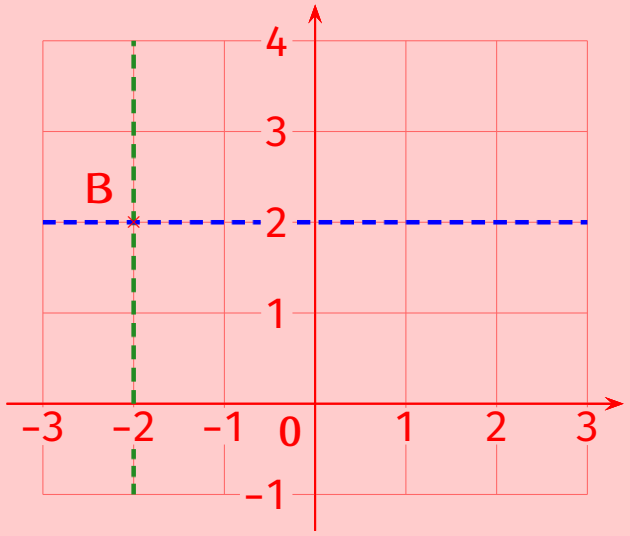
PROPRIÉTÉ

Lire les coordonnées d'un point :



a) On trace des pointillés pour se projeter sur les axes.
b) On lit la valeur sur l'axe des abscisses (ici, 2).
c) On lit la valeur sur l'axe des ordonnées (ici, 3).
d) On écrit les coordonnées du point : $A(2\,;3)$.

Placer un point $B(-2;2)$:



a) On regarde l'abscisse et l'ordonnée du point.
b) On trace des pointillés à partir de ces valeurs.
c) Ces pointillés se croisent au point B.
d) On marque le point et on écrit son nom.

Vocabulaire : $A\,(\,2\,;\,3\,)$.

abscisse du point A ordonnée du point A

Remarque

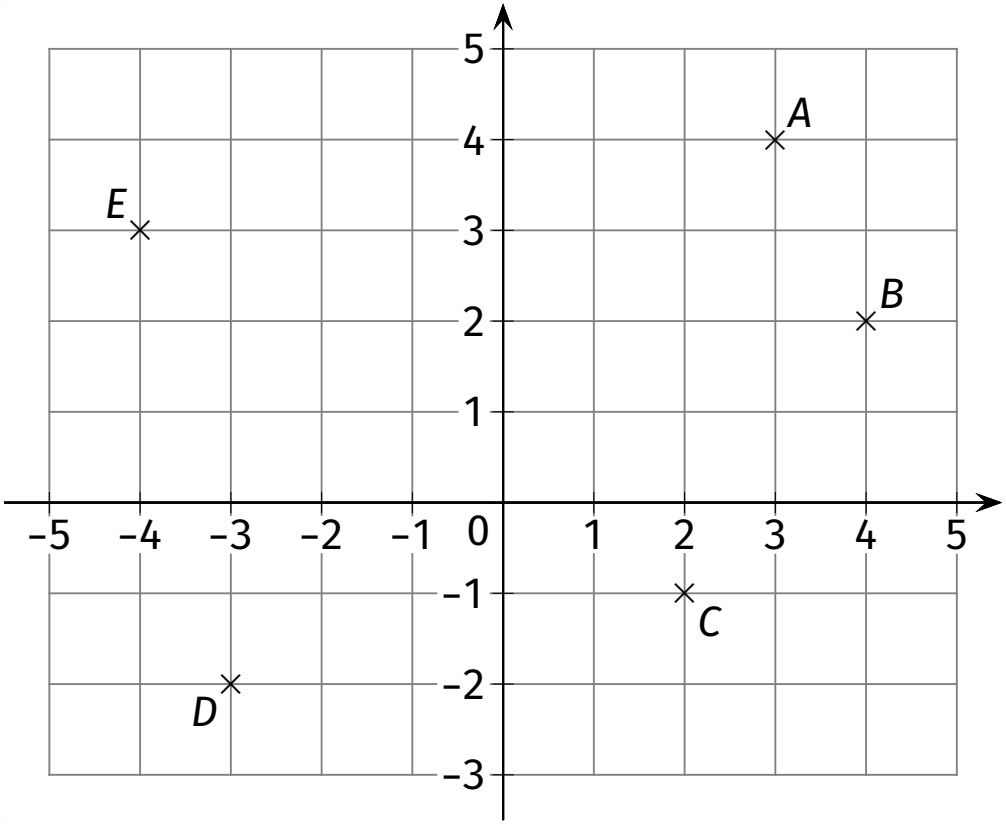
Souvent, grâce au quadrillage, on n'aura pas besoin de tracer les lignes en pointillés.

PROPRIÉTÉ (CAS DU 0)

Si un point se trouve sur l'axe des...

☆ *abscisses*, alors son ordonnée est nulle : ses coordonnées seront donc de la forme $(\square\ ;\ 0)$.
☆ *ordonnées*, alors son abscisse est nulle : ses coordonnées seront donc de la forme $(0\ ;\ \square)$.

■ **EXERCICE :** Pour chaque repère, écris à droite de la page les coordonnées des points :



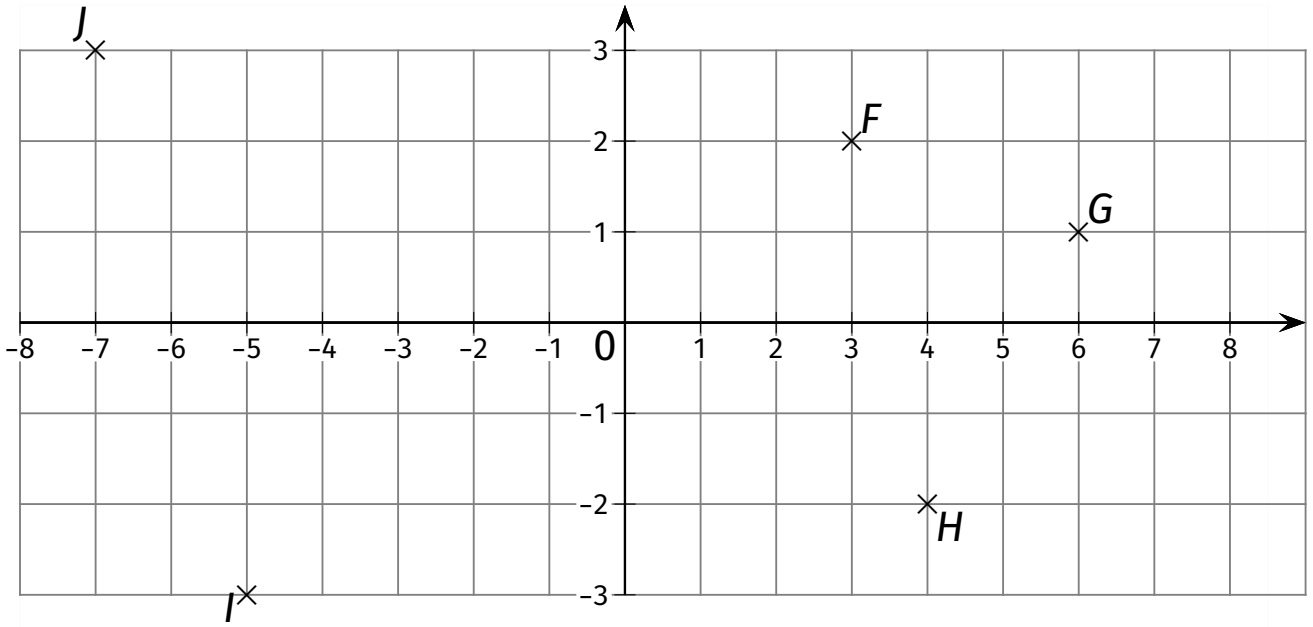
A(… … ; … …)

B(… … ; … …)

C

D

E



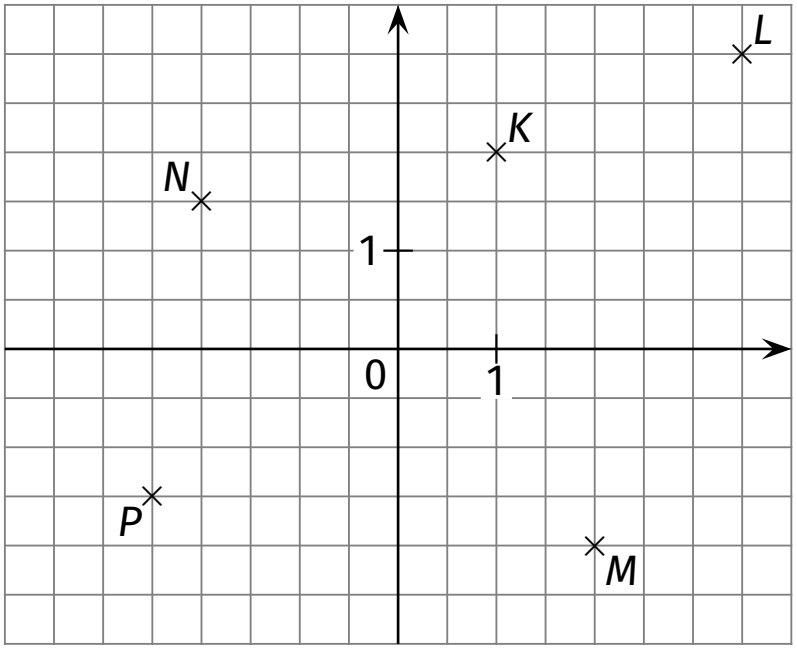
F

G

H

I

J



K

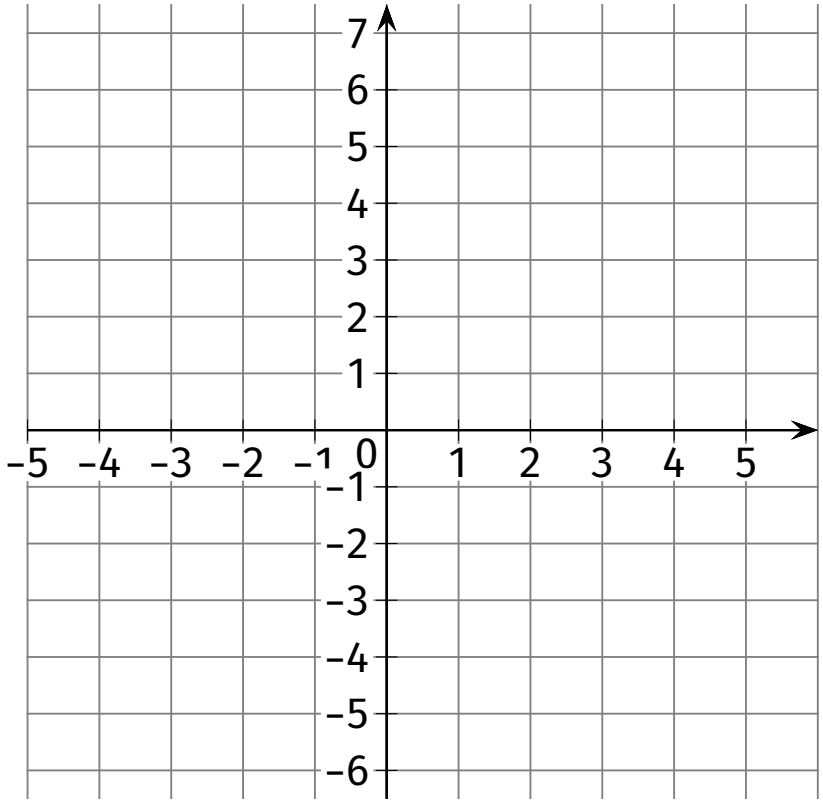
L

M

N

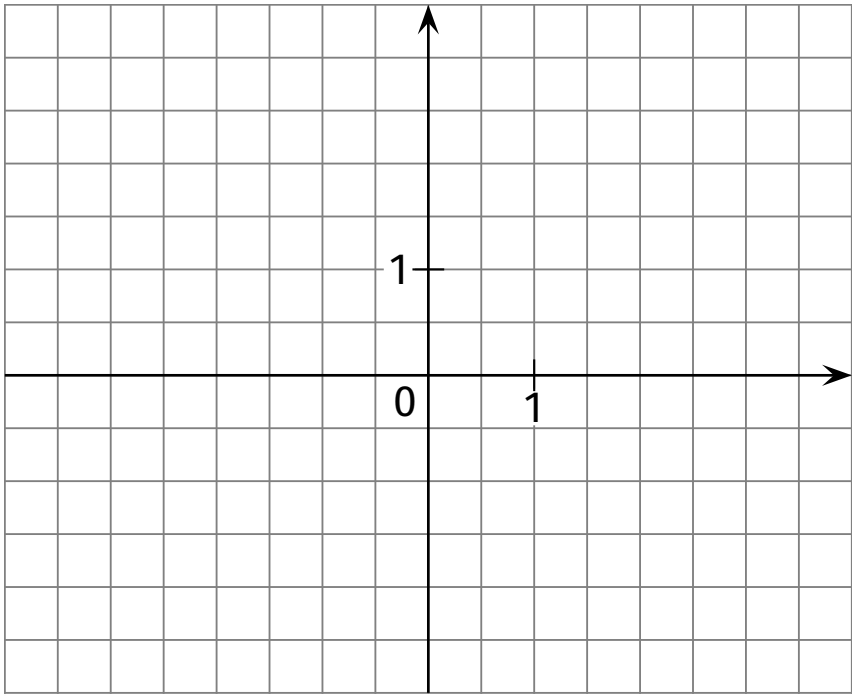
P

■ EXERCICE :



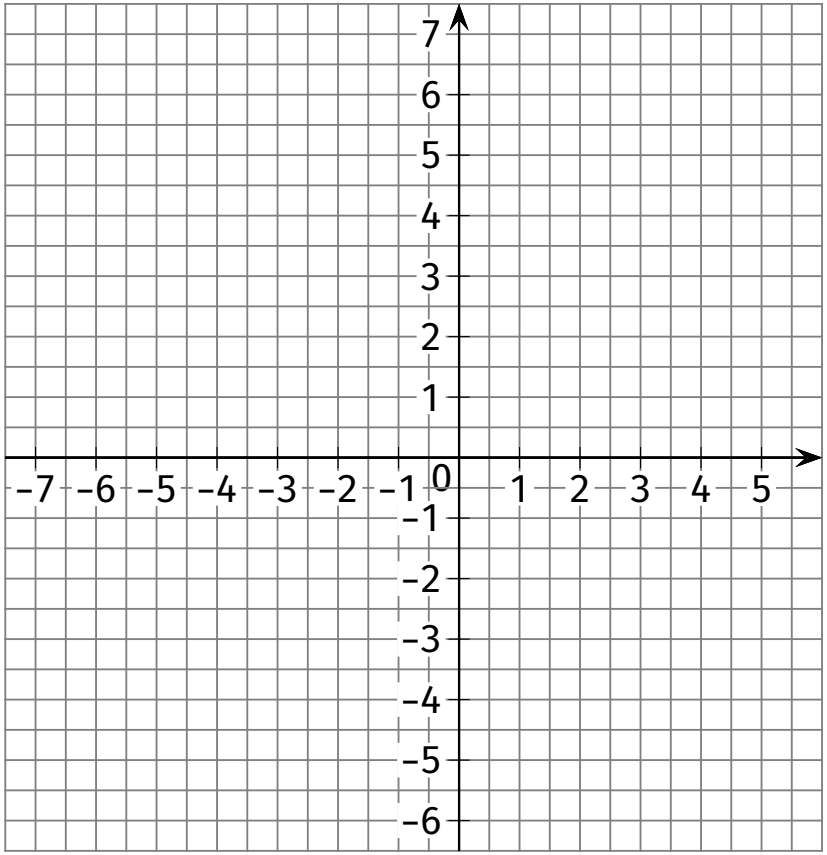
Dans le repère ci-dessus, place les points suivants :

$A(4\ ;1)$	$D(-2\ ;-4)$
$B(5\ ;-3)$	$E(-4\ ;-3)$
$C(1\ ;2)$	$F(-2\ ;5)$



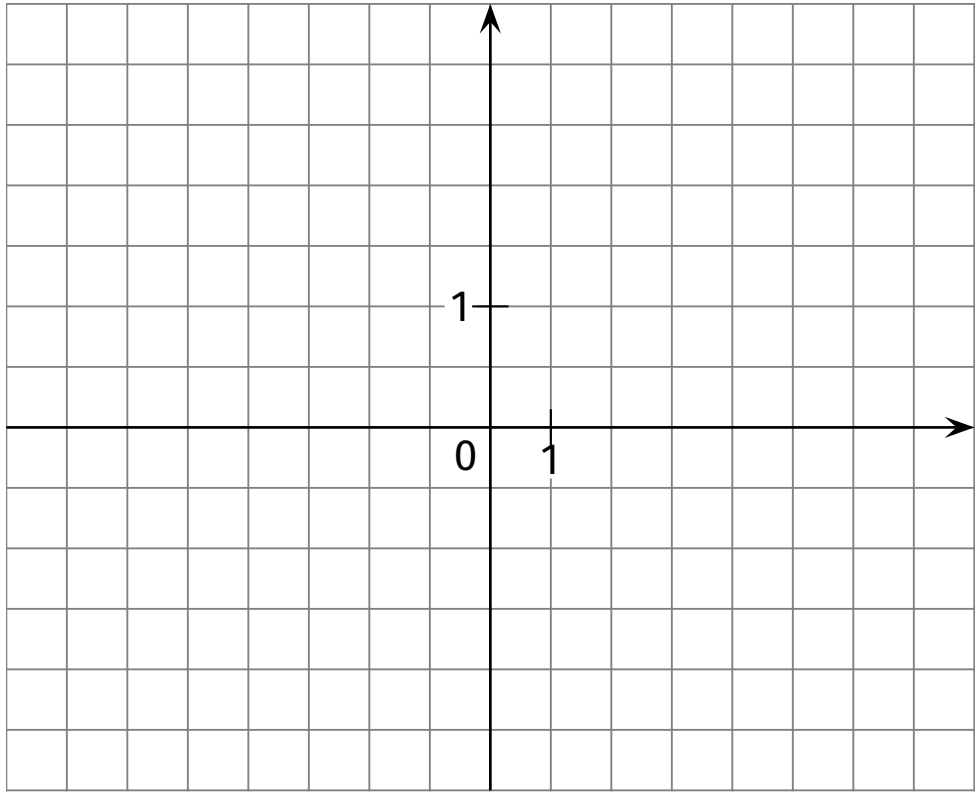
Dans le repère ci-dessus, place les points suivants :

$A(1\ ;2)$	$D(-2\ ;-1)$
$B(2{,}5\ ;1{,}5)$	$E(-1{,}5\ ;-3)$
$C(3{,}5\ ;-2)$	$F(-3\ ;2{,}5)$



Dans le repère ci-dessus, place les points suivants :

$A(2 ; 6)$	$D(-5 ; 4{,}5)$
$B(3{,}5 ; 4)$	$E(-6{,}5 ; -3)$
$C(5{,}5 ; -2)$	$F(-4{,}5 ; -5{,}5)$



Dans le repère ci-dessus, place les points suivants :

$A(2 ; 1)$	$D(-5 ; -1)$
$B(5 ; -2)$	$E(6 ; 1{,}5)$
$C(-3 ; 2)$	$F(-2 ; -1{,}5)$

IV – D'autres graduations

■ **EXERCICE :** Sans utiliser la calculatrice, complète les tableaux suivants :

Tableau n°1 : compter de 0,2 en 0,2

								0	0,2								

Tableau n°2 : compter de 0,4 en 0,4

								0	0,4								

Tableau n°3 : compter de 0,25 en 0,25

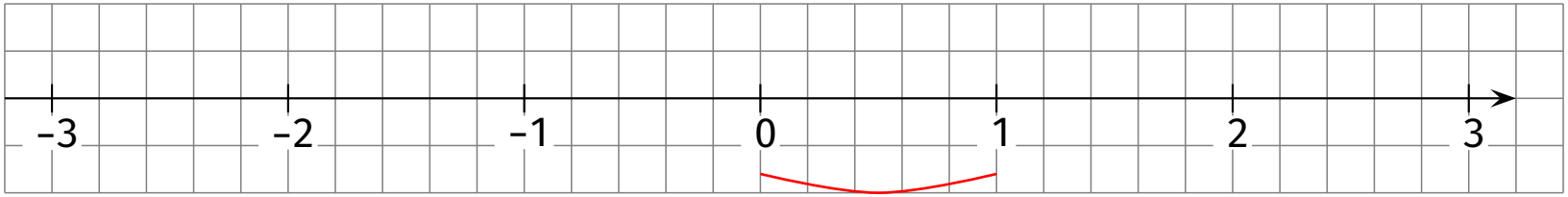
								0	0,25								

MÉTHODE (déterminer la valeur d'un carreau/d'une sous-graduation)

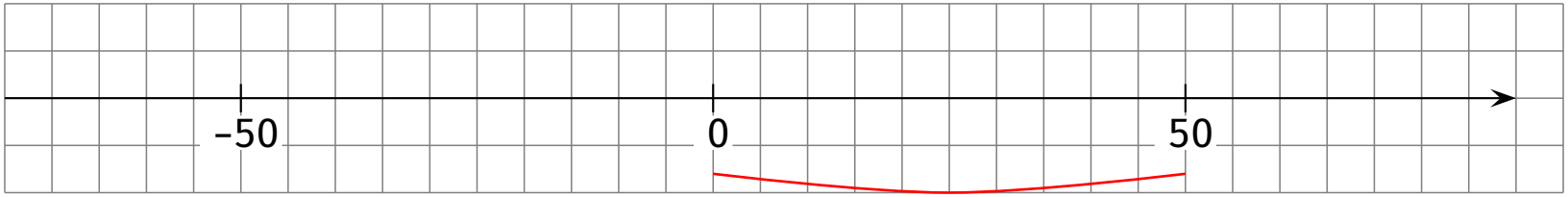
Pour déterminer la valeur d'un carreau ou d'une sous-graduation,

❶ on détermine d'abord la différence entre deux graduations successives,
❷ puis on divise le résultat par le nombre de carreaux entre ces deux graduations.

Exemples :

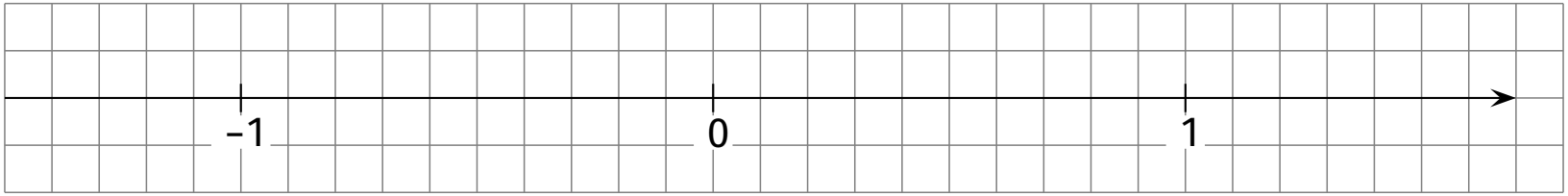


$1 - 0 = 1$
entre 0 et 1, il y a **5 carreaux** $\Rightarrow 1 \div 5 = 0{,}2$



$50 - 0 = 50$
entre 0 et 50, il y a **10 carreaux** $\Rightarrow 50 \div 10 = 5$

EXERCICE :

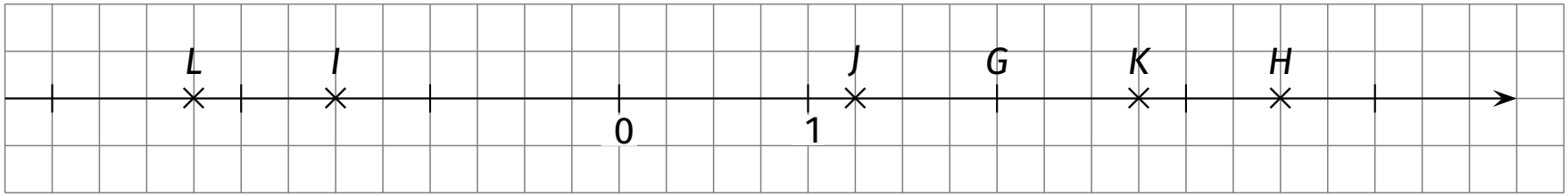


a) Combien représente un carreau ? .....

b) Sur la droite ci-dessus, place les points suivants :

- ☆ le point *A* d'abscisse 1,2.
- ☆ le point *B* d'abscisse 0,7.
- ☆ le point *C* d'abscisse −0,5.
- ☆ le point *D* d'abscisse −1,3.
- ☆ le point *E* d'abscisse −0,3.
- ☆ le point *F* d'abscisse −0,8.

■ EXERCICE :



Complète les phrases suivantes :

☆ L'abscisse de *G* est ……. .

☆ L'abscisse de *H* est ……. .

☆ L'abscisse de *I* est ……. .

☆ L'abscisse de *J* est ……. .

☆ L'abscisse de *K* est ……. .

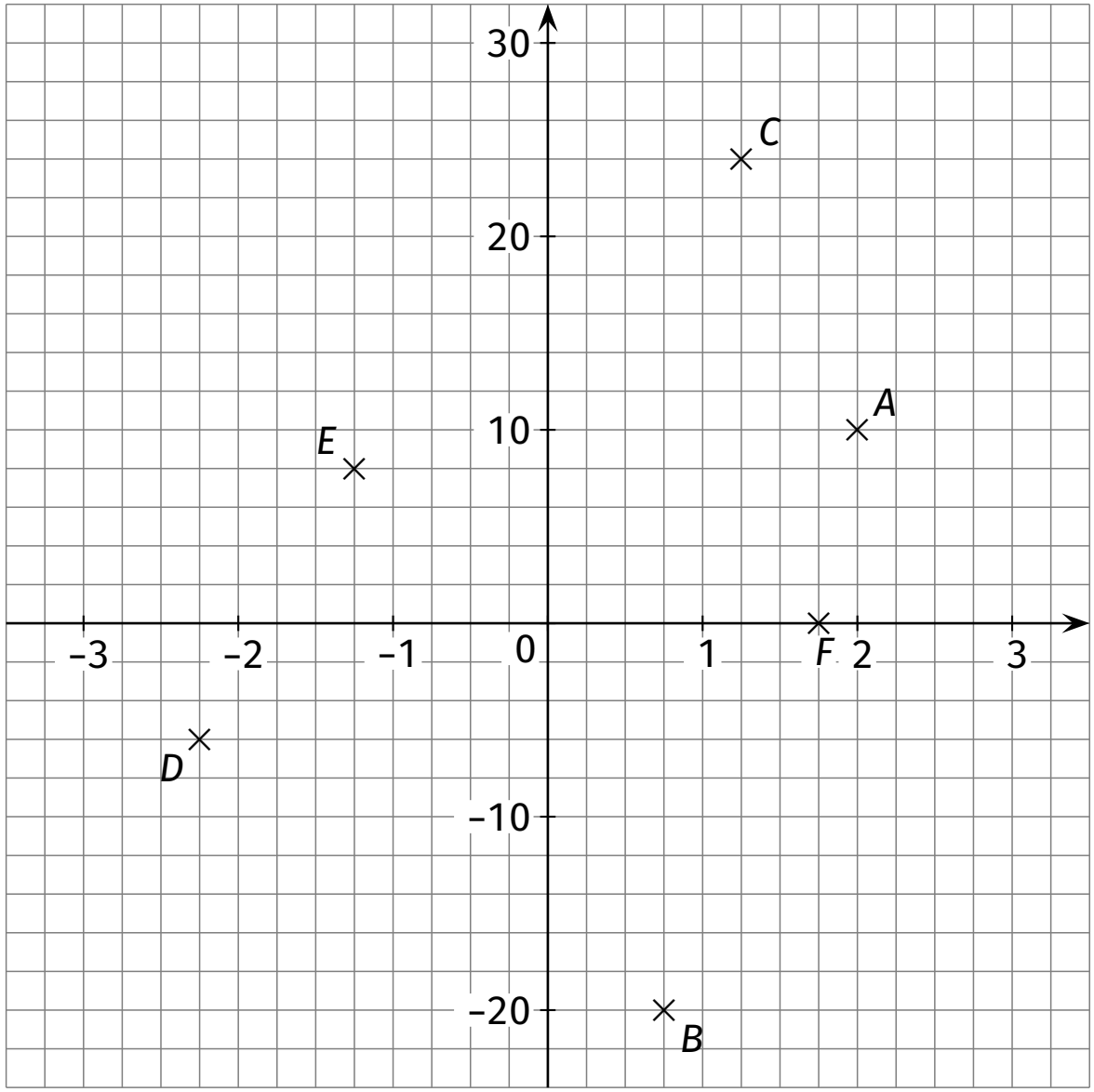
☆ L'abscisse de *L* est ……. .

Pour des raisons de place, la barre des exercices est mise ici, mais il y a encore un exercice à la page suivante !

Cahier IParcours :
fiches 1 à 7 (sauf exercices 4 et 5 de la fiche 6) p. 46-52

Manuel :
7 p. 71 + 11, 14 p. 73 + 17, 18, 20, 24 à 26, 30 à 36, 39, 40 p. 74-75 + 11 p. 87 + 33 p. 90

■ EXERCICE :



Pour chaque point, écris ses coordonnées :

A

B

C

D

E

F

TRIANGLES

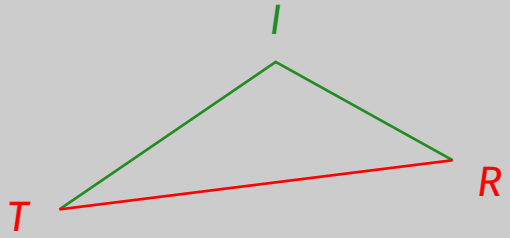
Séquence 4

I – Méthodes de construction

Inégalité triangulaire

DÉFINITION

Dans un triangle *TRI*, pour aller du point *T* au point *R*, le chemin le plus court est la ligne directe : ..... Cette relation est appelée ..... :



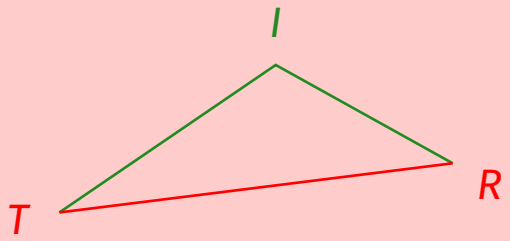
En effet, passer par le point *I* est un détour, et on doit davantage marcher que si on rejoignait le point *R* directement en ligne droite !

Remarque

Dans tout triangle, il existe 3 inégalités remarquables : par exemple, pour le triangle *TRI* ci-dessus, on a $TR < TI + IR$, $TI < TR + RI$ et $IR < IT + TR$.

PROPRIÉTÉ

Dans un triangle, si le plus grand côté est strictement plus petit que la somme des deux autres, alors il est constructible :



Ce triangle est constructible à condition que :

.....

■ **EXERCICE :** Pour chaque triangle suivant, dire s'il est constructible ou non en justifiant la réponse par le calcul :

a) *ABC* tel que *AB* = 5,5 cm, *AC* = 7 cm et *BC* = 6 cm.

.....

b) *EFG* tel que *EF* = 3 cm, *FG* = 9,5 cm et *EG* = 5 cm.

.....

c) *KLM* tel que *LM* = 8 cm, *KL* = 4,7 cm et *KM* = 3,4 cm.

.....

Avec trois longueurs (rappel)

PROPRIÉTÉ

Quand il n'y a pas de figure dans l'énoncé, ...

.....

RAPPEL : CONSTRUIRE UN TRIANGLE AVEC 3 LONGUEURS

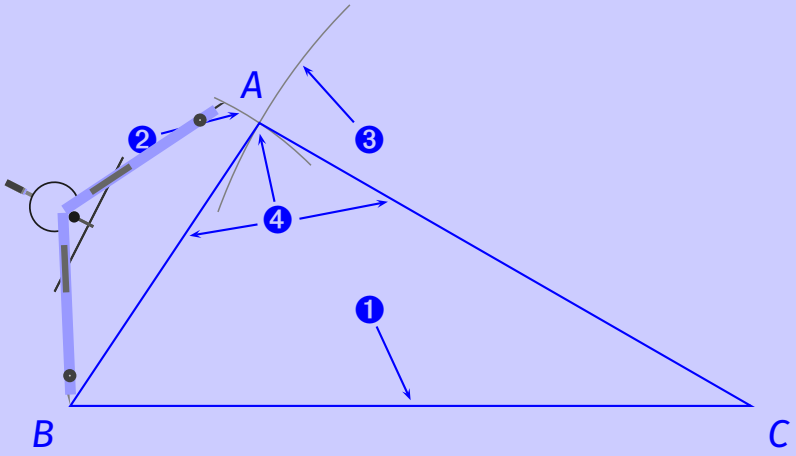
Pour construire un triangle ABC tel que $AB = 4{,}5$ cm, $AC = 7{,}5$ cm et $BC = 9$ cm,

❶ on trace le côté le plus long horizontalement (la figure ne devrait pas sortir de la feuille), ici $BC = 9$ cm ;

❷ on ouvre le compas de 4,5 cm, on pique sur B et on trace un arc de cercle ;

❸ on ouvre le compas de 7,5 cm, on pique sur C et on trace un autre arc de cercle ;

❹ les deux arcs de cercle doivent se couper en un point : c'est le point A recherché. Si les deux arcs ne se coupent pas, il faut les prolonger en répétant les étapes ❷ et ❸.

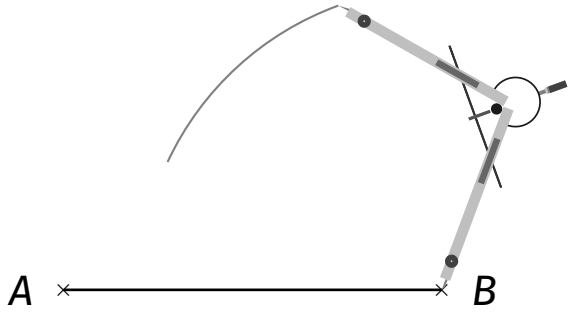


■ **EXERCICE :** Complète l'exemple suivant :

Question : trace le triangle ABC tel que $AB = 5$ cm ; $BC = 4$ cm et $AC = 4{,}5$ cm.

Figure à main levée

Réponse



■ **EXERCICE :** Trace dans ton cahier d'exercices les triangles suivants :

a) CAR tel que $CA = 5$ cm, $AR = 4$ cm et $RC = 2{,}5$ cm.
b) LED tel que $LD = 4$ cm, $DE = 6$ cm et $EL = 3{,}5$ cm.

ATTENTION !!!

On demandera quelques fois de tracer un triangle *rectangle*. Toujours bien faire une figure à main levée afin de ne pas dessiner n'importe quoi : lorsqu'on donne les deux côtés de l'angle droit, c'est facile ; mais quand on donne l'hypoténuse (= côté le plus long d'un triangle rectangle), c'est plus délicat...

■ **EXERCICE :** Construis dans ton cahier d'exercices les triangles suivants en vraie grandeur :

a) ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 3{,}8$ cm et $AC = 4{,}9$ cm.
b) AEF est un triangle tel que $AE = 5{,}6$ cm, $AF = 6{,}2$ cm et $EF = 8$ cm.

Avec deux longueurs et un angle

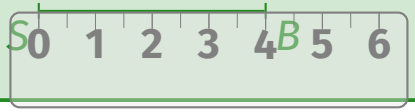
MÉTHODE (construire un triangle avec 2 longueurs et 1 angle)

Pour construire le triangle ABS tel que $AB = 5{,}5$ cm, $BS = 4$ cm et $\widehat{ABS} = 99°$, on commence par tracer une figure à main levée comme indiqué au début de ce chapitre.

On passe ensuite au tracé en 3 étapes :

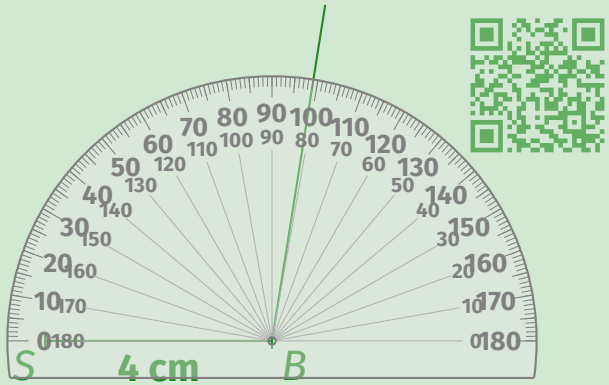
❶ On trace .....

.....



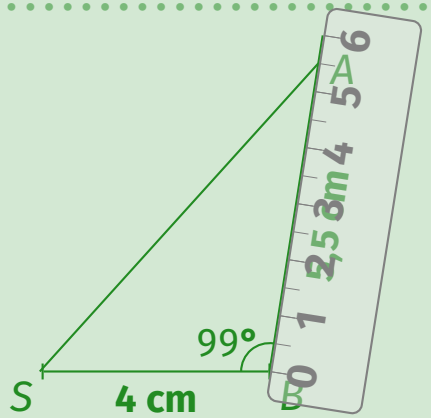
❷ On construit .....

.....



❸ On mesure .....

.....



■ **EXERCICE :** Dans ton cahier d'exercices,

a) trace le triangle EFG tel que $EF = 7$ cm, $EG = 4$ cm et $\widehat{FEG} = 80°$.

b) trace le triangle RST tel que $RS = 5{,}2$ cm, $RT = 2{,}4$ cm et $\widehat{SRT} = 107°$.

Avec une longueur et deux angles

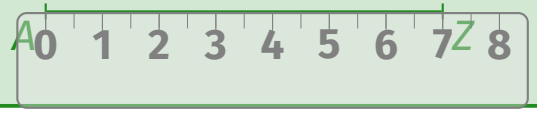
MÉTHODE (construire un triangle avec 1 longueur et 2 angles)

Pour tracer le triangle *ZAG* tel que *AZ* = 7 cm, $\widehat{GAZ}$ = 100° et $\widehat{AZG}$ = 31°, on commence encore par tracer une figure à main levée...

On passe ensuite au tracé en 3 étapes :

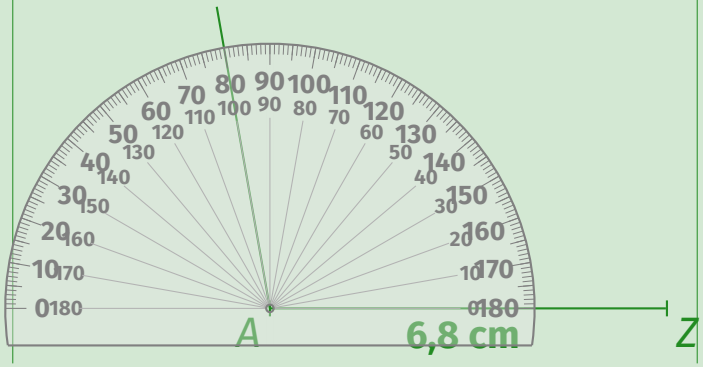
❶ On trace .....

.....



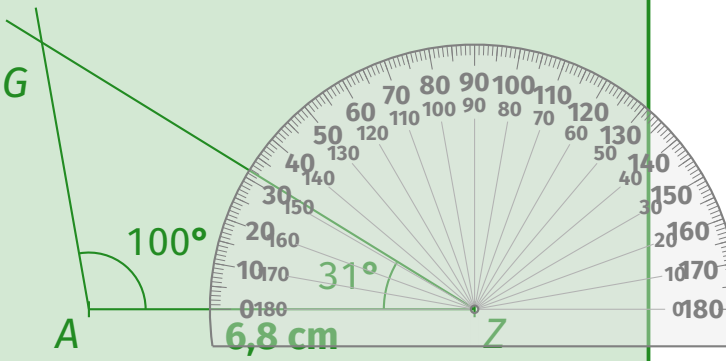
❷ On construit .....

.....



❸ On construit .....

.....



■ **EXERCICE :** Dans ton cahier d'exercices,

a) trace le triangle *EFG* tel que *EF* = 6 cm, $\widehat{EFG}$ = 25° et $\widehat{FEG}$ = 65°.

b) trace le triangle *RST* tel que *RS* = 4,7 cm, $\widehat{RST}$ = 23° et $\widehat{SRT}$ = 107°.

II – Droites remarquables du triangle

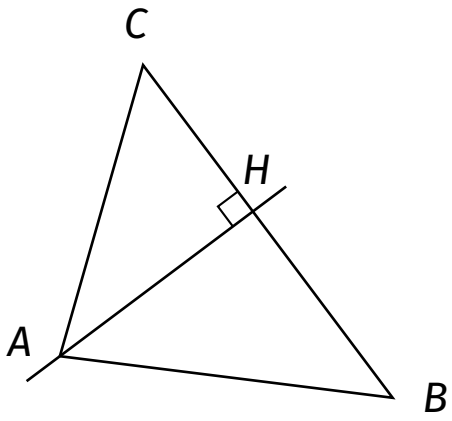
Hauteur

DÉFINITION (RAPPEL)

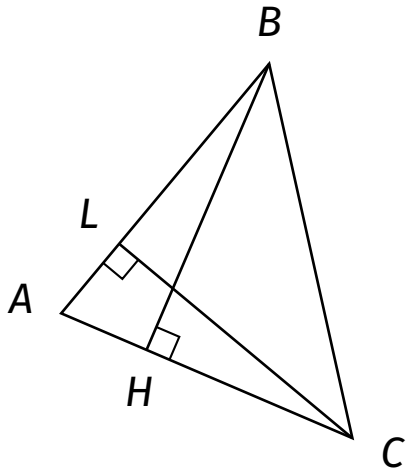
Dans un triangle, une ..... est une droite .....

.....

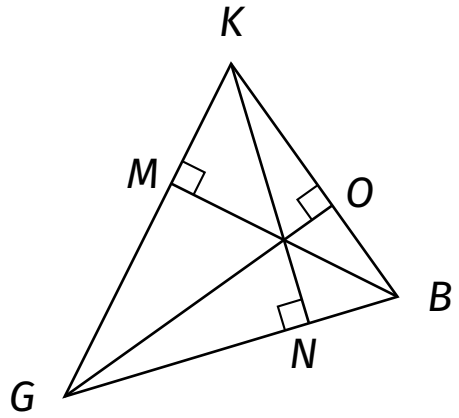
Exemples :



(*AH*) est la hauteur issue de *A* : elle passe par *A* et elle est perpendiculaire à (*BC*)



(*BH*) est la hauteur issue de *B* du triangle *ABC*, et (*LC*) est celle issue de *C*.



Dans ce triangle *KGB*, ce sont les trois hauteurs qui ont été tracées. Remarques-tu quelque chose ?

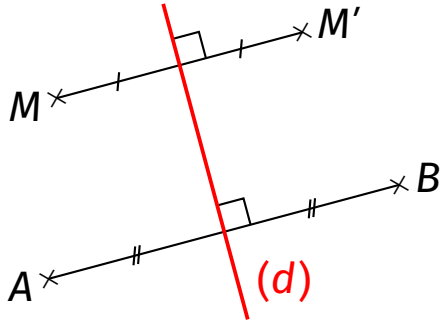
Médiatrice d'un segment (rappel de 6e)

DÉFINITION

La ..... d'un segment est .....

.....

Exemple : Voici une figure. Grâce au codage, la droite rouge est perpendiculaire au segment [MM'] et passe par son milieu : c'est donc la médiatrice de ce segment [MM'] :



■ **EXERCICE :** De quel autre segment la droite rouge est-elle la médiatrice ?

MÉTHODE (construction de la médiatrice de [AB] au compas)

❶ **On ouvre** .....

❷ **On pique** .....

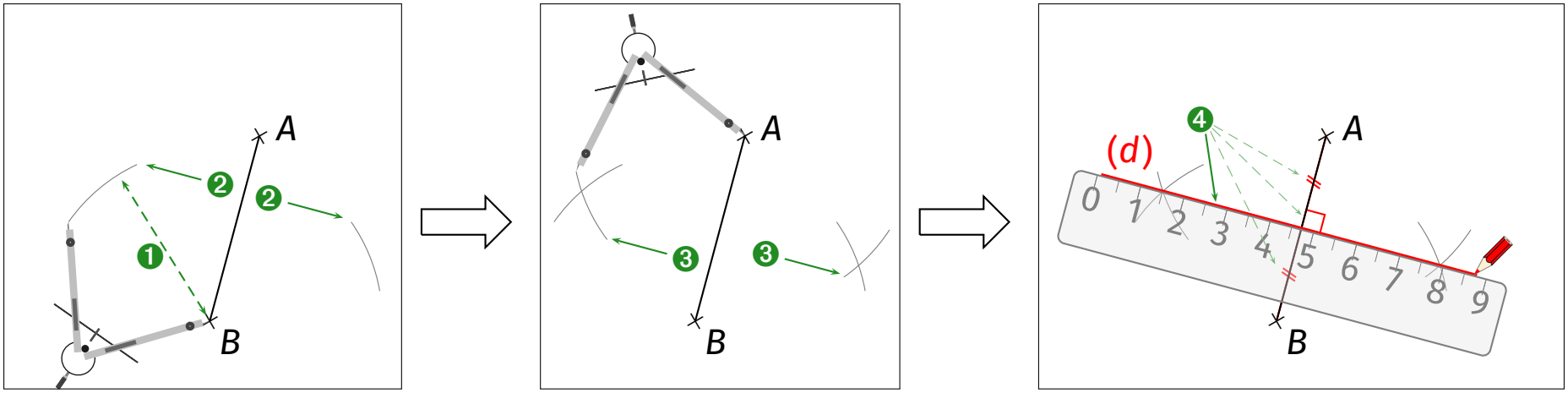
❸ **On répète** .....

.....

❹ **Les 4 arcs de cercle** .....

.....

Illustration :



PROPRIÉTÉS (DE LA MÉDIATRICE)

★ **Si un point** .....

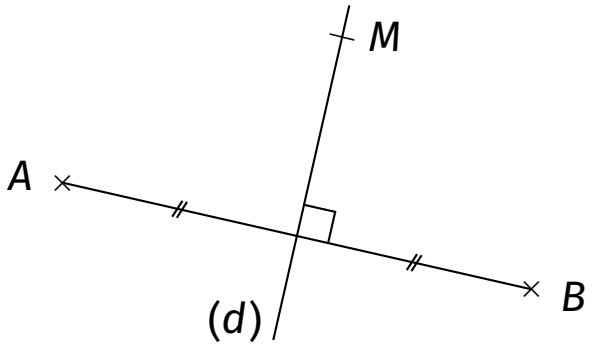
.....

★ **Si un point** .....

.....

Rappel : encore une fois, ce sont des propriétés : il ne faudra pas oublier de faire un schéma DPC pour les utiliser (voir ci-dessous).

■ **EXERCICE :** On donne la figure ci-contre dans laquelle $M \in (d)$. Prouve que AMB est un triangle isocèle en M.



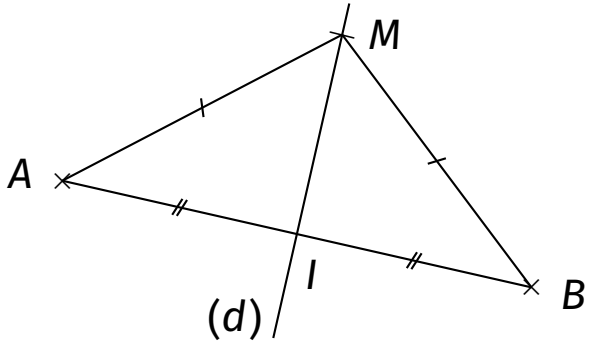
Solution :

D : .....

P : .....

C : .....

■ **EXERCICE :** On donne la figure ci-contre. Prouve que le triangle MIB est rectangle en I.



Solution :

D : .....

P : .....

C : .....

.....

Puisqu'un triangle est constitué de 3 côtés, donc 3 segments, on peut tracer à la fois 3 hauteurs ainsi que 3 médiatrices dans un triangle.

PROPRIÉTÉS

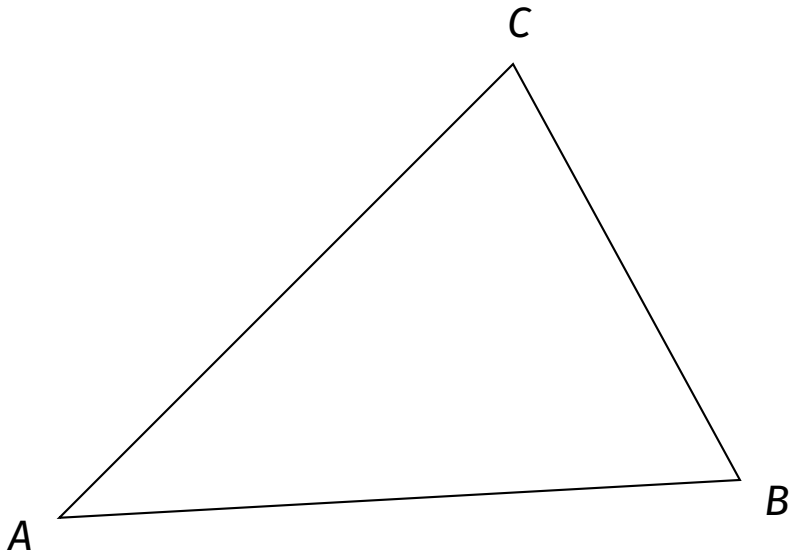
★ Dans un triangle, ...

.....

★ Dans un triangle, ...

.....

■ **EXERCICE :** Voici un grand triangle. Trace avec le plus de précision possible les 3 hauteurs en rouge et les 3 médiatrices (ainsi que le cercle circonscrit à ce triangle *ABC*) en vert :



■ **EXERCICE (construction d'un triangle avec une petite difficulté…) :** Trace le triangle EFG tel que $EF = 7$ cm, $\widehat{FEG} = 30°$ et $\widehat{EGF} = 100°$:

Cahier IParcours :
fiches 1 à 9 p. 102-110

Manuel :
4, 6 p. 219 + 10, 11, 13 p. 221 + 17 à 19 p. 223 + 22 à 26, 29 p. 224 + 35, 36 p. 225

FRACTION

Séquence 5

I – Généralités

DÉFINITIONS

Une ..... est de la forme $\frac{\text{numérateur}}{\text{dénominateur}}$, et correspond à la division du numérateur par le dénominateur.
Si le numérateur et le dénominateur sont deux nombres *entiers* (donc sans virgule apparente), alors on appelle cette écriture une ....., sinon on l'appelle un .....

Exemples :

$\frac{7}{2} = 7 \div 2 = 3{,}5 \longrightarrow \frac{7}{2}$ est une écriture fractionnaire du nombre décimal 3,5.

$\frac{10}{4} = 10 \div 4 = 2{,}5$ et $\frac{5}{2} = 5 \div 2 = 2{,}5 \longrightarrow \frac{10}{4}$ et $\frac{5}{2}$ sont deux écritures fractionnaires différentes du même nombre décimal 2,5.
En effet, plusieurs divisions peuvent donner le même résultat. Un nombre peut donc avoir plusieurs écritures fractionnaires différentes.

$\frac{10}{3} = 10 \div 3 \approx 3{,}33$. Mais $\frac{10}{3} \neq 3{,}33 \longrightarrow$ le quotient de 10 par 3 $\left(\text{donc } \frac{10}{3}\right)$ n'admet pas d'écriture décimale.

RAPPEL : Tout nombre décimal peut s'écrire sous forme de fraction, il suffit de recopier ce nombre au numérateur *sans la virgule*, puis de mettre un "1" au dénominateur suivi d'autant de "0" que de chiffres après la virgule dans le nombre. Par exemple,

$1{,}5 = \frac{15}{10}$; $7{,}63 = \frac{763}{100}$; $23{,}478 = \frac{23\,478}{1\,000}$.

1 chiffre → **1** zéro ; **2** chiffres → **2** zéros ; **3** chiffres → **3** zéros

■ **EXERCICE :** Donne l'écriture décimale ou une valeur approchée arrondie au dixième des fractions ci-dessous :

$A = \frac{10}{4}$ ..... | $B = \frac{12}{7}$ ..... | $C = \frac{50}{30}$ ..... | $D = \frac{6}{5}$ ..... | $E = \frac{180}{36}$ .....

■ **EXERCICE (calculatrice) :** Complète en utilisant les symboles "<" ou ">" :

a) $\frac{4}{2}$ ... 1 b) $\frac{18}{3}$ ... 5 c) $\frac{50}{6}$ ... 10 d) 3,5 ... $\frac{30}{9}$

e) $\frac{30}{5}$ ... $\frac{17}{2}$ f) $\frac{70}{4}$ ... $\frac{9}{10}$ g) $\frac{48}{12}$ ... $\frac{25}{9}$ h) $\frac{63}{10}$ ... $\frac{36}{7}$

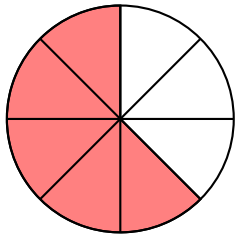
II – Proportion

DÉFINITION

On appelle ..... une fraction qui exprime une quantité vérifiant un critère donné (numérateur) sur une quantité totale (dénominateur).

Exemple 1 : Dans ce cours, il y a 15 séquences, dont 7 de nombres. La proportion de séquences qui concernent les nombres est donc de $\frac{7}{15}$.

Exemple 2 :
Le disque ci-contre a été partagé en 8 parts. Il y a « ... parts sur 8 » qui sont coloriées,



cela correspond donc à la proportion $\frac{\dots}{\dots}$.

Par conséquent, la proportion de disque non coloriée est de $\frac{\dots}{\dots}$.

Remarque

Lorsque la proportion s'exprime sous la forme d'un quotient de dénominateur 100, alors on parle même de .....
La règle d'or du paragraphe suivant nous permettra de voir comment transformer une proportion (sur un dénominateur différent de 100) en un pourcentage.

III – Fractions égales

PROPRIÉTÉ ("RÈGLE D'OR" DES QUOTIENTS)

On ne change pas .....

.....

Autrement dit : $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$.

Exemples : $\frac{1}{2,2} = \frac{\ldots}{\ldots}$ (×5) ou $\frac{48}{28} = \frac{\ldots}{\ldots}$ (÷4).

On aurait pu écrire la première égalité sous la forme suivante : $\frac{1}{2,2} = \frac{1 \times \ldots}{2,2 \times \ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$.

DÉFINITIONS

Lorsqu'on utilise la règle d'or des quotients sur une fraction en divisant (et en s'assurant que le résultat soit une fraction aussi, donc pas de virgule), on dit qu'on ..... la fraction. On peut simplifier plusieurs fois de suite une fraction, mais lorsqu'on n'y arrive plus, on dit qu'on a obtenu une fraction .....

■ **EXERCICE :** Écris dans ton cahier d'exercices 4 quotients (2 avec des nombres plus petits et 2 avec des plus grands) égaux à $\frac{5}{20}$, puis à $\frac{27}{4,5}$ (il y aura donc en tout 8 quotients à écrire dans cet exercice).

À LA CALCULATRICE

Pour saisir une fraction sur la calculatrice, on utilise la touche $\square\!\!\square$:

★ ① ② $\square\!\!\square$ ③ EXE affichera logiquement 4 (car 12 ÷ 3 = 4).

★ ③ $\square\!\!\square$ ④ EXE affichera... $\frac{3}{4}$! Pour avoir le nombre décimal, appuyer sur les touches ⬆ EXE.

★ ④ $\square\!\!\square$ ⑥ EXE affichera $\frac{2}{3}$. On remarque que la calculatrice a affiché une fraction différente, car **elle simplifie automatiquement les fractions**. On peut aussi appuyer sur ⬆ EXE pour obtenir la valeur décimale, mais attention au nombre de chiffres après la virgule)...

■ **EXERCICE :** Simplifie les fractions suivantes, en détaillant et en vérifiant à la calculatrice :

$A = \frac{15}{20}$ $B = \frac{8}{6}$ $C = \frac{32}{24}$ $D = \frac{160}{280}$ $E = \frac{14}{49}$ $F = \frac{56}{16}$ $G = \frac{35}{45}$ $H = \frac{88}{33}$ $I = \frac{8}{2}$.

ATTENTION !!!

Il ne faut pas oublier que la calculatrice simplifie *automatiquement* les fractions : il faut donc s'attendre à ce qu'elle affiche des résultats différents de ce qui est demandé (notamment si on veut volontairement pas simplifier jusqu'au bout, ou si on applique la règle d'or en multipliant)...C'est pourquoi il faut obligatoirement apprendre par cœur et savoir utiliser cette règle d'or !

IV – Comparer ou ranger des fractions

PROPRIÉTÉ

Pour comparer ou ranger plusieurs fractions, ...

.....

.....

Remarque : le programme n'impose que des comparaisons ou rangements dans le cas où les dénominateurs sont les mêmes ou sinon multiples les uns des autres : si des fractions doivent être changées, elles le seront donc vers celle qui a le plus grand dénominateur (puisqu'il est dans la table de tous les autres).

Exemple 1 (COMPARER DES FRACTIONS) : Comparer les fractions suivantes :

☆ $\frac{3}{5}$ et $\frac{8}{5}$: 3 ... 8, donc $\frac{3}{5}$ ... $\frac{8}{5}$.

☆ $\frac{3}{8}$ et $\frac{1}{4}$: $\frac{1}{4} = \frac{\dots}{8}$ et 3 ... 2, donc $\frac{3}{8}$ ... $\frac{2}{8}$, c'est-à-dire $\frac{3}{8}$ ... $\frac{1}{4}$.

☆ $\frac{5}{9}$ et $\frac{2}{3}$: $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{9}$ et 5 ... 6, donc $\frac{5}{9}$ ... $\frac{6}{9}$, c'est-à-dire $\frac{5}{9}$ ... $\frac{2}{3}$.

Exemple 2 (ORDONNER DES FRACTIONS) : Range les fractions suivantes dans l'ordre croissant :

$$\frac{13}{20} \ ; \ \frac{7}{10} \ ; \ \frac{9}{4} \ ; \ \frac{2}{5} \text{ et } \frac{1}{2}.$$

Réponse : On met d'abord toutes les fraction sur 20 (car c'est le plus grand des dénominateurs proposés) :

$$\frac{7}{10} = \frac{7\times2}{10\times2} = \frac{14}{20} \quad ; \quad \frac{9}{4} = \frac{9\times5}{4\times5} = \frac{45}{20} \quad ; \quad \frac{2}{5} = \frac{2\times4}{5\times4} = \frac{8}{20} \quad \text{et} \quad \frac{1}{2} = \frac{1\times10}{2\times10} = \frac{10}{20}.$$

On peut maintenant les comparer plus facilement en ne regardant que les numérateurs ($8 < 10 < 13 < 14 < 45$), et on réécrit bien sûr le rangement en utilisant les fractions de l'énoncé : $\frac{8}{20} < \frac{10}{20} < \frac{13}{20} < \frac{14}{20} < \frac{45}{20}$ $\Rightarrow$ $\frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{13}{20} < \frac{7}{10} < \frac{9}{4}$.

■ **EXERCICE :** Compare les fractions suivantes en mettant le symbole approprié (“<”, “>” ou “=”) :

a) $\frac{17}{24} \ldots \frac{7}{8}$ | b) $\frac{25}{9} \ldots \frac{8}{3}$ | c) $\frac{3}{7} \ldots \frac{7}{21}$ | d) $\frac{14}{8} \ldots \frac{7}{4}$ | e) $\frac{36}{5} \ldots 6$ | f) $7 \ldots \frac{56}{8}$

■ **EXERCICE :**

Range les fractions suivantes dans l'ordre croissant :

a) $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{11}{18}$; $\frac{1}{2}$ et $\frac{5}{6}$: .....

b) $\frac{5}{12}$; $\frac{7}{24}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{8}$ et $\frac{1}{3}$: .....

c) $\frac{5}{6}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{11}{15}$; $\frac{2}{3}$ et $\frac{23}{30}$: .....

Range les fractions suivantes dans l'ordre **décroissant** :

d) $\frac{31}{50}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{16}{25}$; $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{5}$: .....

.....

Cahier IParcours :
fiches 1 à 11 p. 26-36

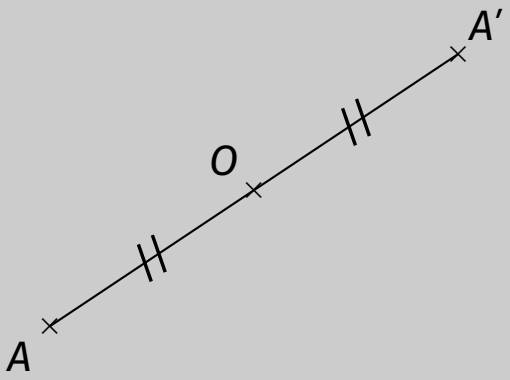
Manuel :
5 p. 53 + 10, 11 p. 55 + 14, 15, 18 p. 57 + 23, 24, 29 à 35, 39 à 41, 44 à 47 p. 58-59

SYMÉTRIE CENTRALE

Séquence 6

I – Définitions

DÉFINITIONS



Par la ......, le point *A* se transforme en un nouveau point (en général *A′*) lorsque *O* est le milieu du segment [*AA′*].

Cette transformation est appelée ..... et correspond à un "demi-tour" autour du point *O*. Ce point *O* est appelé le .....

Enfin, lorsqu'une figure est son propre symétrique, on dit alors que le point *O* est le .....

Désormais, la phrase « O est le milieu du segment [AB] » aura exactement la même signification que « le point A est le symétrique du point B par rapport au point O » ou « le point B est le symétrique du point A par rapport au point O ».

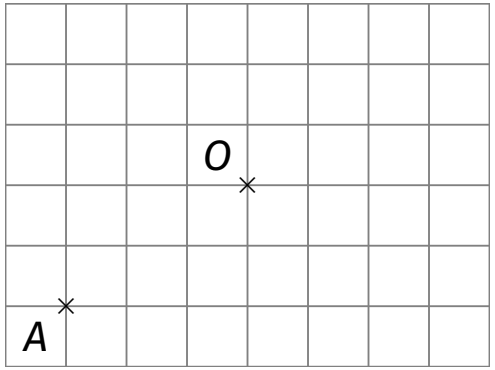
Dans l'image ci-dessus, on peut aussi dire que c'est A le symétrique de A′ par rapport à O.

*Au niveau du vocabulaire, on fera donc attention à bien faire la différence entre « A′ est le symétrique de A par rapport au **point** O » (symétrie centrale) et « A′ est le symétrique de A par rapport à la **droite** (d) » (symétrie axiale).*

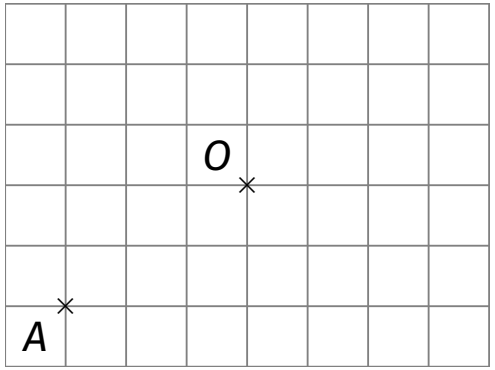
II – Constructions

Avec quadrillage

On souhaite construire le symétrique de A par rapport à O :



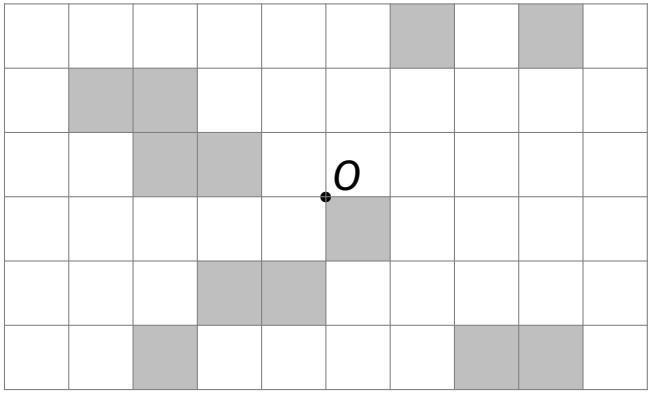
❶ Pour aller de A à O, on se déplace horizontalement de ..... carreaux et verticalement de ..... carreaux.

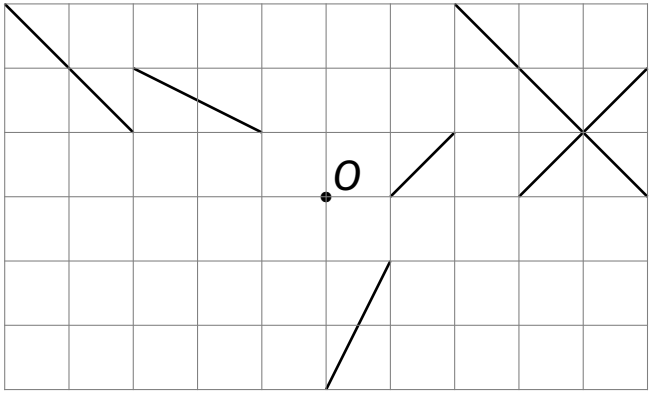


❷ On se place en O et on effectue le même déplacement : ..... carreaux horizontalement et ..... carreaux verticalement. La position finale donne le point A'.

■ **EXERCICE :** Dans ton cahier d'exercices, place 2 points au hasard (en utilisant le quadrillage) puis construis le symétrique de l'un par rapport à l'autre, sans utiliser le matériel de géométrie. Répète ensuite cet exercice encore quatre fois.

■ **EXERCICE :** En t'aidant du quadrillage, complète ces deux figures de telle sorte que O en soit le centre de symétrie.





Sans quadrillage

MÉTHODE (image d'un point par une symétrie centrale)

❶ **On trace** .....

.....

❷ **On prend** .....

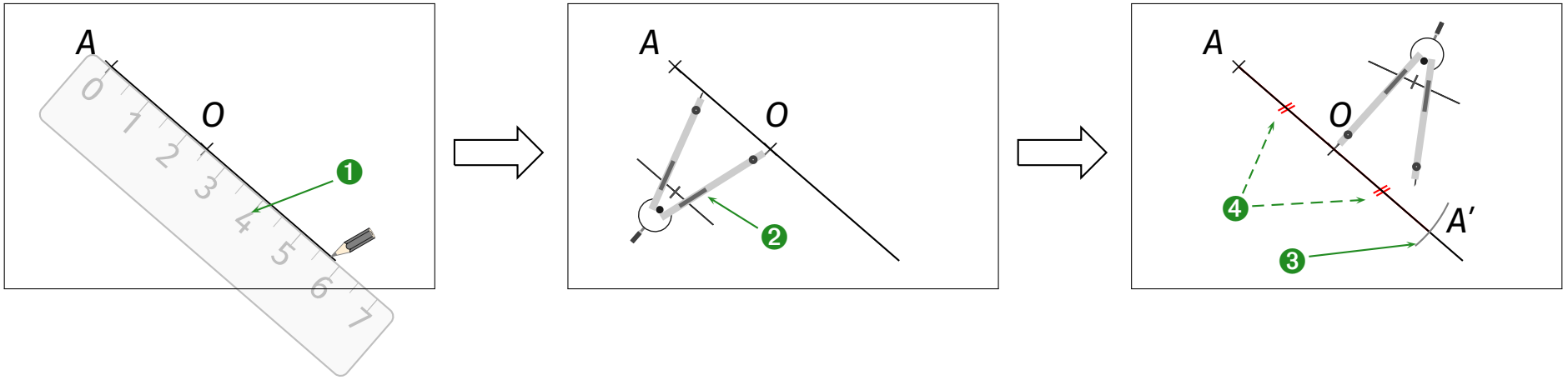
.....

❸ **On trace** .....

.....

❹ **On place** .....

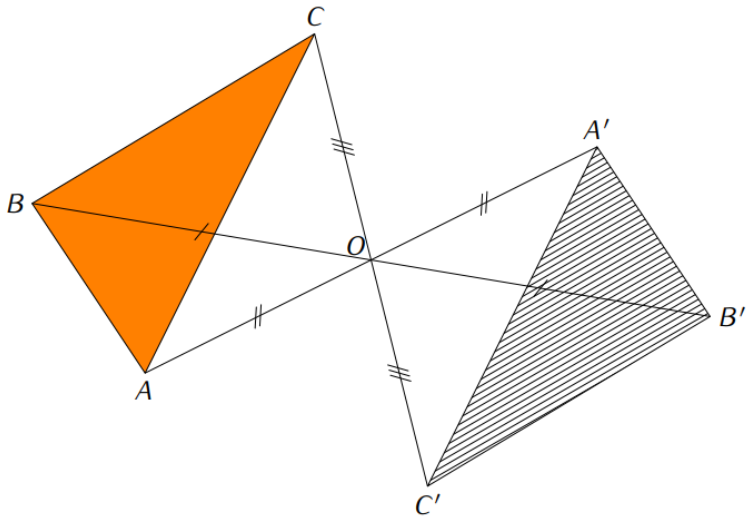
Illustration :



⚓ Remarques

Exactement comme pour la symétrie axiale vue en 6e, maintenant qu'on sait construire le symétrique d'un point, on peut construire le symétrique de n'importe quoi :

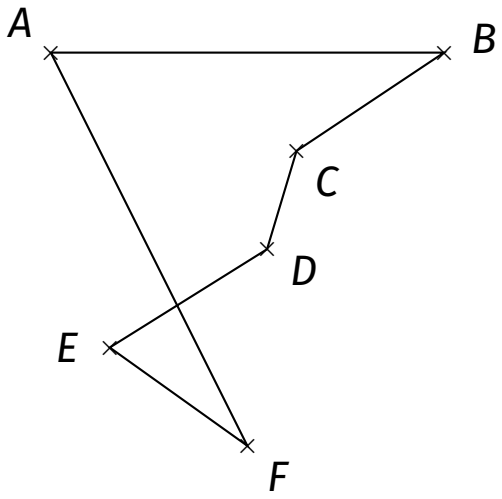
- ☆ un segment est constitué de 2 points, donc on construit leurs symétriques et on les relie ;
- ☆ une droite est constituée d'une infinité de points, donc *on en choisit deux*, on construit leurs symétriques et on les relie ;
- ☆ une figure est constituée de plusieurs sommets, donc plusieurs points : il suffit de construire le symétrique de chacun d'eux, et on relie les symétriques dans le même ordre que la figure initiale *(le faire au fur et à mesure pour éviter de se tromper)*.

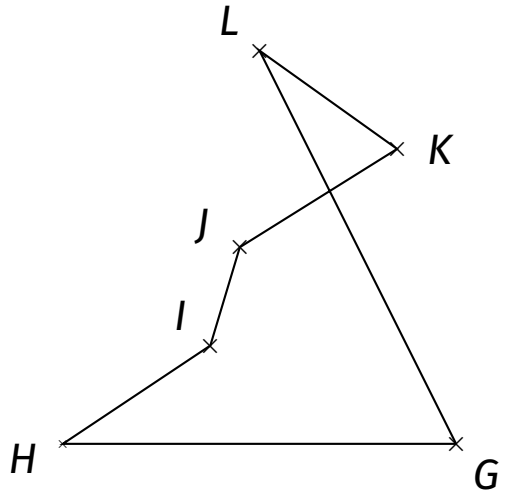


Exemple :

Le dessin ci-contre représente un triangle ABC et son symétrique $A'B'C'$ dans la symétrie de centre O, avec le codage indiqué pour la construction des 3 points symétriques : on a commencé par construire les symétriques des trois points A, B et C selon la méthode donnée. Puisque ces points sont reliés dans cet ordre, on relie également les symétriques dans le même ordre : $A'B'C'$.

■ **EXERCICE :** Sur la figure ci-dessous, le polygone $ABCDEF$ a pour image le polygone $GHIJKL$ dans la symétrie de centre O, mais ce point O a été effacé. Retrouve-le !





III – Propriétés

PROPRIÉTÉ

Deux figures symétriques l'une de l'autre ont exactement la même forme et les mêmes mesures : elles peuvent donc, si on les découpe, parfaitement se superposer. Par conséquent :

. . . . . .

. . . . . .

Exemples : Regardons de plus près la figure en haut de la page précédente :

Si l'on mesure les côtés des deux triangles, on se rend compte que $AB = A'B'$, $AC = A'C'$ et $BC = B'C'$. C'est ce que signifie « la symétrie centrale conserve les longueurs ».

Si l'on mesure les angles des deux triangles, on se rend compte que $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$, $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$ et $\widehat{BCA} = \widehat{B'C'A'}$. C'est ce que signifie « la symétrie centrale conserve les angles ».

■ **EXERCICE :** Place un point M n'importe où sur le segment $[EF]$ (mais pas aux extrémités !) et construis son symétrique M' par rapport à O. Que remarques-tu ?

Solution : . . . . . .

■ **EXERCICE (à faire ci-dessous) :** Construire un triangle MNP tel que $MN = 7$ cm, $\widehat{MNP} = 64°$ et $NP = 10$ cm. Placer le point A du segment $[NP]$ tel que $AN = 3{,}5$ cm. O est le milieu du segment $[AM]$.

a) Construire à la règle non graduée et au compas les points J et K, symétriques respectifs des points N et P par rapport au point O.

b) Quel est le symétrique du point A par rapport à O ? Justifier la réponse par une propriété ou définition de la leçon.

c) Démontrer que les droites (MN) et (AJ) sont parallèles.

d) Démontrer que les longueurs JK et NP sont égales.

e) Démontrer que les angles $\widehat{JPM}$ et $\widehat{NKA}$ ont même mesure.

f) Démontrer que les points K, M et J sont alignés.

Cahier IParcours : fiches 1 à 13 p. 74-86	Manuel : 6 p. 187 + 11, 12 p. 189 + 22, 24 à 26, 29 à 32, 34 p. 191

OPÉRATIONS SUR LES NOMBRES RELATIFS

Séquence 7

I – Addition de deux nombres relatifs

■ **ACTIVITÉ 1 (introduction à l'addition) :** Additionner deux nombres relatifs, c'est comme faire deux paris à la suite : on va considérer que chaque **terme** nous fait soit gagner de l'argent s'il est positif, soit perdre s'il est négatif. Complétons le tableau suivant :

Calcul	Décomposition		1re pari	2e pari	Bilan	Résultat du calcul
(–2) + (+10)	–2	+10	–2 €	+10 €	+8 €	8
(–10) + (+5)	–10	+5				
14 + (–7)						
(–4) + (–2)						
(–1) + 5						
(–2) + (+5)						
(–3) + (–4)						
(–2) + (–19)						

Exemples :

☆ $(-1) + (-4) =$ .....

☆ $(-10) + (+4) =$ .....

☆ $5 + (-4) =$ .....

☆ $3 + (-12) =$ .....

☆ $(+2) + (+3) =$ .....

☆ $(-4) + (-7) =$ .....

☆ $(-13) + (+23) =$ .....

☆ $(-1) + (-1) =$ .....

☆ $(-4{,}5) + (+4{,}5) =$ .....

ATTENTION !!!

Pour le calcul $(-10) + (+4)$, on constate que faire la méthode des paris dans sa tête a toute son importance : perdre 10 € puis gagner 4 € revient bien à avoir globalement perdu 6 €. Mais un élève qui va trop vite va vouloir écrire de manière "plus simple" : $(-10) + (+4) = -10 + 4 = -14$**...ce qui est faux!**
De la même manière, le calcul $(-13) + (+23)$ ne donne pas -36 comme résultat mais bien 10.

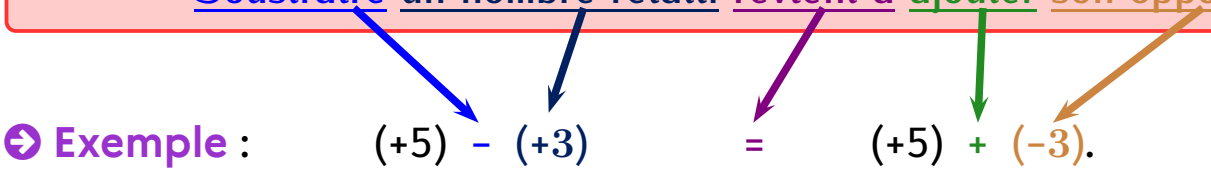
■ **EXERCICE :** En reproduisant ce tableau dans ton cahier de brouillon pour t'aider, effectue les calculs suivants **sans calculatrice** :

a) $(-4) + (-2)$	b) $(-10) + (+8)$	c) $5 + (-1)$	d) $(-6) + (-9)$	e) $(-7) + (+9)$
f) $(-8) + (+5)$	g) $(+6) + (-4)$	h) $(-9) + (-2)$	i) $(-15) + (+4)$	j) $(-2) + (+8)$
k) $(-11) + (-6)$	ℓ) $(-1) + 3$	m) $(-2{,}5) + (+3{,}1)$	n) $-6 + (-2{,}8)$	o) $1 + (-1)$

II – Soustraction de deux nombres relatifs

PROPRIÉTÉ

Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé.



MÉTHODE (soustraire deux nombres relatifs)

Lorsqu'on rencontre une soustraction de deux nombres relatifs :

❶ on .....

❷ on .....

❸ on .....

■ **ACTIVITÉ 2 (introduction à la soustraction) :** Grâce à la méthode précédente, la soustraction n'est pas plus difficile que l'addition à condition de bien la transformer en addition pour pouvoir utiliser les paris ! Complétons le tableau suivant :

Calcul	Calcul modifié	Décomposition		1re pari	2e pari	Bilan	Résultat
(–12) – (+15)	(–12) + (–15)	–12	–15	–12 €	–15 €	–27 €	–27
3 – (–7)	(+3) + (+7)						
–4 – (–2)							
(–5) – (+1)							
(–6) – 8							
3 – (+5)							
(–5) – (–7)							
(+10) – (–2)							

■ **EXERCICE :** Pour chaque cas, transforme la soustraction en addition, puis effectue le calcul :

a) (–12) – (+15) b) (–5) – (–1) c) (–5) – (–7) d) (+3) – (–7) e) (–6) – (+8)

f) (+10) – (–2) g) (–4) – (–2) h) (–3) – (+5) i) (+2,5) – (–1,3) j) (–5) – (+6)

k) 10 – 7 ℓ) 6 – 9 m) (+9) – (–2) n) 15 – 19 o) (–7) – (–2)

III – Simplification d'écriture

RÈGLE DES SIGNES

Dans un calcul, lorsque deux symboles d'opérations « + » et « – » se "suivent", on peut utiliser la règle des signes pour les réduire en un seul symbole :

+ et + ⟶ + | – et – ⟶ + | + et – ⟶ – | – et + ⟶ –

Remarques

- ☆ La règle des signes sera également utilisée **en 4e** lorsque tu calculeras un produit ou un quotient de deux nombres relatifs.
- ☆ Lorsque deux symboles d'opérations se suivent dans un calcul (et quels qu'ils soient), ils doivent forcément être séparés par une parenthèse ouvrante, comme dans 10 – (–5). Écrire "~~10 – –5~~" est une erreur !
- ☆ On n'est pas obligé d'écrire le « + » devant un nombre positif, et on n'est pas non plus obligé de garder les parenthèses autour d'un nombre positif si on lui a déjà enlevé son symbole « + »....

MÉTHODE (effectuer un calcul simplifié)

Lorsqu'un calcul est (ou a été) simplifié,

❶ on .....

.....

❷ on .....

.....

❸ on .....

⚓ Remarque

Remarque : s'il y a des nombres opposés, il vaut mieux les regrouper déjà ensemble car ils s'annulent !

Exemples :

$A = 10{,}5 - 5 + 6 - 7 + 2{,}7 - 4$

$A =$ ....

$A =$ ....

$A =$ .....

$B = -12 + 7 - 8 + 0{,}5 + 13 - 7$

$B =$ ....

$B =$ ....

$B =$ .....

Cahier IParcours :
fiches 1 à 5 p. 55-59

Manuel :
7, 8, 9, 11, 14, 18, 22 à 29, 37 à 42, 45 à 47 p. 87-91

PROBABILITÉS

Séquence 8

I – Vocabulaire

DÉFINITIONS

On appelle ..... une expérimentation ou un phénomène ayant plusieurs résultats possibles connus dès le départ, mais pour laquelle on ne peut jamais savoir à l'avance quel résultat se produira.
Ces différents résultats sont appelés les ......

Exemples :

1) Le lancer d'un dé à 6 faces est une expérience aléatoire : on ne sait pas quel chiffre va donner le dé à chaque lancer, mais ce sera forcement 1 ou 2 ou 3 ou 4 ou 5 ou 6. Il y a donc six issues au lancé du dé classique.

2) Lancer une pièce de monnaie est une expérience aléatoire : on sait que ça va tomber sur pile ou face, mais on ne pourra jamais prévoir lequel des deux à chaque lancer. Il y a donc deux issues au jeu de pile ou face.

3) Tirer une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes est aussi une expérience aléatoire : on connaît les 32 cartes, mais on ne sait évidemment pas laquelle sera tirée. Il y a trente-deux issues.

4) Savoir quel temps il fera demain n'est pas une expérience aléatoire, car même si le temps peut très vite changer, la météo permet de prévoir avec une grande précision la météo du lendemain.

DÉFINITIONS

On appelle ..... une partie de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire.

L'événement est dit ..... s'il ne correspond qu'à une seule et unique issue.

Exemples :

★ Pour le lancé d'un dé,

- ☆ « obtenir le chiffre 1 »; « obtenir le chiffre 2 »; « obtenir le chiffre 3 »; « obtenir le chiffre 4 »; « obtenir le chiffre 5 » et « obtenir le chiffre 6 » sont les issues, donc aussi des événements élémentaires.
- ☆ « obtenir un nombre pair »; « obtenir le chiffre 1 » ou encore « obtenir un multiple de 3 » sont des événements, réalisés respectivement par 3, 1 ou 2 issues, et on va bientôt pouvoir calculer les chances qu'ils se réalisent.

★ Pour le lancer d'une pièce de monnaie,

- ☆ « tomber sur pile » et « tomber sur face » sont les deux seules issues et des événements élémentaires.
- ☆ pour cette expérience aléatoire, on ne s'intéressera qu'à ces événements-là faute de pouvoir en formuler d'autres (« tomber sur la tranche » ?)

★ Pour le tirage d'une carte dans un jeu de 32 cartes,

- ☆ « tomber sur l'as de ♥ » ou « tomber sur le 9 de ♣ » sont des événements élémentaires (et des issues).
- ☆ par contre, « tomber sur une figure rouge » (une figure est un valet, une dame ou un roi) est un événement qui n'est pas élémentaire puisqu'il est réalisé par plusieurs cartes (V♥, D♥, R♥, V♦, D♦ et R♦).

■ **EXERCICE :**

a) Donner quelques événements concernant le lancé du dé et quelques autres événements concernant le tirage d'une carte dans un jeu de 32 cartes.

b) Trouver une autre expérience aléatoire, donner ses issues et déterminer quatre événements non élémentaires.

II – Notion de probabilité

DÉFINITIONS

On appelle ..... d'un événement la mesure des chances que cet événement se réalise. C'est un nombre compris entre 0 et 1 (ou entre 0 % et 100 %). Plus ce nombre s'approche de 1 (ou de 100 %), plus l'événement associé a de chances de se réaliser.

Mathématiquement, si *A* désigne un événement quelconque, alors on note ..... la probabilité qu'il se réalise.

Une ..... est souvent utilisée dans la pratique : elle ressemble beaucoup à une demi-droite graduée sur laquelle on place les lettres des événements, afin de mieux "voir" leur probabilité.

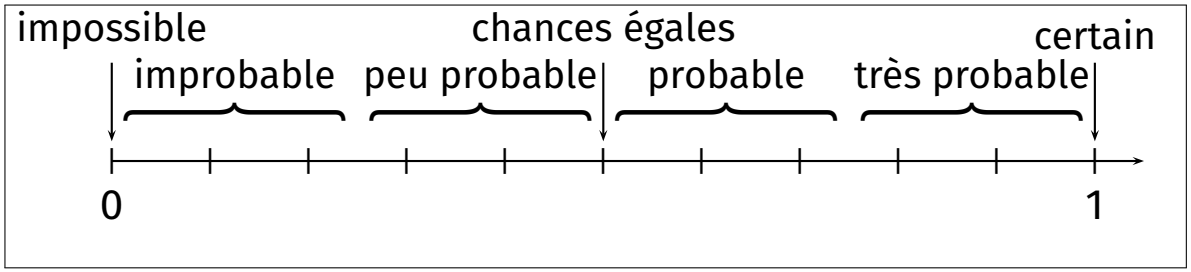
Exemples :

Lors du lancer d'une pièce de monnaie, il n'y a que deux issues qui ont autant de chances de se réaliser l'une que l'autre.

Lors du lancé du dé, si on veut tomber sur ⚅, on devine évidemment que cet événement est improbable puisqu'il y a cinq autres faces sur lesquelles on pourrait tomber.

Soit C l'événement « tirer une carte ♥ » dans un jeu de 32 cartes. Puisqu'il y a quatre "couleurs" dans un jeu de cartes (♥, ♦, ♣ et ♠), cet événement serait plutôt improbable ou peu probable, tout dépend de l'interprétation que chacun fait des probabilités...

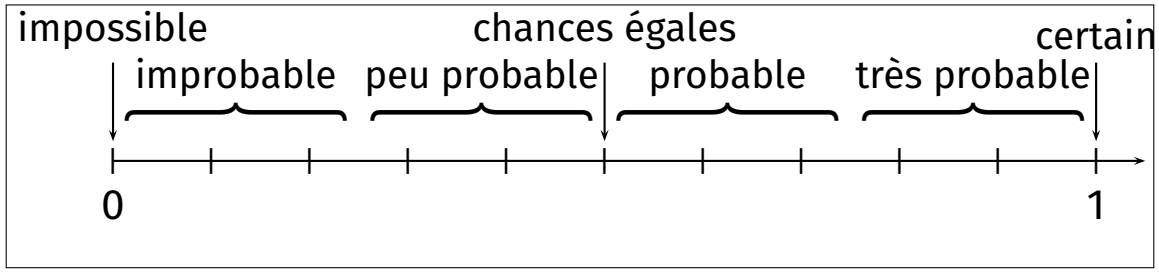
Si l'on note P l'événement « tomber sur pile » et F l'événement « tomber sur face » du premier exemple, S l'événement « tomber sur 6 » du deuxième exemple et C l'événement « tirer une carte ♥ » du troisième exemple, alors le placement précis sur l'échelle de probabilités donne :



⚓ Remarque

On peut constater que les événements sont toujours écrits entre guillemets lorsqu'ils sont définis, et la lettre attribuée permet souvent de mieux retenir l'événement en question...

■ **EXERCICE :** Voici une échelle de probabilité :



Place dessus les lettres des événements suivants :

a) *N* : « Noël aura lieu le 25 décembre cette année. »

b) *T* : « Un élève aura un tee-shirt blanc à la rentrée de septembre. »

c) *L* : « Trouver la bonne combinaison au Loto. »

d) *V* : « On tombe sur une voyelle en lançant un dé sur lequel on met les lettres du mot “OISEAU”. »

e) *A* : « Deux camarades de classe ont leur anniversaire le même jour. »

f) *C* : « Un contrôle de maths a eu lieu le 30 février dernier. »

III – Calculs de probabilités

PROPRIÉTÉ

Lorsqu'on peut déterminer toutes les issues qui permettent de réaliser un événement *A*, alors sa probabilité est donnée par la formule :

$$p(A) = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$$

*Remarque : les probabilités seront donc des **fractions** de dénominateur 2 pour le lancé d'une pièce, 6 pour le lancé d'un dé, 32 pour un triage d'une carte dans un jeu de 32 cartes, ...Puisqu'il s'agit de **fractions**, il faudra simplifier si possible !*

Exemple 1 : On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes (c'est donc bien une expérience aléatoire). Quelle est la probabilité des événements :

A : « la carte tirée est une dame » ?

⇒ L'événement *A* est réalisé quand on tire la dame de ♥, la dame de ♠, la dame de ♦ ou la dame de ♣. Cela fait donc 4 issues réalisant *A* sur un total de 32 :

Donc $p(A) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 12{,}5\ \%$.

B : « la carte tirée est une figure rouge » ?

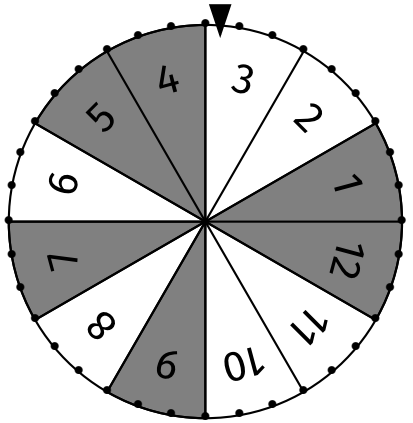
⇒ L'événement *B* est réalisé quand on tire le roi de ♥, la dame de ♥, le valet de ♥, le roi de ♦, la dame de ♦ ou le valet de ♦. Cela fait 6 issues réalisant *B*, toujours sur un total de 32 :

Donc $p(B) = \frac{6}{32} = \frac{3}{16} = 18{,}75\ \%$.

Exemple 2 : On lance un dé ..... (= non truqué) à six faces et on considère l'événement *C* : « obtenir un nombre pair ». Quelle est la probabilité de l'événement *C* ?

⇒ L'événement *C* est réalisé lorsque l'on obtient la face 2, la face 4 ou la face 6, donc 3 issues réalisent *C* sur un total de 6. Donc $p(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\ \%$. Logique, la moitié des chiffres d'un dé sont pairs !

■ **EXERCICE :** On lance la roue de loterie ci-contre, et on s'intéresse soit à la couleur sur laquelle elle s'arrête, soit au nombre sur lequel elle s'arrête. Calcule la probabilité en pourcentage des événements suivants (on arrondira à l'unité) :



a) A : « la roue s'arrête sur une case grise. »

b) B : « la roue s'arrête sur le 2. »

c) C : « la roue s'arrête sur un nombre à 2 chiffres. »

d) D : « la roue s'arrête sur une case blanche comportant un nombre impair. »

Solution : .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Cahier IParcours : fiches 1 à 3 p. 152-154	Manuel : 6 à 9, 15 à 17, 21 à 28, 32 à 40 p. 171-175

CALCUL LITTÉRAL

Séquence 9

I – Expressions littérales

DÉFINITIONS

Une ..... est une expression mathématique (un calcul) dans lequel apparaît au moins une lettre représentant un nombre inconnu.

Exemples : Dès qu'une lettre se glisse dans un calcul, c'est une expression littérale :

- $A = 7 \times a + 9$
- $B = 5 \times b^2 - 3$
- $C = 7 \times x + 9 \times y - 10 \times x \times y$
- $D = 2 \times \pi \times R$ (formule du périmètre d'un disque)

DÉFINITIONS

On appelle ..... d'un nombre le produit de ce nombre par lui-même : $x^2 = x \times x$.

On appelle ..... d'un nombre le produit de ce nombre par lui-même trois fois : $x^3 = x \times x \times x$.

Exemples : $5^2 = 5 \times 5 = 25$; $11^2 = 11 \times 11 = 121$; $3{,}5^2 = 3{,}5 \times 3{,}5 = 12{,}25$.

$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$; $11^3 = 11 \times 11 \times 11 = 1\,331$; $3{,}5^3 = 3{,}5 \times 3{,}5 \times 3{,}5 = 42{,}875$.

■ **EXERCICE :** Sur le même modèle que les exemples ci-dessus, calcule les carrés et cubes suivants :

a) 8^2 ; b) 10^2 ; c) $1{,}5^2$; d) 4^2 ; e) $7{,}2^2$; f) $0{,}2^2$

g) 2^3 ; h) 10^3 ; i) 8^3 ; j) $1{,}5^3$; k) $3{,}2^3$; ℓ) $0{,}7^3$

PROPRIÉTÉ

On peut .....

.....

ATTENTION !!!

★ **Supprimer le signe « × » ne veut pas dire qu'on a supprimé la multiplication, c'est juste une manière plus simple et raccourcie de l'écrire. De plus, la multiplication est *la seule* opération pour laquelle on peut enlever le symbole !**

★ **Il faut aussi connaître les "astuces" courantes : pour tout nombre x, on a toujours $1 \times x = x \times 1 = x$ et $0 \times x = x \times 0 = 0$.**

Exemples :

★ $A = 8 \times a = 8a$

★ $B = 7 \times b + 3 = 7b + 3$ ⟵ on ne peut pas simplifier davantage

★ $C = c \times 10 - 6 = 10c - 6$ ⟵ on ne peut pas simplifier davantage

★ $D = 8 \times (d + 1) = 8(d + 1)$ ⟵ on ne peut pas simplifier davantage

★ $E = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 9) = 5x + 7(3x + 9)$.

■ **EXERCICE :** Pour chaque question, surligne la bonne réponse :

1. L'expression $A = 10 \times a - 3$ est égale à :

a) 7 b) $10a$ c) $10a - 3$ d) $7a$

2. L'expression $B = 12 + b \times 5$ est égale à :

a) 17 b) $17b$ c) $12b + 5$ d) $12 + 5b$

3. L'expression $C = 6 \times c + 10 \times d$ est égale à :

a) 16 b) $6c + 10d$ c) $16cd$ d) $60d + 10c$

■ **EXERCICE :** Simplifie les expressions suivantes en supprimant les signes « × » s'ils sont inutiles (*rappel : dans un calcul sans parenthèses où il n'y a que des multiplications, on peut effectuer les calculs dans l'ordre qu'on veut*) :

$D = 9 \times n$
$E = 12 \times (7 - 3)$

$F = 2 \times \pi \times R$
$G = 16 \times 3{,}5$

$H = x \times 3$
$I = \pi \times x$

$J = (3 + 6) \times (7 - 1)$
$K = 2 \times a + 5 \times c$

Solution : .....

.....

.....

■ **EXERCICE :** Recopie les expressions suivantes en ajoutant les signes « × » qui ont été supprimés :

$L = 3x + 2$
$M = 5(2x - 7)$

$N = 3a - 5b$
$O = ab - 4$

$P = 2a(2 + 8)$
$Q = ab + 3 \times 7a$

$R = a + 7(3a + 2)$
$S = (3a + 8b)(a + 7b)$

Solution : .....

.....

.....

■ **EXERCICE :** Simplifie les expressions suivantes en t'aidant aussi des écritures au carré et au cube :

$T = 2 \times x \times x \times x$ | $V = 6 \times y \times y + 10$ | $X = 9 \times x \times x \times x$ | $Z = 2 \times az \times 3 \times z$

$U = 1 \times x - 8$ | $W = 25 + 0 \times z$ | $Y = y \times y \times 1$ | $A = a \times 2 \times a \times b$

Solution : .....

.....

.....

■ **EXERCICE :** Simplifie les expressions suivantes :

$E = 3 \times a \times b$ | $G = 5 \times a + 3 + 2$ | $I = a \times 1 + 3 \times b$ | $K = 2 \times 3 \times a \times (b \times b)$

$F = 1 \times 8 \times a \times 2$ | $H = 38 \times (3 + 2 \times c)$ | $J = 5 + 1 \times b$ | $L = b \times (5 \times e + 7)$

Solution : .....

.....

.....

II – Substituer

Avec une expression littérale

DÉFINITION

Dans une expression littérale, faire une ..... consiste à remplacer chaque lettre par sa valeur pour pouvoir calculer cette expression.

MÉTHODE (calculer $A = x + 5$ pour $x = 10$)

On remplace le x par la valeur 10 **:** $A = x + 5 = 10 + 5 = 15$.

■ **EXERCICE :**

a) Calcule $B = x + (-8)$ pour $x = 5$.
b) Calcule $C = x - 5$ pour $x = -10$.
c) Calcule $D = c + 11$ pour $c = -1$.
d) Calcule $E = 3 - d$ pour $d = 6$.

Solution : .....

.....

RAPPEL

En mathématiques, il est interdit que deux nombres (connus ou inconnus) se suivent sans aucun lien. Si le lien n'est pas visible, c'est qu'il s'agit forcément d'une multiplication cachée.

Exemples : $5x$ signifie $5 \times x$; $xy = x \times y$; $12a^2 = 12 \times a \times a$; ...

■ EXERCICE :

a) Calcule $G = 6x$ pour $x = 10$.
b) Calcule $H = 4x$ pour $x = -9$.
c) Calcule $I = 7g$ pour $g = 5$.
d) Calcule $J = 30h$ pour $h = -1$.

Solution : .....

.....

MÉTHODE (calculer $K = 5x^2 + 2x + 1$ pour $x = -4$)

$K = 5 \times x^2 + 2 \times x + 1$ ⟵ **on rajoute les opérations (forcément ×) cachées**
$K = 5 \times (-4)^2 + 2 \times (-4) + 1$ ⟵ **on remplace tous les x par sa valeur**
$K = 73$ ⟵ **on calcule avec la calculatrice**

Remarque importante : quand on remplace x par un nombre négatif, il faut bien penser à mettre des parenthèses autour de ce nombre!

■ EXERCICE :

a) Calcule $L = 9x + 15$ pour $x = 2$.
b) Calcule $M = 5x - 3$ pour $x = -4$.
c) Calcule $N = 4f + 7$ pour $f = -5$.
d) Calcule $O = 3g - 4$ pour $g = -3$.

Solution : .....

.....

.....

.....

■ EXERCICE :

a) Calcule $P = 6x^2 + 7$ pour $x = -2$.

b) Calcule $Q = x^2 - 15$ pour $x = -4$.

c) Calcule $R = 2c^2 - 7$ pour $c = 6$.

d) Calcule $S = d^2 - 20$ pour $d = -8$.

Solution : .....

.....

.....

.....

■ EXERCICE :

a) Calcule $T = 4x^2 + 3x + 1$ pour $x = 2$.

b) Calcule $U = 9x^2 - 2x + 7$ pour $x = -1$.

c) Calcule $V = 3g^2 + 5g - 11$ pour $g = -3$.

d) Calcule $W = h^2 - h + 3$ pour $h = 5$.

Solution : .....

.....

.....

.....

Avec un programme de calculs

MÉTHODE (traduire un programme de calculs en expression littérale)

Choisis un nombre.
Multiplie-le par 7**.**
Ajoute 8**.**
Écris le résultat.

Réponse : **a) On choisit** x ⟶ **on choisit une lettre, en général** x
b) $7 \times x = 7x$
c) $7x + 8$ $(\neq 15x)$ } ⟶ **on doit tenir compte des techniques de calcul littéral**
d) Le résultat est $7x + 8$. ⟶ **on écrit le résultat**

■ **EXERCICE :** En t'aidant de l'exemple de la méthode précédente, traduis à l'aide d'une expression littérale les deux programmes de calculs suivants :

Programme n° 1

◊ Choisis un nombre.
◊ Multiplie-le par 5.
◊ Soustraie 4 à ce produit.
◊ Écris le résultat.

Programme n° 2

☐ Choisis un nombre.
☐ Élève-le au carré.
☐ Multiplie par 4.
☐ Soustraie 10.
☐ Écris le résultat.

Solution : .....

III – Tests d'égalité

DÉFINITIONS

Une ..... est une expression mathématique dans laquelle figure le symbole « = ».

Lorsque cette égalité contient au moins une lettre, on l'appelle alors plus précisément une .....
Dans ce cas, le côté gauche du « = » est appelé ....., et le côté droit .....

Le but d'une équation est de trouver **la** valeur cachée derrière la lettre. Une méthode générale sera vue en 4ème. Cette année, nous allons utiliser la substitution (voir paragraphe 2) pour tester l'égalité :

PROPRIÉTÉ

Pour tester une égalité pour une certaine valeur de x, on .....

.....

.....

.....

■ **EXERCICE :**

a) Le nombre 5 est-il solution de l'équation $4x - 2 = 8$?
b) Le nombre 6 est-il solution de l'équation $x^2 - 8 = 28$?

c) Le nombre 2 est-il solution de l'équation $4x - 1 = 3x + 1$?
d) Le nombre 3 est-il solution de l'équation $5x - 4 = x^2 + 2$?

Solution :

Cahier IParcours : fiches 1 à 6 p. 64-69	Manuel : 2, 3, 5, 6, 9, 10, 13 à 18, 22 à 28, 32 à 37, 53 p. 103-111

ANGLES

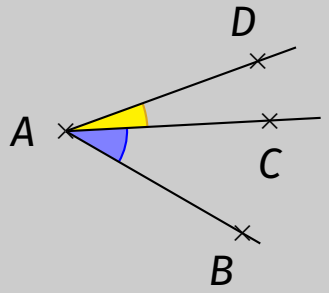
Séquence 10

I – Angles adjacents

DÉFINITION

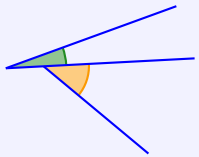
Deux angles ..... ont toujours un côté et un sommet communs, mais sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

Deux angles sont dits ..... si la somme de leur mesure vaut 90°, et ..... si elle vaut 180°. De tels angles peuvent être adjacents, mais ce n'est pas obligatoire.

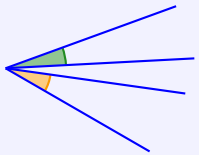


Remarques

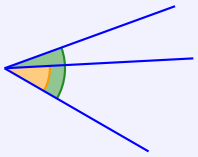
★ Les trois conditions sont importantes. En effet, sur chaque figure suivante, les angles **vert** et **violet** ne sont pas adjacents car l'une des conditions n'est pas respectée :



Le sommet n'est pas le même.



Il n'y a pas de côté commun.



Les angles ne sont pas de part et d'autre du côté commun, mais du même côté.

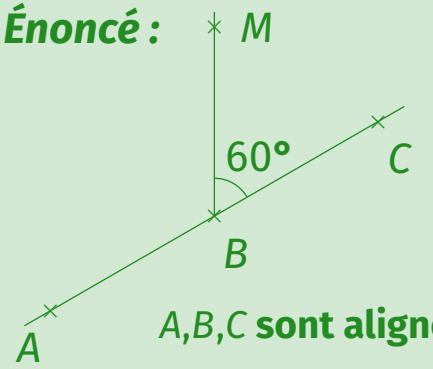
⚓ Remarques (suite)

★ Si l'on prolonge les deux côtés d'un angle de l'autre côté du sommet, on obtient un autre angle "en face" : ces deux angles sont appelés ..... . Deux tels angles ont toujours la même mesure et peut se démontrer grâce à ce qui suit (en effet, dans une telle configuration, un petit et un grand angles formeront toujours des angles supplémentaires...).

Les angles supplémentaires sont très pratiques pour calculer un angle ou déterminer si 3 points sont alignés :

MÉTHODE (calculer un angle à partir d'un angle plat)

Énoncé :



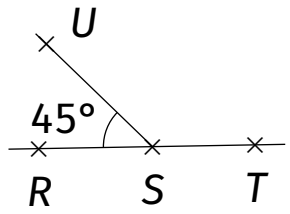
A,*B*,*C* **sont alignés**

***Question* : Calculer la mesure de l'angle $\widehat{MBA}$.**

Réponse : .....

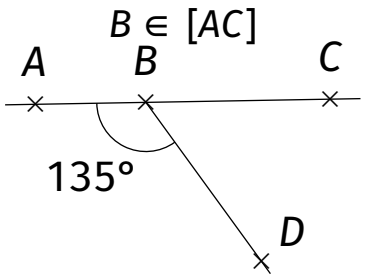
.....

■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :** Calcule les angles manquants :



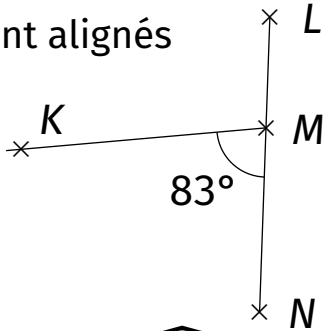
R, *S*, *T* sont alignés

Calcule $\widehat{UST}$.



Calcule $\widehat{CBD}$.

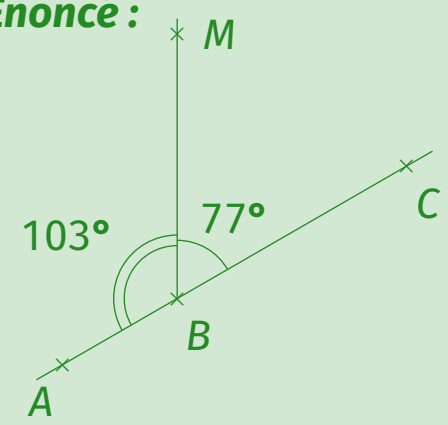
L,*M*,*N* sont alignés



Calcule $\widehat{KML}$.

MÉTHODE (montrer que des points sont alignés)

Énoncé :



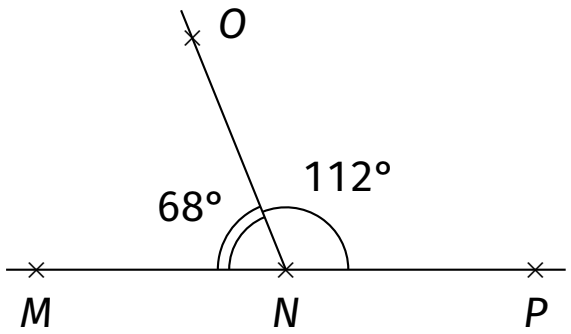
Question : **Les points *A*, *B* et *C* sont-ils alignés ?**

Réponse : .....

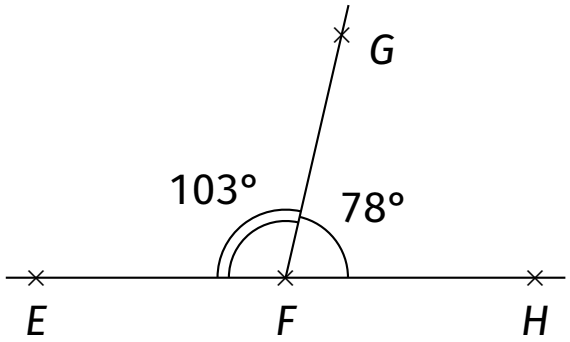
.....

.....

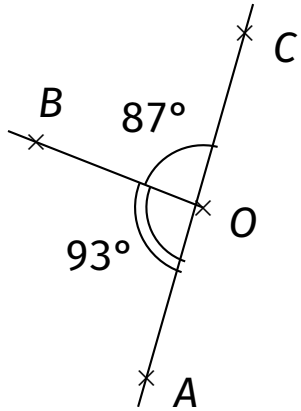
■ **EXERCICE :**



Les points *M*, *N* et *P* sont-ils alignés ?



Les points *E*, *F* et *H* sont-ils alignés ?



Les points *A*, *O* et *C* sont-ils alignés ?

II – Angles alternes-internes et correspondants

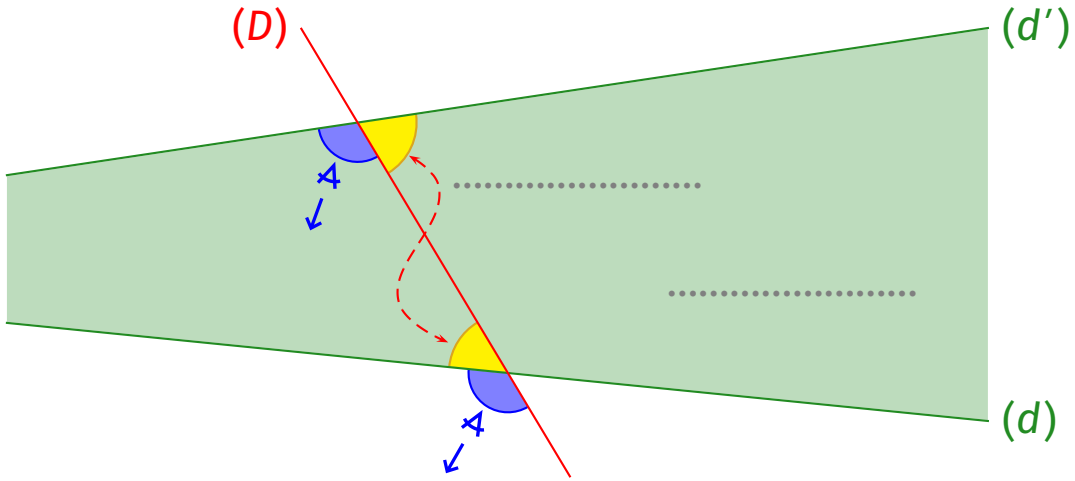
DÉFINITIONS

Deux droites (d) et (d') coupées par une 3e droite sécante (D) définissent des angles

.....-..... : ils sont ..... car situés "entre" (d) et (d'), et ..... car situés de part et d'autre de la droite (D).

..... : ils sont orientés de la même manière, c'est-à-dire "regardent au même endroit".

Exemple : Avec une telle configuration (deux droites (d) et (d') coupées par une troisième droite (D)), on obtient deux paires d'angles .....-..... (une paire est dessinée en jaune) et quatre paires d'angles ..... (une paire est dessinée en bleu) :



PROPRIÉTÉS DES ANGLES ALTERNES-INTERNES/CORRESPONDANTS

Si .....

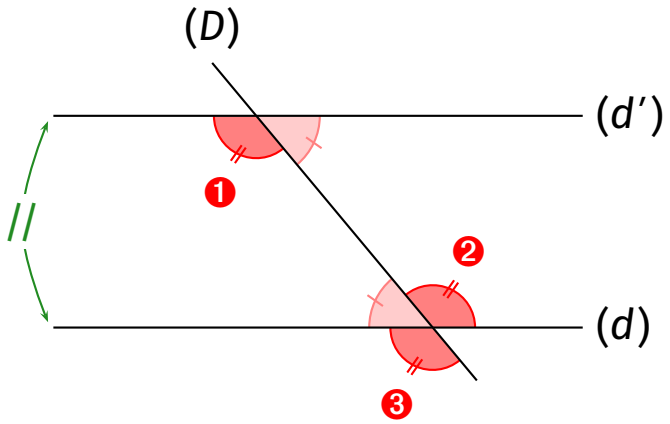
.....

.....

Réciproquement, si .....

.....

Exemple (en partant de droites parallèles) :



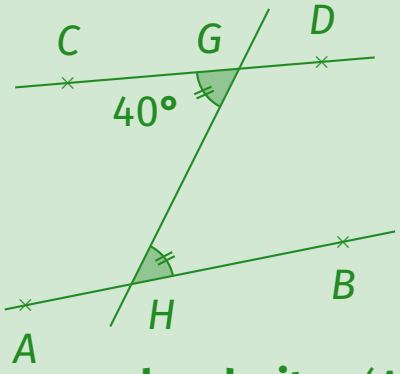
Sur cette figure, puisque les droites (d) et (d') sont parallèles (d'après le "codage"), on en déduit que les trois angles rouges (de même que les deux roses) ont la même mesure (❶ et ❷ car ils sont alternes-internes, et ❸ soit parce qu'il est opposé par le sommet à ❷ soit parce qu'il est correspondant avec ❶). Et même pas besoin de les mesurer !

Le schéma DPC (facile) sera vu dans le cahier IParcours (exercice 4 p. 92).

Prouver que deux droites sont parallèles sera un peu plus délicat, voici les DPC correspondants :

MÉTHODE (prouverle parallélisme (angles alternes-internes))

Énoncé :



Montrer que les droites (*AB*) **et** (*CD*) **sont //.**

Réponse :

D : • .....

• .....

P : .....

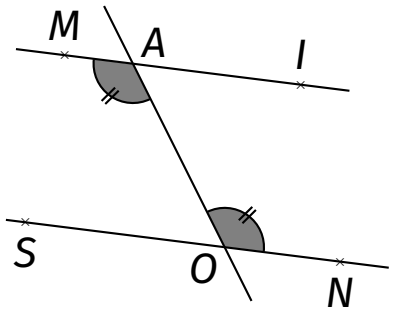
.....

.....

C : .....

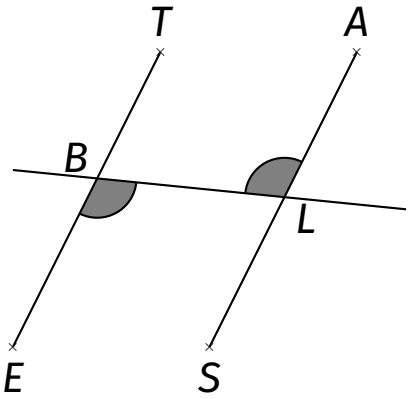
■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :**

a)



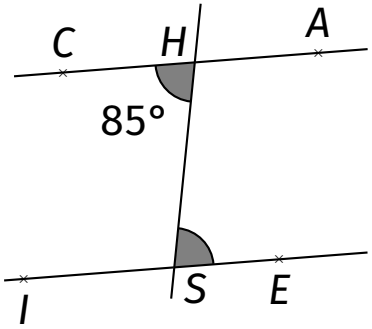
Sur cette figure, on sait que $\widehat{MAO} = \widehat{NOA}$. Montrer que les droites (*MI*) et (*SN*) sont parallèles.

b)



Sur cette figure, on sait que les droites (*ET*) et (*AS*) sont parallèles. Montrer que $\widehat{EBL} = \widehat{BLA}$.

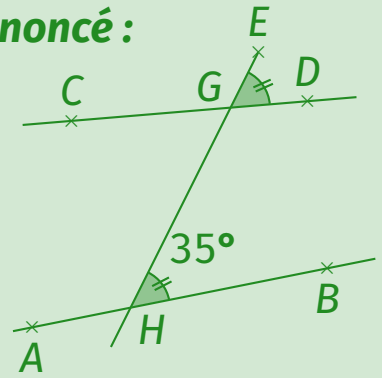
c)



Sur cette figure, on sait que les droites (*CA*) et (*IE*) sont parallèles. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{HSE}$? Justifier.

MÉTHODE (prouver le parallélisme (angles correspondants))

Énoncé :



Montrer que les droites (*AB*) **et** (*CD*) **sont //.**

Réponse :

D : • .....

• .....

P : .....

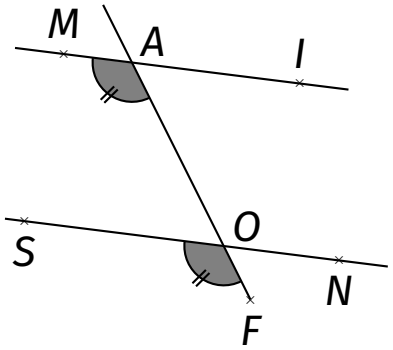
.....

.....

C : .....

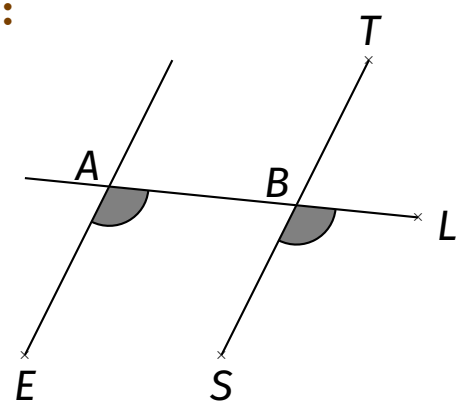
■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :**

a)



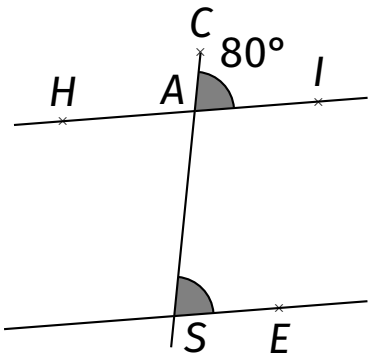
Sur cette figure, on sait que $\widehat{MAO} = \widehat{SOF}$. Montrer que les droites (*MI*) et (*SN*) sont parallèles.

b)



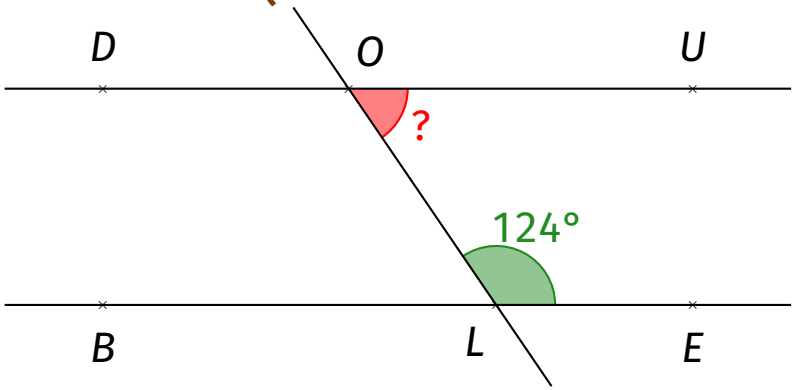
Sur cette figure, on sait que les droites (*AE*) et (*TS*) sont parallèles. Montrer que $\widehat{EBL} = \widehat{SBL}$.

c)



Sur cette figure, on sait que les droites (*CA*) et (*SE*) sont parallèles. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{HSE}$? Justifier.

■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :** Voici une figure dans laquelle $(DU) // (BE)$:



Détermine de deux manières différentes la mesure de l'angle marqué d'un point d'interrogation.

III – Dans un triangle

PROPRIÉTÉ

Dans un triangle, ...

.....

Remarque

Cette formulation est différente pour faire plus courte. Son équivalent "long" est : « Si un polygone est un triangle, alors la somme des mesures de ses trois angles vaut 180°. »

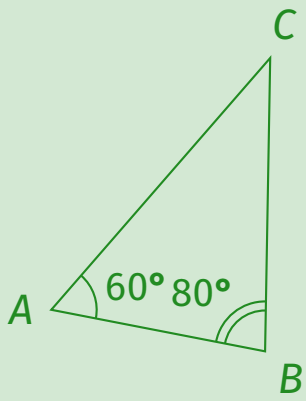
PROPRIÉTÉ

Dans un triangle isocèle, ...

.....

MÉTHODE (calculer le 3e angle d'un triangle)

Énoncé :



Calcule la mesure de $\widehat{ACB}$.

Réponse :

D : • .....

• .....

P : .....

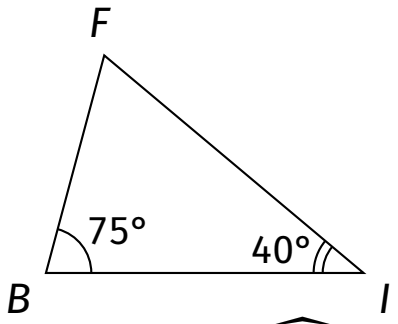
.....

C : .....

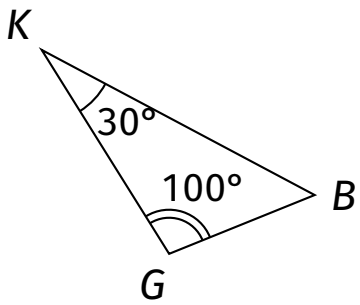
.....

.....

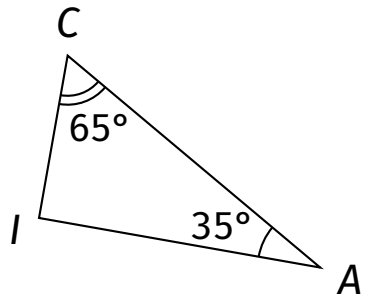
■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :** Calcule les angles manquants :



Calcule $\widehat{BFI}$.

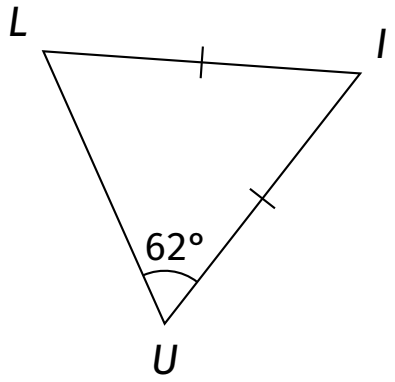


Calcule $\widehat{KBG}$.

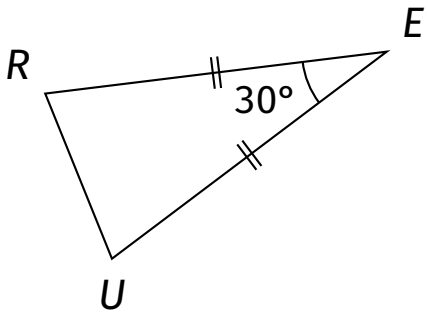


Calcule $\widehat{CIA}$.

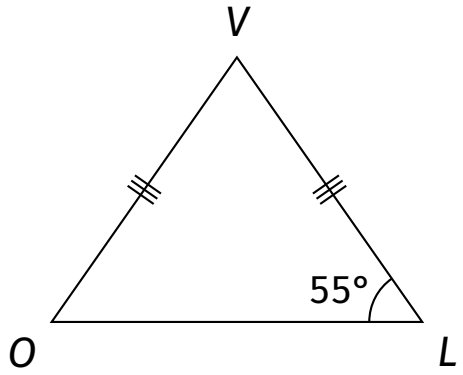
■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :**



Calcule $\widehat{ULI}$.



Calcule $\widehat{RUE}$.

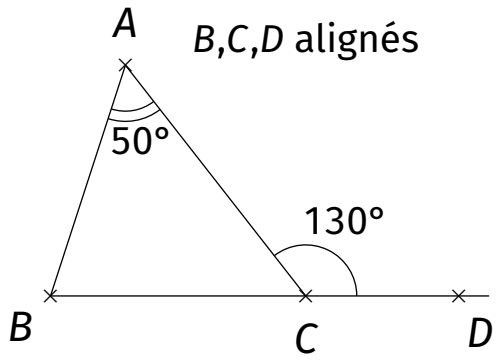


Calcule $\widehat{LVO}$.

IV – En combinant les méthodes

Parfois, il faut aussi utiliser un angle plat ou d'autres techniques pour calculer un angle !

■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :**

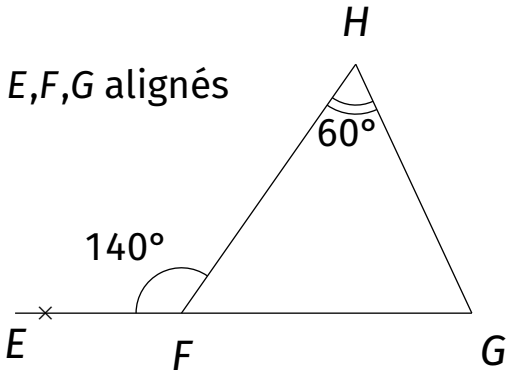


a) Quelle mesure manque-t-il dans le triangle ABC pour calculer la mesure de $\widehat{ABC}$?

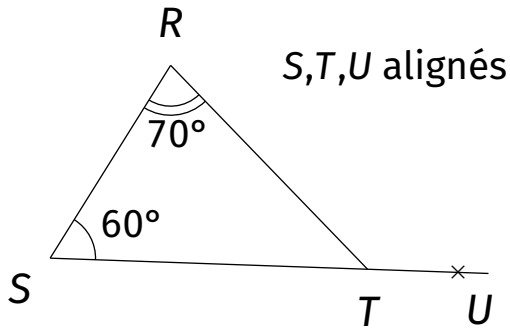
b) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.

c) Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :**

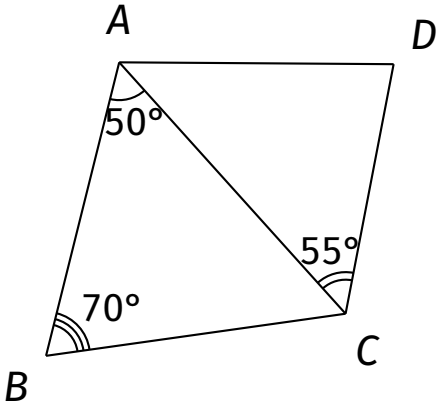


Calcule la mesure de $\widehat{FGH}$.

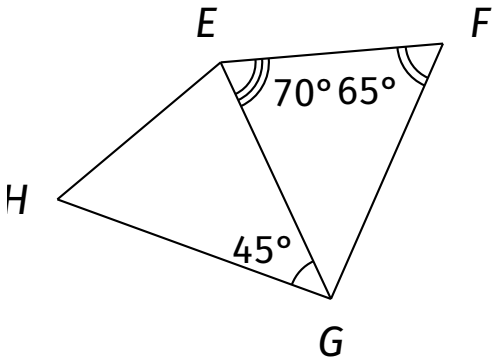


Calcule la mesure de $\widehat{RTU}$.

■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :**



Calcule la mesure de $\widehat{BCA}$ puis de $\widehat{BCD}$.



Calcule la mesure de $\widehat{FGH}$.

Voici maintenant une série d'exercices (tous à faire dans ton cahier d'exercices) d'entraînement pour te perfectionner sur les triangles (constructions et calculs) :

■ **EXERCICE :** ABC est un triangle isocèle en B tel que $\widehat{BAC} = 54°$ et $BC = 5$ cm.

a) Fais une figure à main levée.
b) Calcule $\widehat{ABC}$.
c) Trace le triangle ABC en vraie grandeur.

■ **EXERCICE :** LOI est un triangle isocèle en O tel que $\widehat{LOI} = 42°$ et $LI = 3$ cm.
Trace le triangle LOI en vraie grandeur, puis calcule la mesure des angles $\widehat{LIO}$ et $\widehat{OLI}$.

■ **EXERCICE :** JEU est un triangle isocèle en E tel que $\widehat{JEU} = 112°$ et $JU = 4$ cm.
Trace le triangle JEU en vraie grandeur.

■ **EXERCICE :** NID est un triangle rectangle en D tel que $\widehat{NID} = 73°$.
Fais une figure à main levée, puis calcule $\widehat{NDI}$.

■ **EXERCICE :** BUT est un triangle rectangle en U tel que $\widehat{TBU} = 73°$ et $TU = 4$ cm.

a) Calcule la mesure de l'angle $\widehat{UTB}$.
b) Construis ce triangle en vraie grandeur.

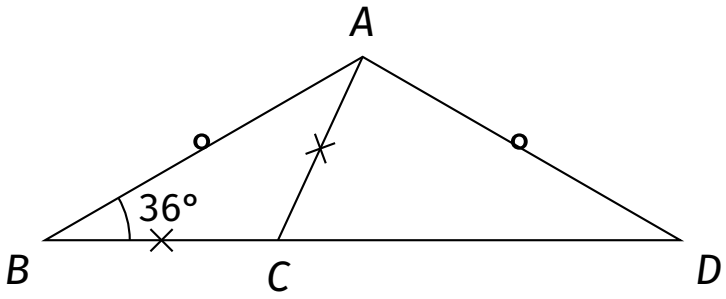
■ EXERCICE :

Sur la figure ci-contre, les points B,C et D sont alignés.

a) En utilisant les indications de la figure, calcule les angles $\widehat{BAC}$, $\widehat{BCA}$, $\widehat{ACD}$, $\widehat{BDA}$ et $\widehat{CAD}$, dans cet ordre.

b) Que peut-on dire du triangle ACD ? Justifie ta réponse.

c) Construis la figure lorsque AC = 5 cm.



Cahier IParcours :	Manuel :
fiches 1 à 9 p. 90-98	2, 4, 6, 8, 12 à 14, 17 à 19, 22, 23, 26, 27, 42, 45 p. 203-211

OPÉRATIONS SUR LES FRACTIONS

Séquence 11

I – Additions et soustractions de fractions

J'ai 2 crayons dans la main gauche et 1 gomme dans la main droite. Est-ce que je peux dire plus facilement ce que j'ai en mains ? Non...
Par contre, si j'ai 2 crayons dans la main gauche et 3 autres crayons dans la main droite, je peux dire que j'ai en tout $2 + 3 = 5$ crayons dans mes mains.

Cette addition est possible car les éléments ajoutés sont de la même "catégorie" (ici des crayons). On a appris en 6e et avant que les fractions se rangent aussi par "catégories" : ce sont les dénominateurs qui les donnent (par exemple $\frac{2}{7}$ et $\frac{3}{7}$, lire "2 septièmes" et "3 septièmes").
On en déduit qu'on ne pourra additionner (et donc également soustraire) des fractions que lorsqu'elles auront le même dénominateur.

En classe de 5e, nous verrons les cas où les deux fractions ont déjà le même dénominateur et celui où l'un des dénominateurs est un multiple de l'autre.

MÉTHODE (additionner/soustraire des fractions de même déno.)

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}.$$

Autrement dit, ...

.....

.....

Remarque : si la fraction obtenue est simplifiable (voir séquence n° 5 "Fraction", p. 52), il ne faudra pas oublier de le faire !

ATTENTION !!!

Une erreur courante consiste à écrire $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7+7} = \frac{5}{14}$, ce qui est évidemment FAUX !! D'où l'importance de bien remplacer dans sa tête le dénominateur commun par un mot, comme par exemple "crayons".

■ **EXERCICE :** Complète les calculs suivants :

a) $\frac{12}{7} - \frac{6}{7} =$ .....

b) $\frac{2}{9} + \frac{4}{9} =$ .....

MÉTHODE (additionner/soustraire des fractions de déno. ≠)

$$A = \frac{5}{6} + \frac{1}{3}$$

$$A = \frac{5}{6} + \frac{1 \times \ldots}{3 \times \ldots}$$

puisque 6 est dans la table de 3 ($6 = 3 \times \ldots$), on peut transformer la 2e fraction grâce à la "règle d'or"

$$A = \frac{5}{6} + \frac{\ldots}{\ldots}$$

$$A = \frac{5 + \ldots}{\ldots}$$

on additionne (ou soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun (on n'est pas obligé d'écrire cette étape)

$$A = \frac{\ldots}{\ldots}.$$

■ **EXERCICE :** Complète les exemples suivants :

☆ $B = \frac{8}{45} + \frac{7}{5} = \frac{8}{45} + \frac{7 \times \ldots\ldots}{5 \times \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{45} + \frac{\ldots\ldots}{45} = \frac{\ldots\ldots}{45}$

☆ $C = \frac{5}{9} - \frac{1}{3} = \frac{5}{9} - \frac{1 \times \ldots\ldots}{3 \times \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{9} - \frac{\ldots\ldots}{9} = \frac{\ldots\ldots}{9}$

☆ $D = \frac{2}{7} + \frac{8}{14} = \frac{2 \times \ldots\ldots}{7 \times \ldots\ldots} + \frac{8}{14} = \frac{\ldots\ldots}{14} + \frac{\ldots\ldots}{14} = \frac{\ldots\ldots}{14} = \frac{\ldots\ldots}{7}$

■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :** Calcule :

$E = \frac{1}{3} + \frac{5}{12}$ $\quad F = \frac{4}{5} - \frac{4}{15}$ $\quad G = \frac{8}{27} + \frac{4}{9}$ $\quad H = \frac{4}{5} + \frac{3}{20}$

$I = \frac{7}{6} - \frac{1}{3}$ $\quad J = \frac{11}{4} - \frac{2}{16}$ $\quad K = \frac{9}{14} + \frac{1}{2}$

II – Produit d'un nombre par une fraction

PROPRIÉTÉ

Il existe trois façons de multiplier un nombre quelconque a par la fraction $\frac{b}{c}$ (avec $c \neq 0$) :

$$a \times \frac{b}{c} = \underbrace{\ldots\ldots\ldots\ldots}_{❶} = \underbrace{\ldots\ldots\ldots\ldots}_{❷} = \underbrace{\ldots\ldots\ldots\ldots}_{❸}.$$

❶ on calcule .....

❷ on calcule .....

❸ on calcule .....

De plus, le mot français « de » se traduit mathématiquement par un « × » : on pourra ainsi calculer la fraction d'une quantité (❶).

⚓ Remarques

Les trois calculs donneront le même résultat, mais un calcul sera plus pertinent qu'un autre en fonction de la situation rencontrée : par exemple, pour calculer $21 \times \frac{4}{7}$, on peut remarquer que 21 est un multiple de 7, donc on va choisir la méthode ❶ : $(21 \div 7) \times 4 = 3 \times 4 = 12$.

La fin de cette propriété (calculer la fraction d'une quantité, donc $\frac{a}{b} \times c$) sera énormément utilisée dans la résolution de problèmes.

Exemples :

☆ Les $\frac{2}{3}$ de 60 € représentent donc $\frac{2}{3} \times 60 = \frac{2 \times 60}{3} = \frac{120}{3} = 40$ €.

☆ Un professeur a fait un contrôle qui a duré les $\frac{3}{8}$ de l'heure. Sachant qu'une heure représente 60 minutes, le contrôle a donc duré $\frac{3}{8} \times 60$ min $= \frac{3 \times 60}{8} = \frac{180}{8} = 22{,}5$ min, soit 22 min et 30 s.

■ **EXERCICE :** Représenter une tablette de chocolat par un rectangle de 15 morceaux, et colorier les 2/3 qu'Adam a mangés. Sachant que cette tablette avait une masse de 90 g, quelle masse a-t-il mangée ?

Exemples :

☆ Combien de minutes correspondant à une évaluation qui a duré les $\frac{2}{5}$ de l'heure de maths ?

Solution : .....

.....

☆ Un article coûte 28 €. En raison d'un défaut, il est vendu à $\frac{2}{7}$ de son prix. Quel sera son nouveau prix ?

Solution : .....

.....

☆] Lors d'une épreuve où 104 sportifs étaient inscrits, $\frac{3}{8}$ d'entre eux étaient des femmes. Combien y avait-il d'hommes ?

Solution : .....

.....

Cahier IParcours :
fiches 1 à 5 p. 39-43

Manuel :
manuel trop ancien...

DIVISIBILITÉ

Séquence 12

I – Division euclidienne (rappels de 6e)

DÉFINITIONS

Effectuer la ..... d'un nombre g par un nombre p consiste à trouver :

★ **le ..... entier (combien de fois on peut mettre exactement p dans g),**

★ **le ..... de la division de g par p.**

Le nombre g que l'on divise est appelé ..... et le nombre p par lequel on divise s'appelle le .....•

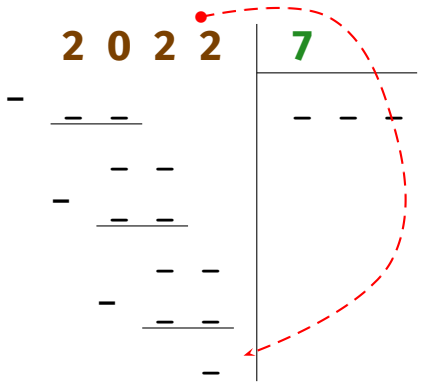
En fait, la division euclidienne correspond plus simplement à la division ..... virgule...

PROPRIÉTÉ

Le calcul en ligne qui correspond à une division euclidienne est :

dividende = diviseur × quotient + reste

Exemple : La division euclidienne de 2 022 par 7 donne un quotient de 288, et il reste 6 : on écrira donc en ligne .....



Remarques

- Dans la division euclidienne, on s'arrête lorsqu'il n'y a plus de chiffre à abaisser.
- La division (si elle tombe juste) est l'opération inverse de la multiplication car 2 022 ÷ 6 = 337 peut s'écrire 337 × 6 = 2 022.
- Mentalement, « ÷2 » revient à prendre la moitié ; « ÷4 » revient à diviser deux fois de suite par 2.

À LA CALCULATRICE

Pour faire une division **euclidienne**, on ne tape *pas* sur la touche ÷, mais sur les touches ⇧ ÷ à la place : la calculatrice affichera donc le quotient et le reste !

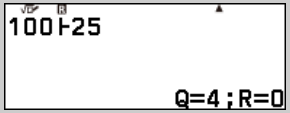
II – Multiples et diviseurs (rappels)

Définitions

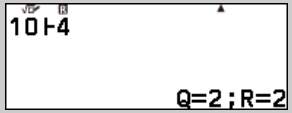
DÉFINITIONS

Lorsqu'un nombre g se trouve dans la table de multiplication d'un autre nombre p, on dit que : g est un ..... de p, que g est ..... par p ou que p est un ..... de g.

Un nombre g est divisible par p si la division euclidienne de g par p donne un reste nul (= égal à zéro) ou si la division classique n'affiche pas de fraction :



: 100 est divisible par 25



: 10 n'est pas divisible par 4

Exemple : Puisque 12 est dans la table de 4, on peut indifféremment dire que :

☆ 12 est un multiple de 4,
☆ 12 est divisible par 4,
☆ 4 est un diviseur de 12 (avec ce mot, bien penser à mettre le petit nombre en début de phrase !)

Critères de divisibilité

PROPRIÉTÉS

Un nombre est divisible :

★ par 2 .....
★ par 3 .....
★ par 4 .....
★ par 5 .....
★ par 9 .....
★ par 10 .....

Exemple : Appliquons ces critères au nombre 123 456 789 :

◊ 123 456 78**9** .....

◊ puisque 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = ……, on peut dire que .....

.....

◊ 123 456 7**89** .....

◊ 123 456 78**9** .....

■ **EXERCICE :** Compléter le tableau de divisibilité suivant en marquant une croix dans la case correspondante lorsqu'un nombre de la première colonne est divisible par un nombre de la première ligne :

	2	3	4	5	9	10
748						
36 545						
168						
47						
100						
270						

ATTENTION !!!

On a souvent envie d'utiliser les critères "simples" avec d'autres nombres : beaucoup d'élèves par exemple pensent qu'un nombre est dans la table de 3 dès qu'il se termine par un 3 : c'est évidemment FAUX !

III – Nombres premiers

Nombres premiers

DÉFINITION

Un ..... est un nombre qui possède exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Les nombres premiers inférieurs à 30 sont : .....**.**

Le crible d'Eratosthène (II^{e} s. av. J.-C.) permet de retrouver "rapidement" les nombres premiers inférieurs à 100.

Exemples :

◊ Un nombre aura toujours **au minimum** 1 et lui-même comme diviseurs. Mais s'il y en a ne serait-ce qu'un autre, alors il n'est pas premier : c'est le cas de $12(= 4 \times 3)$, $25(= 5 \times 5)$ ou encore $169(= 13^2)$...

◊ 1 n'est pas un nombre premier car il n'admet qu'un seul diviseur : lui-même.

Décomposition en produit de facteurs premiers

PROPRIÉTÉ

Tout nombre entier supérieur ou égal à 2 .....

.....

Exemple 1 : Pour trouver la décomposition en facteurs premiers de 900, on procède de la manière suivante :

900	2
450	2
225	3
75	3
25	5
5	5
1	

On écrit alors
$900 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$
$= 2^2 \times 3^2 \times 5^2$.
(on recopie la liste des diviseurs premiers, autant de fois qu'ils apparaissent)

Exemple 2 : Quelle est la décomposition en produits de facteurs premiers de 12 250 ?

12 250	...
.....	...
.....	...
.....	...
.....	...
.....	...
.....	

Donc 12 250 = ...

.....

■ **EXERCICE :** Décompose dans ton cahier d'exercices les nombres 1 600, 220 et 2 783 en produits de facteurs premiers.

Solution : .....

.....

Cahier IParcours :
fiches 1 à 6 p. 22

Manuel :
2, 3, 5, 8, 9 p. 21 + 12, 15 p. 23
+ 19 à 25, 29 à 32, 34 à 39, 41 à 45 p. 24-25

PROPORTIONNALITÉ

Séquence 13

I – Qu'est-ce que c'est ?

DÉFINITIONS

Dans un tableau où deux grandeurs interviennent, si tous les quotients des nombres d'une ligne par les nombres correspondants de l'autre ligne sont les mêmes (il y a autant de quotients que de colonnes), alors on dit que c'est un ..... , et que ce quotient est le ......

Remarque : on peut soit calculer "la première ligne divisée par la deuxième", soit l'inverse. Par contre, ne surtout pas faire de mélange (pour le tableau ci-dessus, on évitera $\frac{5}{15} = \frac{1}{3} \approx 0{,}33$ *pour éviter les arrondis)!*

Exemple : On donne les temps mis par un coureur selon la distance parcourue :

Temps (en min)	*15*	*30*	*60*	*90*
Distance (en km)	*5*	*10*	*20*	*30*

On calcule que $\frac{15}{5} = 3$; $\frac{30}{10} = 3$; $\frac{60}{20} = 3$ *et* $\frac{90}{30} = 3$. *Tous ces quotients sont égaux, on en déduit que :*

☆ *c'est un tableau de proportionnalité, donc le temps mis par ce coureur est proportionnel à la distance parcourue.*

☆ *le cœfficient de proportionnalité est égal à 3.*

■ **EXERCICE :** Les tableaux suivants sont-il des tableaux de proportionnalité ? Justifie.

Grandeur *A*	3	5	8
Grandeur *B*	12	20	32

Tableau 1

Grandeur *A*	4	6	7
Grandeur *B*	28	42	49

Tableau 2

Grandeur *A*	2	3	4
Grandeur *B*	35	45	55

Tableau 3

Grandeur *A*	1,5	4,5	6
Grandeur *B*	2,5	7,5	10,5

Tableau 4

Solution : Calculs :

Tableau 1 : .....

Tableau 2 : .....

Tableau 3 : .....

Tableau 4 : .....

II – Comment compléter un tableau de proportionnalité ?

Passage par l'unité ou additivité

Exemple 1 : Michèle a acheté 5 baguettes pour 4,25 €. Combien coûteront 2 baguettes ? et 6 ?

Solution : Situation de proportionnalité : prix de la baguette fixe. Une seule baguette coûte $4{,}25 \div 5 = 0{,}85$ €. Donc 2 baguettes coûteront $2 \times 0{,}85 = 1{,}70$ €. Puisque $5 + 1 = 6$, les 6 baguettes coûtent $4{,}25 + 0{,}85 = 5{,}10$ €.

DÉFINITION

Dans un tableau de proportionnalité, le ..... est une technique qui permet de trouver la valeur d'une seule unité, qui sera utilisée pour finaliser le calcul. Par exemple :

Nombre de baguettes	5	1
Prix (en €)	4,25	p

$\longrightarrow p = \dfrac{4{,}25}{5} = 0{,}85$ **€.**

DÉFINITION

Dans un tableau de proportionnalité, la méthode de l'..... permet d'additionner plusieurs fois la même colonne, ou plusieurs colonnes différentes :

Nombre de baguettes	5	+	1	=	6
Prix (en €)	4,25	+	0,85	=	p

$\longrightarrow p = 4{,}25 + 0{,}85 = 5{,}10$ **€.**

Exemple 2 : Jean-Michel a acheté deux croissants et cinq chocolatines pour 4,50 €. Le lendemain, il a acheté quatre croissants et neuf chocolatines pour 8,28 €.
À partir de ces informations, aide-le à trouver le prix d'un croissant et d'une chocolatine.

Solution : La première phrase "multipliée par 2" donne un prix de 9 € pour quatre croissants et dix chocolatines. La deuxième phrase nous informe que quatre croissants et neuf chocolatines coûtent 8,28 €. Puisque la seule différence est une chocolatine, son prix vaut 9 – 8,28 = 0,72 €. Un cheminement logique s'en suit : cinq chocolatines coûtent alors 3,60 €, donc (première phrase de l'énoncé) deux croissants coûtent 4,50 – 3,60 = 0,90 €. Finalement, un croissant coûte alors 0,45 €.

Produit en croix

PROPRIÉTÉ ("PRODUIT EN CROIX")

Dans un tableau de proportionnalité de quatre cases, s'il manque une valeur, on la calcule de la manière suivante :

Grandeur A	15	?
Grandeur B	5	25

❶ On fait apparaître une croix dans le tableau en surlignant de deux couleurs les nombres sur une même diagonale.

❷ On multiplie au numérateur les deux nombres de la diagonale « complète » (celle où les deux extrémités sont connues), et on divise au dénominateur par le nombre restant :

$$\frac{\dots\dots \times \dots\dots}{\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots} = \dots\dots$$

■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :** Calcule le nombre manquant dans chacun de ces tableaux de proportionnalité :

4	10
6	x

11	y
20	8

15	6
z	4

9	6
t	4

10	15
8	a

6	b
14	7

c	10
5	15

6	7
d	9

Il peut y avoir plus que quatre cases dans un tableau de proportionnalité, il faut alors sélectionner deux lignes et deux colonnes qui donnent un “sous-tableau” de quatre cases dans lequel on connaît trois valeurs.

Exemple : Voici un tableau de proportionnalité à compléter :

6	*9*	*15*		*30*	
	21		*63*		*84*

On calcule que : $\frac{6 \times 21}{9} = \frac{126}{9} = 14$; $\frac{21 \times 15}{9} = \frac{315}{9} = 35$; $\frac{9 \times 63}{21} = \frac{567}{21} = 27$.

ce qui donne donc le tableau complété suivant :

6	*9*	*15*	***27***	*30*	
14	*21*	***35***	*63*		*84*

Remarque

Pour le calcul **orange**, on a utilisé les 2e et 4e colonnes du tableau, ce qui forme le “sous-tableau” suivant :

9	?
21	63

C’est dans ce tableau qu’on a appliqué la produit en croix $\frac{9 \times 63}{21} = \frac{567}{21} = \mathbf{27}$.

■ **EXERCICE :** Complète les deux cases restantes du tableau ci-dessus (celui juste au-dessus de la remarque) en écrivant le détail de tes calculs.

Solution : Avant-dernière colonne : .....

Dernière colonne : .....

■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :** Complète le tableau ci-dessous, en écrivant les calculs :

Grandeur A	4	2	6			14
Grandeur B			9	15	18	

III – Pourcentages

Un pourCENTage est toujours un nombre basé sur un total de 100. Tout problème ou question utilisant les pourcentages contient nécessairement de la proportionnalité, et peut donc se résoudre grâce à un tableau de proportionnalité, et donc au produit en croix que l'on vient de voir :

PROPRIÉTÉ ("POURCENTAGE ⇒ NOMBRE")

L'expression française « p% de x » se traduit mathématiquement par un tableau de proportionnalité. Par exemple, pour calculer 18% de 250, on procède de la manière suivante :

Quantité	.....	.....
Total	.....	.....

$$\frac{\ldots \times \ldots}{\ldots} = \ldots \times \ldots = \ldots$$

Exemple : Dans un collège de 360 élèves, 60 % font de l'allemand, 30 % de l'anglais et 10 % de l'espagnol en tant que LV2. Pour l'allemand, il s'agit de calculer « 60 % de 360 ». On fait donc un tableau de proportionnalité :

Élèves faisant allemand LV2	60	?
Nombre total d'élèves	100	360

$$\frac{60 \times 360}{100} = \frac{21\,600}{100} = 216.$$

On en déduit que 216 élèves font de l'allemand en LV2.

■ **EXERCICE :** Calcule le nombre d'élèves faisant anglais en LV2, puis espagnol en LV2.

Solution : .....

.....

.....

.....

⚓ Remarques

◊ Puisque le total des pourcentages fait 100 %, on doit trouver 360 élèves si on additionne : 216 + 108 + 36 = 360.
◊ On aurait aussi pu dire que les trois langues LV2 allemand, anglais et espagnol sont dans un ratio 6:3:1...

■ **EXERCICE (application, dans ton cahier d'exercices) :** Calcule :

a) 69 % de 297 ; b) 62 % de 719 ; c) 33 % de 744 et d) 32 % de 482.

■ **EXERCICE (petit problème) :** Au cours du dernier semestre, une usine d'électroménager a produit 15 200 réfrigérateurs. Le service après-vente a noté des dysfonctionnements sur 4 % d'entre eux.
Calcule combien de réfrigérateurs sont en dysfonctionnement.

Solution : .....

.....

.....

.....

.....

PROPRIÉTÉ ("NOMBRE ⇒ POURCENTAGE")

Pour déterminer un pourcentage à partir d'une proportion, on procède de la manière suivante : par exemple, dans une entreprise de 585 salariés, 234 sont des femmes ; quel est le pourcentage de femmes dans cette entreprise ?

Nb de femmes	.....	.....
Nb total de salariés	.....	.....

$$\frac{\ldots \times \ldots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots} = \ldots$$

Il y a donc ... ...% de femmes dans cette entreprise.

Exemple (RÉSOLU) : Dans une classe de 25 élèves, 19 ont un téléphone portable. Calcule le pourcentage d'élèves ayant un téléphone portable.

Solution :

a) On écrit ce qu'on cherche dans un tableau de proportionnalité (on cherche un pourcentage, c'est-à-dire un nombre sur un total de 100) :

Nombres d'élèves ayant un portable	?	
Nombre total d'élèves	100	

b) On complète avec les données de l'énoncé :

Nombres d'élèves ayant un portable	?	19
Nombre total d'élèves	100	25

c) On calcule grâce au produit en croix : $\frac{19 \times 100}{25} = \frac{1\,900}{25} = 76$.

d) Conclusion : 76% des élèves de cette classe possèdent un téléphone portable.

Voici maintenant toute une série de petits problèmes à résoudre dans ton cahier d'exercices :

■ EXERCICES :

1. Yasmine veut acheter un sweat-shirt qui coûte 48 €. Le vendeur lui fait une remise de 19,20 €. À quel pourcentage du prix initial correspond cette remise ?
2. Parmi les 160 élèves d'un collège, 112 sont externes. Calculer le pourcentage d'élèves externes de ce collège.
3. Le prix d'une paire de lunettes de soleil est augmenté de 2,80 €. Son prix initial était de 40 €. À quel pourcentage du prix initial correspond cette augmentation ?
4. Un collège compte 760 élèves dont 266 demi-pensionnaires. Quel est le pourcentage d'**externes** dans ce collège ?
5. Un jean coûtant 22,60 € est soldé avec une remise de 5,65 €.
   a) À quel pourcentage du prix initial correspond cette remise ?
   b) Quel est le nouveau prix du jean ?
6. a) Le corps d'une personne pesant 60 kg contient 36 kg d'eau. Quel est le pourcentage d'eau dans son corps ?
   b) Le corps d'une personne de 75 kg contient 65 % d'eau. Quelle est sa masse d'eau (arrondie à l'unité) ?
7. Un pull coûtant 33,50 € est soldé ; son nouveau prix est 26,80 €.
   a) Calculer le montant de la remise.
   b) À quel pourcentage du prix initial correspond cette remise ?

IV – Échelle

DÉFINITION

On appelle ..... d'un plan le coefficient de proportionnalité entre les longueurs sur le dessin et dans la réalité (elles doivent être exprimées dans la même unité, quelle qu'elle soit).

Exemple : Sur la carte ci-contre, on peut lire que l'échelle est « 1/1 000 000 - 1 cm = 10 km ». La fraction 1/1 000 000 signifie littéralement que **« 1 cm sur le dessin représente 1 000 000 cm en réalité »**, donc 10 000 m ou encore 10 km. On peut donc commencer un tableau de proportionnalité :

Distance sur le dessin (cm)	1	.....	83,8
Distance en réalité (km)	10	399	.....

© *Michelin*

EXERCICE :

1. La distance à vol d'oiseau entre Paris et Strasbourg est de 399 km. Quelle distance les sépare sur ce plan ?

   Solution : .....

   .....

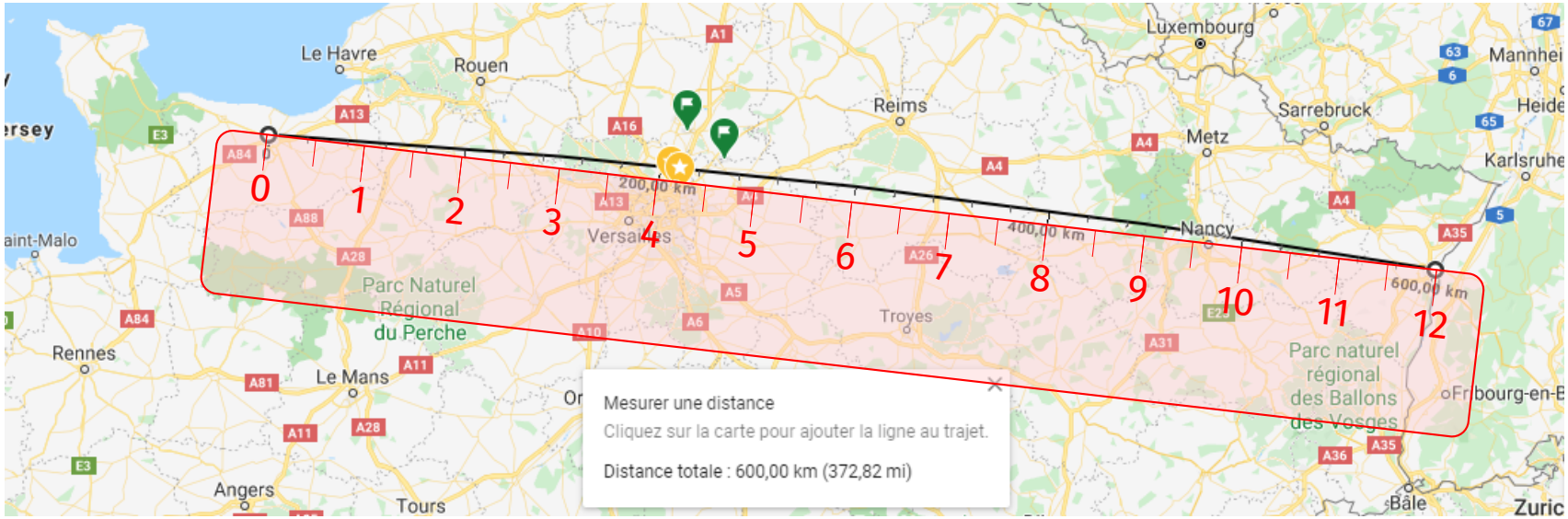
2. On mesure sur la carte 83,8 cm entre Brest et Montpellier. Quelle distance réelle sépare ces deux villes ?

   Solution : .....

3. La distance calculée à la question précédente est-elle la même que celle utilisée lors d'un trajet en voiture pour aller de Brest à Montpellier ?

Solution : .....

■ **EXERCICE :** Sur ce plan issu de Google Maps, on a mesuré exactement 600 km entre le mémorial de Caen et la fac de droit de Strasbourg (en forme de balance). Quelle est l'échelle de ***ce*** plan ?



Solution : .....

.....

.....

V – Ratio

DÉFINITIONS

★ **Dire que deux nombres a et b sont dans le ..... signifie que $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$.**

★ **Dire que trois nombres a, b et c sont dans le ..... signifie que $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$.**

Exemples :

1. Lorsqu'on achète une télévision d'un ratio de 16:10 (format courant aujourd'hui) dont l'image fait 60 cm de long, on peut calculer grâce au produit en croix la hauteur h de l'image :

$$\frac{60}{16} = \frac{h}{10} \Rightarrow h = \frac{10 \times 60}{16} = \frac{600}{16} = \frac{37}{2} = 37{,}5 \text{ cm}.$$

2. Sabrina fait 35 cL de vinaigrette en utilisant le ratio 4:2:1 d'huile, vinaigre et moutarde. Quelle quantité de chaque ingrédient a-t-elle mis ?

   Cela signifie donc qu'il y aura 4 parts d'huile, 2 parts *équivalentes* de vinaigre et 1 part *équivalente* de moutarde, soit 7 parts en tout. Une part vaut donc $35 \div 7 = 5$ cL. Elle a donc utilisé $4 \times 5 = 20$ cL d'huile, $2 \times 5 = 10$ cL de vinaigre et 5 cL de moutarde.

   Vérification : $\frac{20}{4} = \frac{10}{2} = \frac{5}{1} = 5$. *Le ratio est respecté, et le total vaut bien* $20 + 10 + 5 = 35$ *cL.*

⚓ Remarques

◊ Dans la vérification, on voit bien le lien qu'il y a avec la proportionnalité puisqu'on a calculé 3 quotients différents et trouvé le même nombre : on pourrait donc mettre toutes les valeurs dans un tableau de proportionnalité, de coefficient 50.

◊ Visuellement, ce ratio de 4:2:1 pourrait se dessiner comme ceci :

On voit le ratio sur chaque **ligne** : 4 ❤, 2 ✯ et 1 ❖, donc 4:2:1. Le nombre de lignes n'est pas important puisque c'est de toute façon proportionnel. On a choisi ici 5 lignes afin d'avoir 35 symboles en tout, chacun représentant alors 1 cL dans l'exemple précédent. En comptant, on retrouve les 20 ❤ (cL d'huile), 10 ✯ (cL de vinaigre) et 5 ❖ cL de moutarde).

◊ À retenir pour une application plus simple du produit en croix. Pour un ratio de deux nombres, l'égalité $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$ peut aussi s'écrire $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$.

Les exercices suivants seront à faire dans ton cahier d'exercices :

■ EXERCICE (petits exercices théoriques) :

a) Les nombres 15 et 52 sont-ils dans le ratio 2:7 ? Justifier.
Les nombres 18 et 27 sont-ils dans le ratio 4:6 ? Justifier.

b) Déterminer le nombre b tel que 63 et b soient dans le ratio 6:9.

■ **EXERCICE (exercices pratiques) :**

a) On considère une bouteille de 70 cL de jus de fruit pomme-raisin. Le volume de jus de raisin et le volume de jus de pomme sont dans le ratio 3:5. Déterminer les volumes de jus de raisin et de jus de pomme contenus dans cette bouteille de jus de fruit.
b) Lors d'une course à la voile, il y a deux types de bateaux : des monocoques et des multicoques. Sachant qu'il y a au total 126 bateaux et que les nombres de monocoques et de multicoques sont dans le ratio 7:11, déterminer le nombre de chaque type de bateaux.
c) On partage une somme de 236 € en trois parts qui sont dans le ratio 2:5:9. Déterminer la valeur de chaque part.

■ **EXERCICE (cas réel) :** La télévision de M. Lenzen affiche une image de 88 cm sur 49,6 cm (40 pouces, soit 100 cm de diagonale, mais ce calcul ne sera vu que l'année prochaine…) Quel ratio d'image correspond à sa télé, sachant que les plus courants sont 4:3, 16:9 et 16:10 ?

Cahier IParcours :	Manuel :
fiches 1 à 8 p. 134-141	3, 6, 10 à 12, 15, 16, 18, 19, 22 à 24, 28 à 30, 34 à 36, 42, 43 p. 119-125

ESPACE

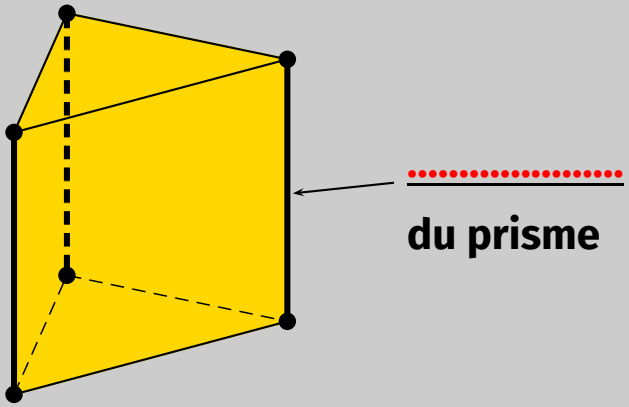
Séquence 14

I – Prisme droit

DÉFINITIONS

Un ..... est un solide dont :

- **deux faces sont des polygones superposables et parallèles : on les appelle ....., et sont généralement dessinées “en haut” et “en bas” (on a souvent l’impression que le solide est posé sur sa base inférieure).**
- **les autres faces sont des rectangles “qui montent” : les .....**



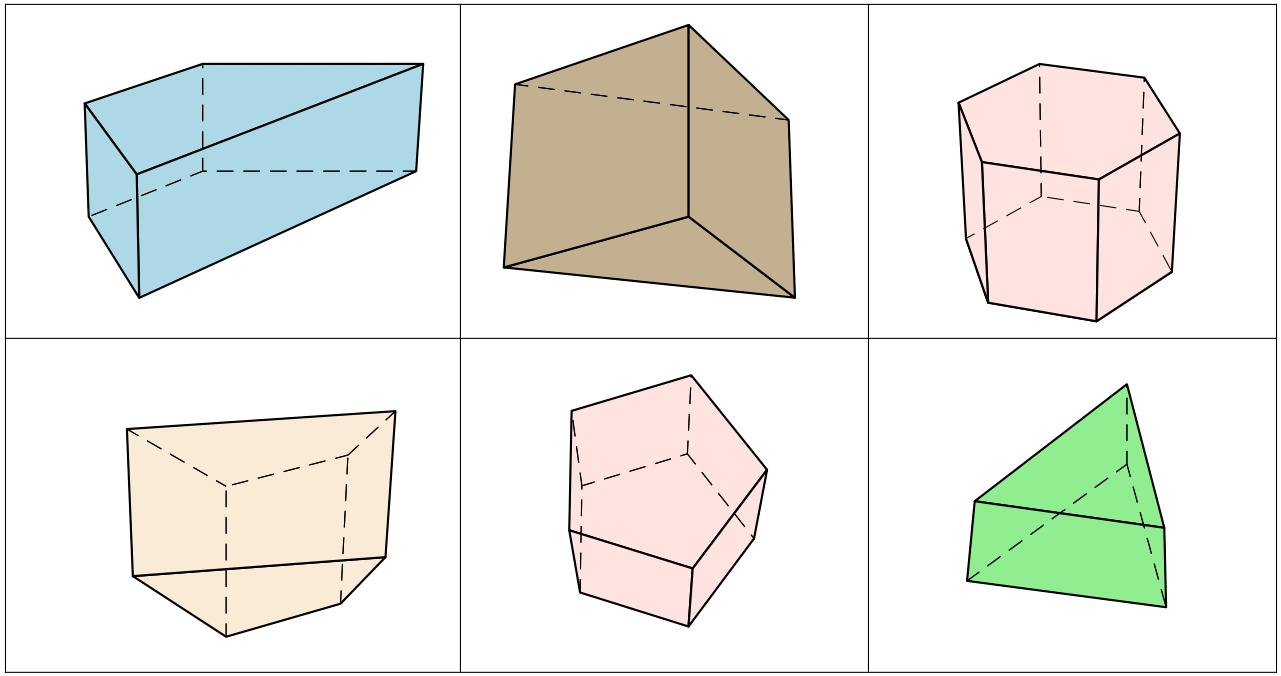
.....

du prisme

On considère le prisme à base triangulaire ci-contre.

Les ..... qui joignent les deux bases (dessinées en gras) ont la même longueur, qui est du coup appelée ..... du prisme.

Exemples : Chacun des solides suivants est un prisme, dont la base est respectivement un quadrilatère, un triangle, un hexagone, un quadrilatère, un pentagone et un triangle :



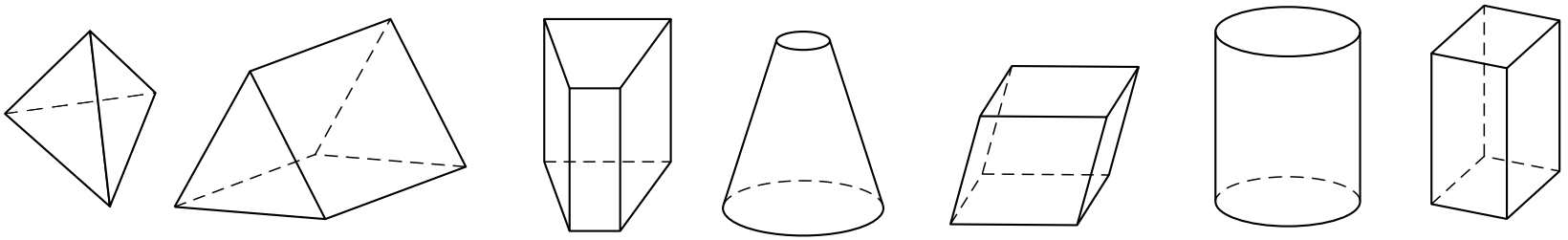
■ **EXERCICE :** Pour chacun de ces solides,

a) précise s'il sont vus d'en haut ou d'en bas,

Solution : .....

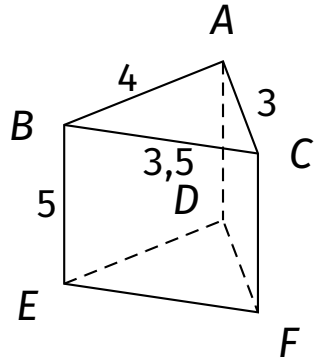
b) repasse en rouge au moins deux hauteurs.

■ **EXERCICE :** Entoure les lettres des solides qui sont des prismes droit. Puis, colorie ou hachure en rouge les deux bases de chaque solide entouré :



a) b) c) d) e) f) g)

■ **EXERCICE :** On considère le prisme droit *ABCDEF* ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur. *Les longueurs sont données en centimètres.*



a) Colorie en rouge ses bases et en bleu ses hauteurs.
b) Indique la longueur de chacune de ses arêtes :

1. bases : *AB*, *BC*, *CA*, *DE*, *EF* et *DF*.
2. arêtes latérales : *BE*, *AD* et *CF*.

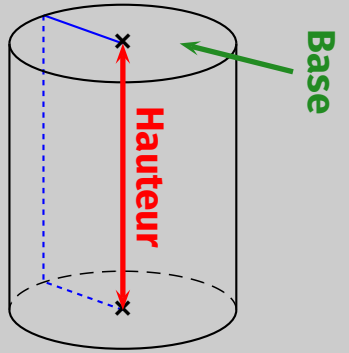
II – Cylindre de révolution

DÉFINITIONS

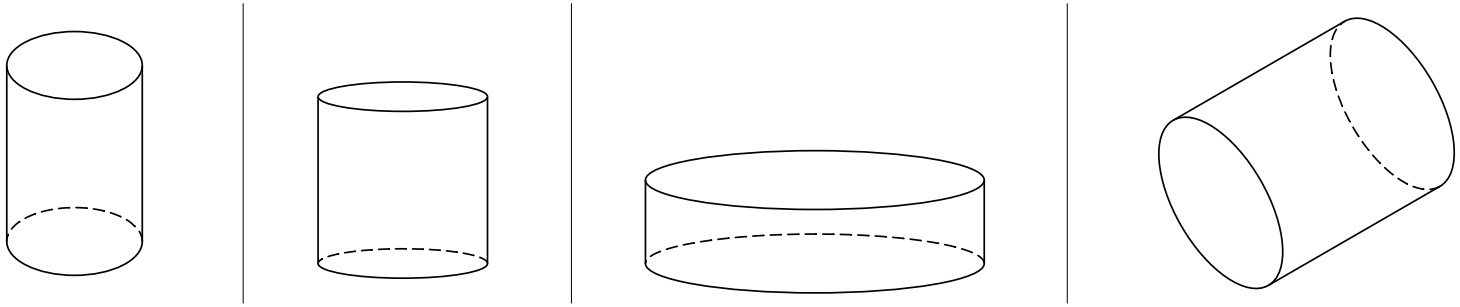
Un ..... est le solide obtenu en faisant effectuer à un rectangle un tour autour d'un de ses côtés. Un cylindre de révolution est formé :

- **de faces parallèles qui sont des disques de même rayon : ce sont les .....**
- **d'une surface courbe appelée la .....**

La ..... d'un cylindre de révolution est la longueur du segment joignant les centres des bases.

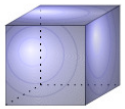
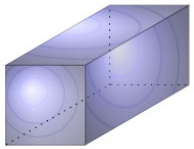
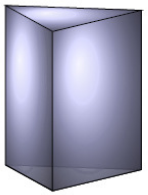
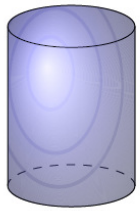
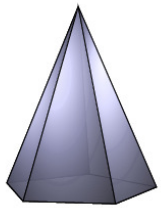
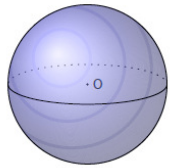


■ **EXERCICE :** Pour chaque cylindre, colorie la base *visible* en rouge et repasse en bleu une de ses hauteurs :



⚓ Remarque

Ce ne sont pas les seuls solides qui existent, voici tous les solides étudiés au collège :

cube	pavé droit	prisme	cylindre	pyramide	cône	sphère/boule
						

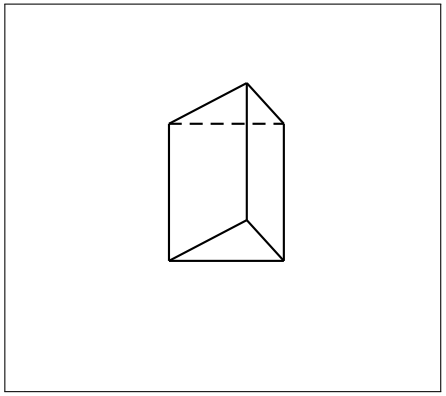
III – Patrons

DÉFINITION

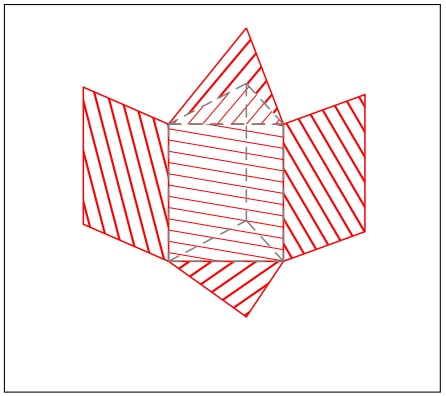
Un ..... d'un solide est un dessin qui permet, après découpage et pliage, de fabriquer ce solide. Chaque face est dessinée en vraie grandeur.

Patron de prisme

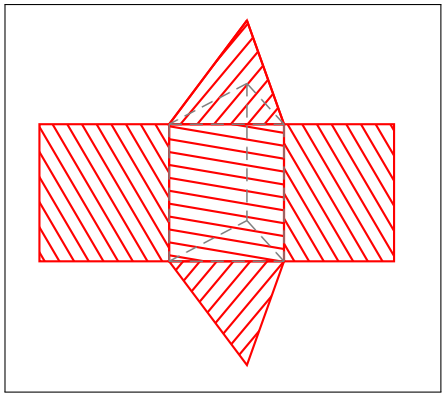
Un prisme droit
(à base triangulaire)



On découpe quelques arêtes et on commence à déplier

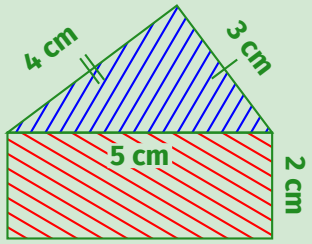


Un fois que tout est déplié, on obtient le patron du prisme

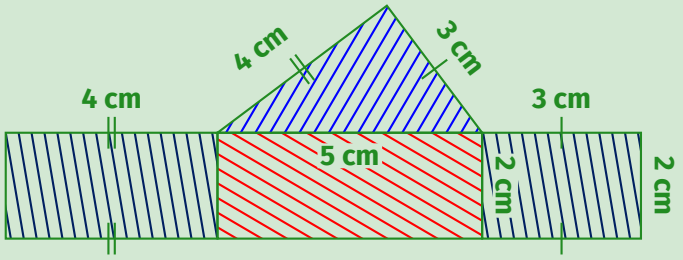


MÉTHODE (construire le patron d'un prisme)

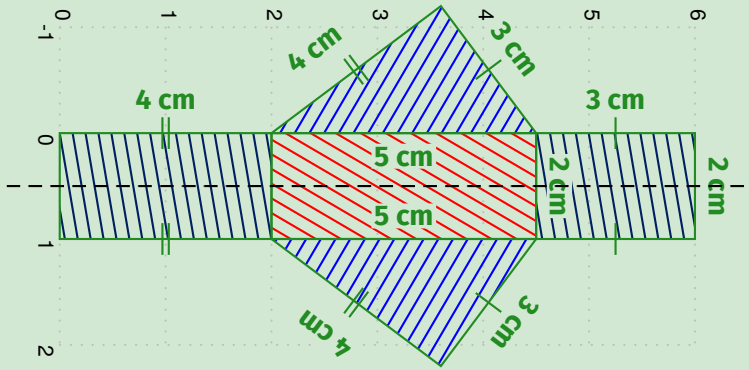
Par exemple, pour un prisme droit dont la base est un triangle de côtés 5 cm, 4 cm, 3 cm et de hauteur 2 cm, on procède en 3 étapes :



On construit une des bases (triangle), puis on trace une face latérale (rectangle) dont les côtés sont un côté de la base et la hauteur du prisme droit.



On trace ensuite les autres **faces latérales** en faisant attention aux dimensions : leur longueur doit être la même qu'un côté de la base !



Puisqu'un patron de prisme est **symétrique**, on trace l'autre **base** de l'autre côté, en utilisant évidemment (comme pour l'autre **base**) le compas.

■ EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :

a) Sur une feuille blanche, réalise le patron ci-dessus avec des languettes de sorte à former le prisme.
b) Dessine un patron d'un prisme droit de hauteur 3 cm ayant pour base un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 2,5 cm et AC = 4 cm.

Patron de cylindre

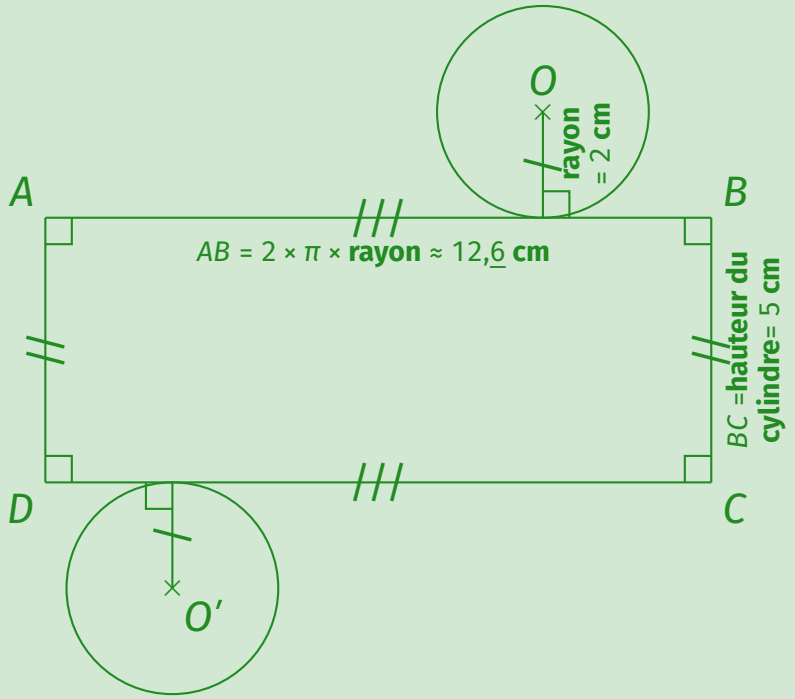
MÉTHODE (construire le patron d'un cylindre)

Par exemple, pour un cylindre de révolution de hauteur 5 cm et dont la base est un disque de rayon 2 cm, on procède de la manière suivante :

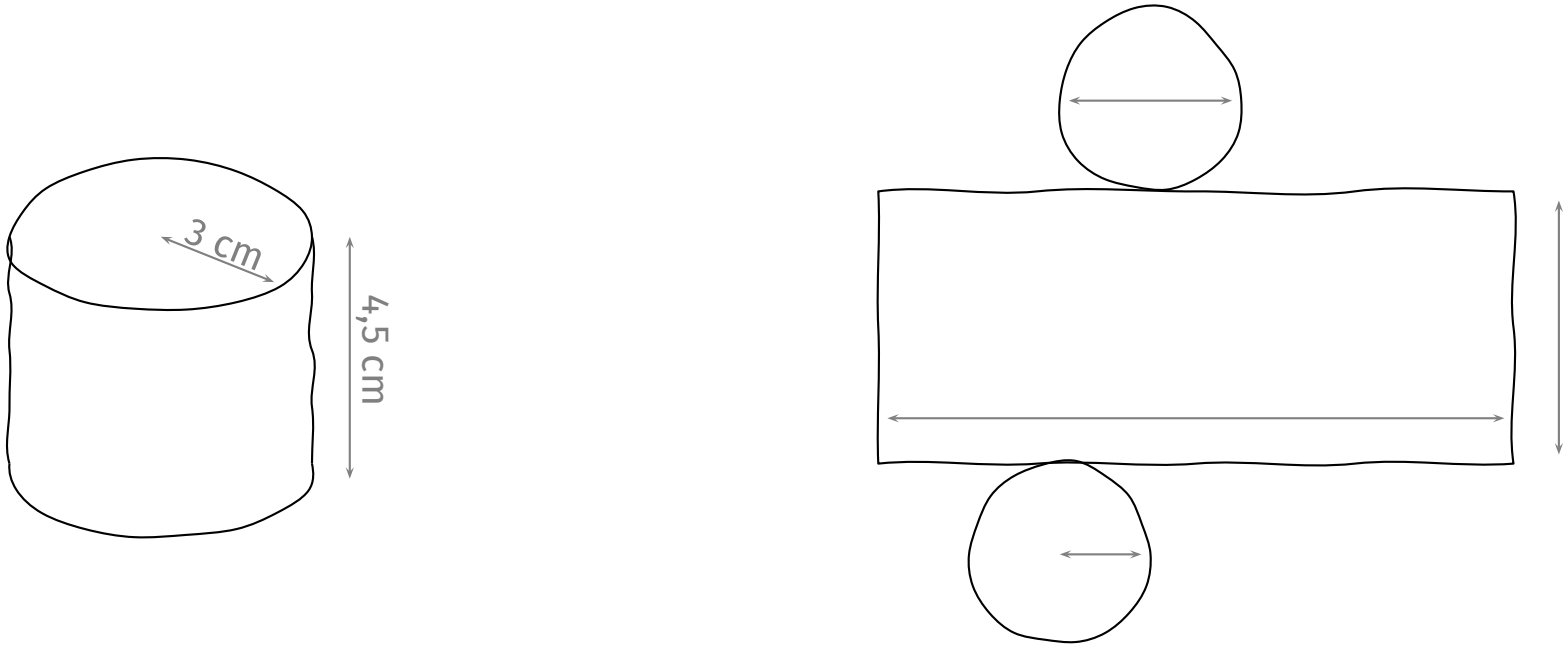
❶ On construit une des bases du cylindre, qui est un disque de rayon 2 cm. (sur ce dessin, c'est le disque de centre O).

❷ On trace la surface latérale du cylindre, qui est un rectangle dont les côtés sont la hauteur du cylindre (facile) et le périmètre du cercle (plus difficile car il faut calculer) qui est d'environ 12,6 cm ici.

❸ On complète le patron en traçant la seconde base, qui est un disque superposable au premier, de l'autre côté de la face latérale.



■ **EXERCICE :** Sur le patron ci-dessous, dessiné à main levée, indique les longueurs que tu connais ou que tu auras calculées, puis code les segments de même longueur :



■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :** Trace le patron d'un cylindre de révolution de hauteur 6 cm et de base un disque de rayon 2 cm.

IV – Volumes

PROPRIÉTÉ

La formule permettant de calculer le volume d'un prisme droit ou d'un cylindre est la même :

$\mathcal{V}_{\text{prisme droit}} = \mathcal{V}_{\text{cylindre}} =$ ... ...

RAPPELS UTILES

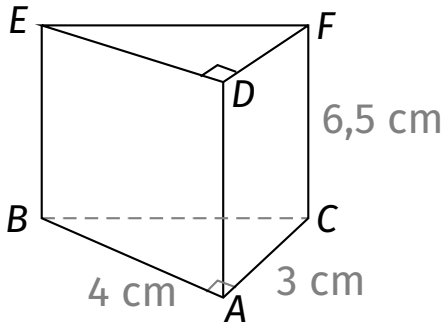
◊ L'aire d'un disque de rayon R est donnée par la formule $\mathcal{A}_{\text{disque}}$ = ...

◊ Voici le tableau de conversions d'unités de volumes :

Volumes																				
Capacités																				
														1	0	0	0			

On peut ici voir (par exemple) que 1 dm^3 = ...

Exemples : On souhaite calculer le volume (arrondi au cm^3 près pour le cyclindre) de chacun des solides suivants :



ABCDEF est un prisme tel que *ABC* est triangle rectangle en *A* et *AD* = 6,5 cm.

Aire de la base :

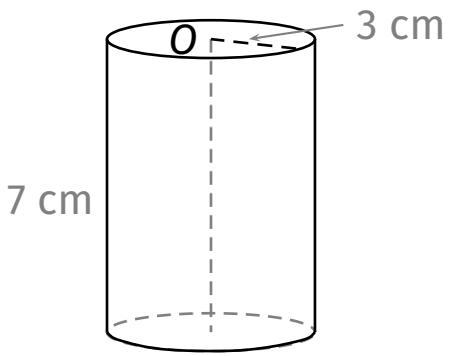
$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{3 \times 4}{2}$$
$$\mathcal{A}_{ABC} = 6 \text{ cm}^2$$

Volume du prisme *ABCDEF* :

$$\mathcal{V}_{ABCDEF} = 6 \times 6{,}5$$
$$\mathcal{V}_{ABCDEF} = 39 \text{ cm}^3.$$

aire de la base

hauteur



Aire de la base :

$$\mathcal{A}_{\text{base}} = \pi \times 3 \times 3$$
$$\mathcal{A}_{\text{base}} = 9\pi \text{ cm}^2$$

on n'arrondit pas !

Volume du cylindre :

$$\mathcal{V}_{\text{cylindre}} = 9\pi \times 7$$
$$\mathcal{V}_{\text{cylindre}} = 63\pi \text{ cm}^3$$
$$\mathcal{V}_{\text{cylindre}} \approx 198 \text{ cm}^3.$$

aire de la base

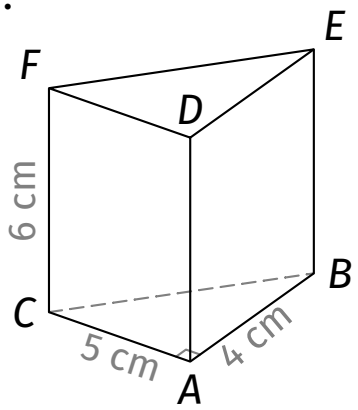
hauteur

On raisonne avec la valeur exacte, et on arrondit à la fin

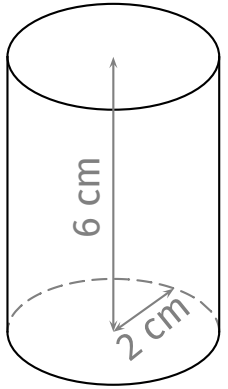
Dans les deux dernières pages (qui suivent), les exercices seront à faire dans le cahier d'exercices.

■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :** Calcule le volume des solides suivants (arrondi au dixième de cm^3 pour le cylindre) :

On considère le prisme droit *ABCDEF* de hauteur 6 cm et de base le triangle *ABC* rectangle en *A* tel que *AC* = 5 cm et *AB* = 4 cm :

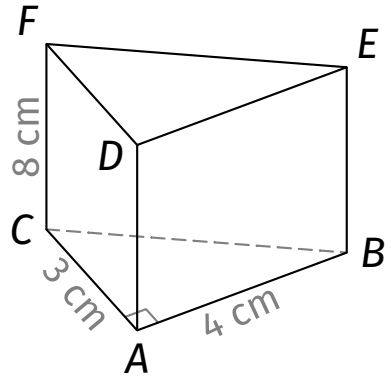


On considère un cylindre de révolution de hauteur 6 cm et de base un disque de rayon 2 cm :

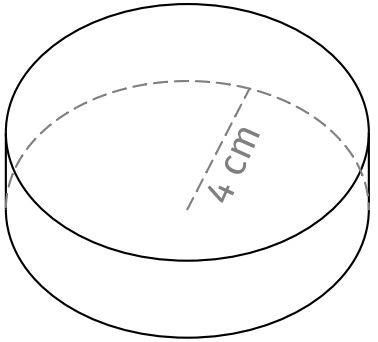


■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :** En te servant du tableau de conversion, détermine la quantité d'eau en cL (si nécessaire arrondie à l'unité près) qu'on pourrait verser dans chacun de ces deux solides :

ABCDEF est un prisme droit de hauteur 8 cm et de base le triangle *ABC* rectangle en *A*.



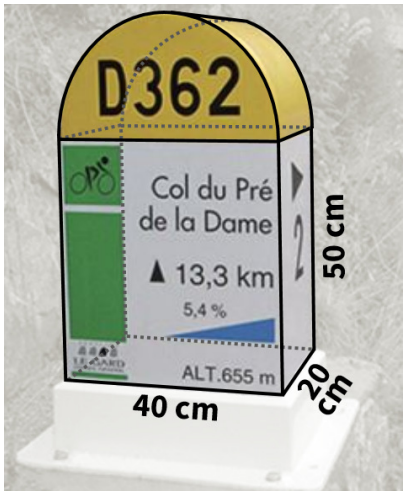
Ce cylindre a pour hauteur 3 cm et pour base le disque de rayon 4 cm :



■ **EXERCICE (cas pratique - dans ton cahier d'exercices) :** Lors de son dernier périple en vélo, M. Lenzen a vu cette borne et a pris des mesures.

À partir de ces indications, calcule le volume de cette borne, **arrondi au dm^3 près**.

Indication : cette borne est constituée d'un pavé droit surmonté d'un demi-cylindre.



Cahier IParcours : fiches 1 à 7 p. 124-130	Manuel : 3, 4, 6, 8, 10, 11, 21, 22, 24, 25, 28 à 31 p. 253-260

STATISTIQUES

Séquence 15

I – Vocabulaire

DÉFINITIONS

Une ..... est un ensemble de données récoltées auprès des individus qui forment la ...... Pour créer une série statistique, il suffit donc de choisir une question, de la poser à plusieurs personnes et de recueillir les résultats.

Voici cinq exemples de séries statistiques :

A	B	C	D	E
On a demandé à 20 élèves de cinquième (c'est la population) de donner leur couleur préférée : B - V - J - B - R - B - O - J - V - V - B - O - B - V - O - B - R - J - V - B	On a demandé aux élèves d'une classe combien ils avaient de télés chez eux. Voici les réponses : 1-0-1-2-2-4-1-5-1-3-0-2-3-1-0-3-3-4-2-1-1-0-2-2-3	Alain Provist jette un dé classique et note le numéro à chaque lancer. Il lance ce dé 30 fois : 3-1-6-2-2-1-4-5-1-4-6-3-2-3-3-5-5-6-1-2-6-1-2-1-4-3-3-4-3-6	Voici les notes (sur 10) obtenues au dernier contrôle de la classe d'Olive Rogne : 6-7-2-4-7-4-10-7-4-4-10-2-5-5-4-6-6-7-6-7	Un élève a demandé à 25 personnes à l'arrêt de bus quel était leur sport favori : football → 8 ; basket → 4 ; rugby → 2 ; gymnastique → 6 et danse → 5

DÉFINITIONS

- **L'..... d'une valeur est le nombre de fois que cette valeur apparaît dans la série.**
- **L'..... est le nombre total de données.**
- **La ..... d'une valeur est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total. On peut la laisser sous forme de fraction, mais aussi donner sa valeur décimale (si elle existe) ou le pourcentage.**
- **Un ..... permet de regrouper toutes ces valeurs.**

Exemple : Prenons l'exemple A :

Il y a **cinq** valeurs dans cette série statistique : **bleu**, **vert**, **jaune**, **rouge** et **orange**.

L'effectif de la valeur **bleu** est **7** (car le bleu apparaît 7 fois; autrement dit, 7 personnes différentes ont choisi le bleu comme couleur préférée). Les effectifs des valeurs **vert**, **jaune**, **rouge** et **orange** sont respectivement de **5, 3, 2** et **3**.

L'effectif total est **20** car 20 personnes ont été interrogées (et ça tombe bien, car 7 + 5 + 3 + 2 + 3 = 20 !).

La fréquence de la valeur **bleu** vaut $\frac{7}{20}$ = 0,35 = 35 %. Les fréquences des valeurs **vert**, **jaune**, **rouge** et **orange** sont respectivement égales à **25 %, 15 %, 10 %** et **15 %**.

Tous ces calculs peuvent être faits de tête ou à la calculatrice sans souci, l'essentiel est d'arriver au tableau d'effectifs :

Couleur	Bleu	Vert	Jaune	Rouge	Orange	Total
Effectifs	7	5	3	2	3	20
Fréquence (écriture fractionnaire)	$\frac{7}{20}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{20}{20}$
Fréquence (écriture décimale)	0,35	0,25	0,15	0,1	0,15	1
Fréquence (pourcentage)	35 %	25 %	15 %	10 %	25 %	100 %

⚓ Remarques

◊ Il faut toujours vérifier que la somme des effectifs donne bien l'effectif total !!

◊ On peut noter une fréquence par une écriture fractionnaire, par une écriture décimale ou par un pourcentage. L'écriture décimale s'obtient en effectuant le calcul du quotient, le pourcentage s'obtient en multipliant l'écriture décimale par 100. Attention toutefois : dans certains cas, il sera nécessaire d'arrondir.

La fréquence de « Bleu » est égale à : $\underset{\text{(écriture fractionnaire)}}{\frac{7}{20}} = \underset{\text{(écriture décimale)}}{0,35} = \underset{\text{(pourcentage)}}{35\%}.$

■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :** En t'aidant de l'exemple ci-dessus, pour chacune des séries statistiques de B à E, réponds aux questions suivantes :

a) Combien y a-t-il de valeurs ? Quelles sont-elles ?
b) Donne l'effectif de chacune des valeurs.
c) Quel est l'effectif total ? Comment l'as-tu trouvé ?
d) Calcule les fréquences pour chaque valeur : en fraction irréductible, en nombre décimal (arrondi au centième si nécessaire) et en pourcentage (arrondi à l'unité si nécessaire).

■ **EXERCICE :** Pour chaque série statistique de B à E, complète son tableau d'effectifs à l'aide de l'exercice précédent :

B →

Nombre de télés	0	1	2	3	4	5	Total
Effectifs	4						
Fréquence (écriture fractionnaire)	$\frac{4}{25}$						
Fréquence (écriture décimale)	0,16						
Fréquence (pourcentage)	16						

C →

Numéro sur le dé	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs							
Fréquence (écriture fractionnaire)	$\frac{6}{30}$						
Fréquence (écriture décimale)							
Fréquence (pourcentage)							

D →

							Total
Effectifs							
Fréquence (écriture fractionnaire)	$\frac{2}{20}$						
Fréquence (écriture décimale)							
Fréquence (pourcentage)							

E →							

■ **EXERCICE :** On a lancé 60 fois un dé et on a relevé le numéro sur la face supérieure :

6	4	4	2	4	2	3	2	5	5	3	2	5	1	4	2	5	3	5	5
2	2	1	2	3	4	4	3	4	4	4	2	5	3	6	2	4	2	3	2
2	2	2	2	3	4	2	2	3	5	2	4	5	5	4	3	4	5	2	6

Faire ci-dessous le tableau d'effectifs correspondant à cette série statistique (avec les trois lignes de fréquences, arrondies si besoin au centième).

II – Construire un graphique

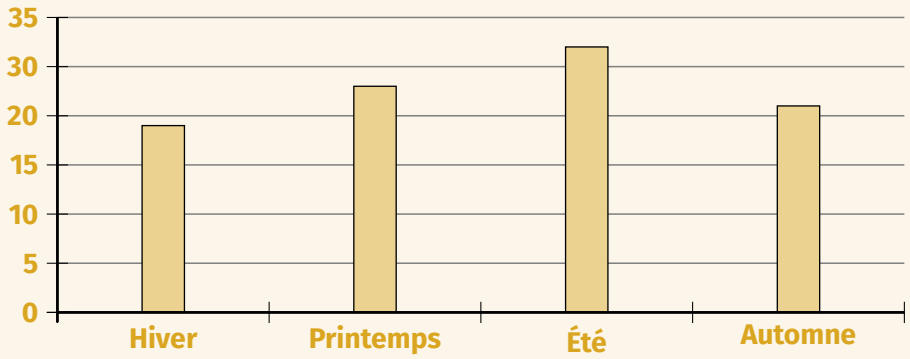
PROPRIÉTÉ

Pour construire un *diagramme en bâtons* ou un *histogramme*, il faut que .....

.....

ATTENTION !!!

ATTENTION à l'axe des ordonnées : les valeurs doivent être *régulièrement* réparties, comme dans un repère.
Voici par exemple un diagramme en bâtons :



Ce diagramme en bâtons n'est pas correctement représenté.

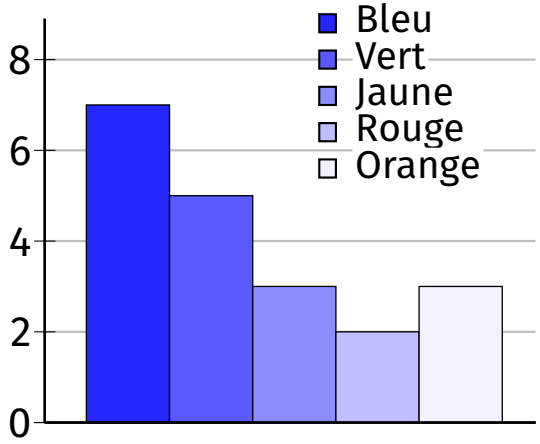
Mais pourquoi ?

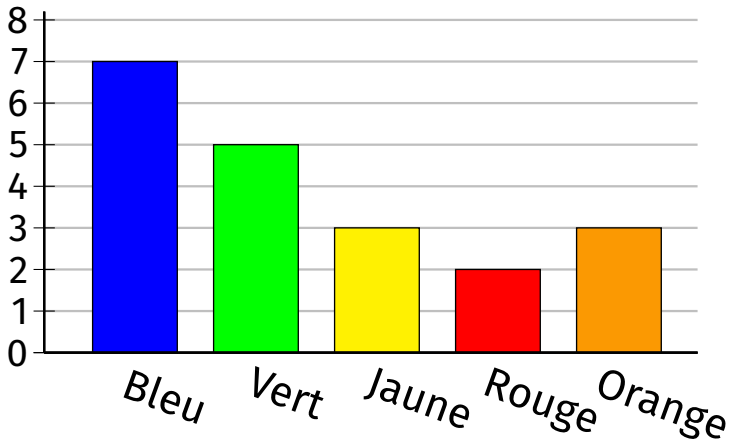
Solution : .....

.....

.....

Exemple : Voici l'histogramme et le diagramme en bâtons correspondant à l'exemple A :



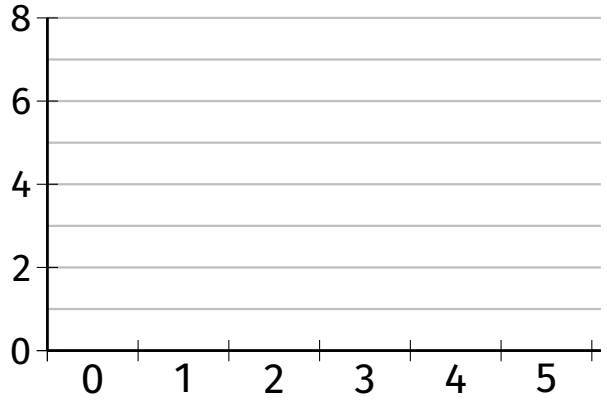


Remarque

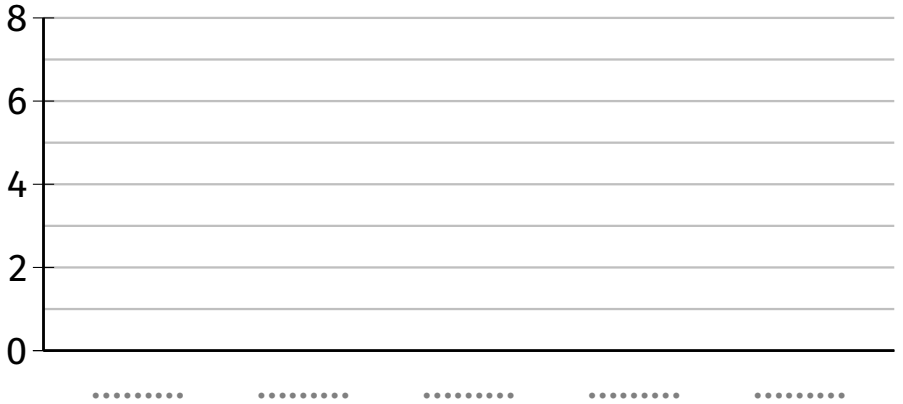
On voit bien ici que ce ne sont pas les couleurs qui sont importantes, mais le fait que chaque catégorie soit identifiée : il faut savoir à quoi il correspond ! Pour cet exemple en particulier, les couleurs aident bien pour la légende !

■ **EXERCICE :** Construis le diagramme en bâtons de l'exemple B sur le graphique de gauche, puis l'histogramme de l'exemple E sur le graphique de droite :

Nombre de télés



Sport préféré



PROPRIÉTÉ

Pour construire un *diagramme circulaire*, il faut .....

.....

.....

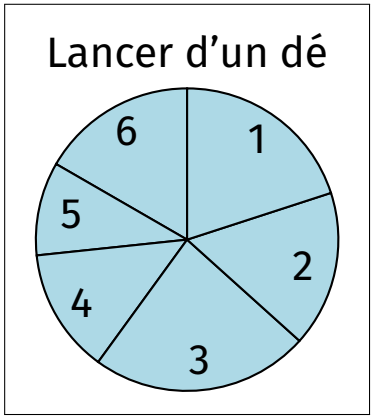
Exemple :

On reprend le tableau de l'exemple C fait à l'exercice 2 :

Numéro sur le dé	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	6	5	7	4	3	5	30
Fréquence (en %)	20	16,7	23,3	13,3	10	16,7	100
Angle (en °)							360

×3,6

Voici ci-contre le diagramme circulaire correspondant :



Remarque

Lorsqu'on n'a pas les fréquences, le cœfficient multiplicateur permettant de passer directement des effectifs aux angles est égal à « 360 ÷ effectif total », qui peut même rester une fraction : c'est par ce nombre qu'on multiplie toutes les valeurs pour obtenir les angles correspondants.

Dans notre exemple, $\frac{360}{\text{effectif total}} = \frac{360}{30} = \frac{36}{3} = \frac{12}{1} = 12$.

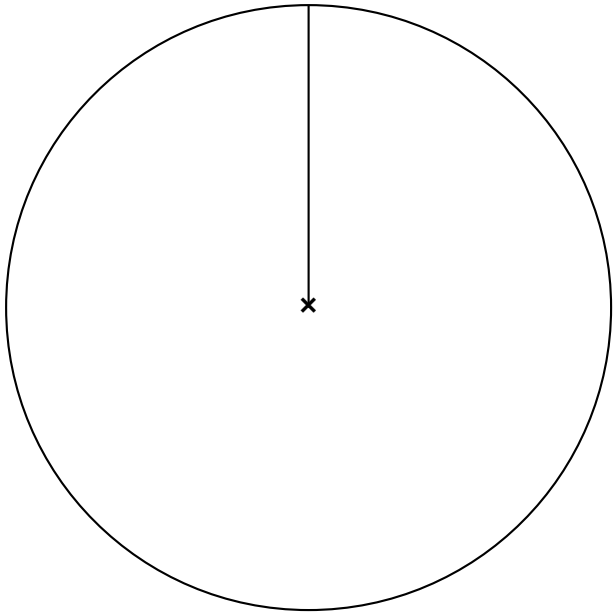
■ **EXERCICE :** On a demandé à 20 enfants ce qui leur ferait plaisir à Noël parmi les cinq choix possibles :

	Console	Lecteur MP3	Scooter	Ordinateur	Téléphone portable
Effectifs	2	5	1	3	9
Fréquence (en %)					
Angles (en °)					

a) Complète le tableau ci-dessus, en commençant par la ligne des fréquences. *Attention : pour bien terminer cette question, il faudra sûrement rajouter une colonne…*

b) Construis le diagramme circulaire correspondant à cette situation, à l'aide de ton rapporteur :

Idées de cadeaux de Noël



III – Moyennes

Pour les séries statistiques qui représentent des nombres, on peut définir quelques notions supplémentaires dont la moyenne. Les autres seront vues les années suivantes.

DÉFINITION

Quand les valeurs d'une série statistique représentent des nombres partagés entre les individus, on appelle ..... la valeur qu'aurait chaque individu si le partage était équitable. Pour la calculer, on utilise la formule :

$$\textbf{moyenne} = \frac{\textbf{somme de toutes les valeurs}}{\textbf{nombre de valeurs}}.$$

La moyenne est généralement notée $\overline{m}$.

Exemple : Il y a eu trois contrôles depuis le début de l'année, et Jared a eu respectivement 11/20, 15/20 et 14,5/20. La moyenne vaut évidemment $(11 + 15 + 14{,}5) \div 3 = 40{,}5 \div 3 = 13{,}5$.

Les trois contrôles étant notés sur 20, ils permettaient au total 60 points. Sur les 60 points, Jared en a obtenu $11 + 15 + 14{,}5 = 40{,}5$. Mais si ces notes étaient équitablement réparties, c'est comme s'il avait eu $40{,}5 \div 3 = 13{,}5$ à chaque contrôle. Le calcul fait est bien :

$$\overline{m} = \frac{11 + 15 + 14{,}5}{3} = \frac{40{,}5}{3} = 13{,}5.$$

Lorsque chaque valeur est *pondérée* (elle a un "poids" plus ou moins important, comme un coefficient lors d'un contrôle), le calcul peut être légèrement raccourci plutôt que d'additionner vraiment toutes les valeurs :

MÉTHODE (calculer une moyenne pondérée)

On veut calculer la moyenne de la série :

Valeur	14	17	20	23	25
Effectif	2	5	11	10	6

Exemple : On a relevé les âges des jeunes inscrits dans un club de pétanque.

On calcule l'effectif total : $2 + 5 + 11 + 10 + 6 = 34$ ⟵ ***On calcule d'abord l'effectif total***

La moyenne de cette série est :

On calcule l'addition des : "valeur × effectif associé"

$$\overline{m} = \frac{14 \times 2 + 17 \times 5 + 20 \times 11 + 23 \times 10 + 25 \times 6}{34} = \frac{713}{34} \approx 20{,}97.$$

Effectif total ***On calcule une valeur décimale approchée***

Remarque

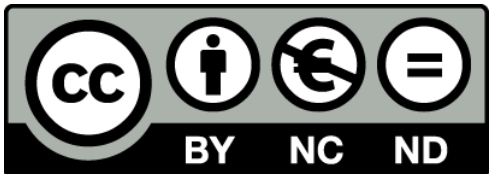
Dans cet exemple, on dira que l'âge moyen des inscrits de ce club est d'environ 21 ans.

■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :** Calcule les moyennes de chacun des exemples B, C et D des deux manières différentes : calcul direct en utilisant les données de l'énoncé et le calcul pondéré en utilisant le tableau d'effectifs.

Cahier IParcours :
fiches 1 à 6 p. 144-149 + exercice 2 p. 150

Manuel :
3, 4, 6, 7, 9, 11, 13, 15, 18 à 21, 25, 26, 28, 29, 33 p. 153-159

Ce cours agrandi a été créé par M. LENZEN initialement en 2021.



Il est mis à disposition selon les termes de la licence Creative Commons « Partage - Attribution - Pas d'utilisation commerciale - Pas de modification 4.0 France » :

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.fr

"Vous êtes autorisé à : Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats. L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

Attribution : *Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son Œuvre.*

Pas d'Utilisation Commerciale : *Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.*

Pas de modifications : *Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous n'êtes pas autorisé à distribuer ou mettre à disposition l'Œuvre modifiée."*

Cours agrandi de 5e version 3.0 – achevé au mois de septembre 2023.