SÉQUENCE VII

Probabilités

1 Expérience aléatoire

Ce cours se basera sur les trois exemples suivants :

a) On lance une pièce de monnaie et on regarde la face supérieure.
b) On lance un dé à six faces et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus.
c) On fait tourner une roue numérotée (de 1 à 12) et on regarde le numéro obtenu.

DÉFINITIONS

Une ..... (lancer un dé par exemple) est un phénomène qui a plusieurs possibilités connues (pile ou face) mais dont on ne peut pas prévoir le résultat à l'avance.

Les résultats possibles d'une expérience s'appellent des .....

Exemples : On s'intéresse aux situations décrites en début de séquence :

2 Vocabulaire

DÉFINITION

Un ..... est constitué par aucune, une, voire plusieurs issues d'une même expérience aléatoire.

Lorsqu'un événement est réalisé par exactement une seule issue, il est dit .....

Exemple : Concernant le lancé de dé,

- l'événement « obtenir un nombre pair » est réalisé par les issues 2, 4 et 6.
- l'événement « obtenir un multiple de 5 » n'est réalisé que par l'issue 5, il est donc élémentaire.
- l'événement « obtenir un nombre à 2 chiffres » ne peut pas être réalisé : il est impossible.
- l'événement « obtenir un nombre positif » est certain car il est toujours réalisé !

DÉFINITION

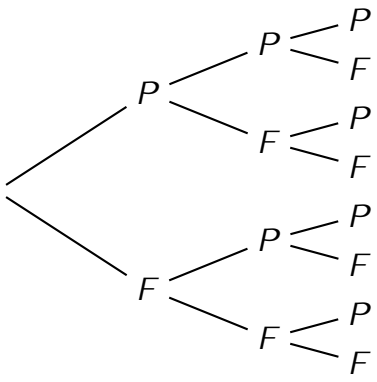
L'événement ..... d'un événement A, noté $\overline{A}$, est celui qui se réalise lorsque l'événement A n'a pas lieu.

Exemple : Lors du lancer du dé, on considère l'événement A : « Obtenir un multiple de 3. »

On peut très bien représenter les événements par différents moyens :

Arbre

Pour le lancé d'une pièce de monnaie trois fois de suite, on peut schématiser cette expérience par un **arbre** :



On voit ici qu'il existe en tout 8 événements élémentaires (colonne de droite).

Tableaux à double entrée

On jette deux dés et on regarde le résultat obtenu :

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	{1; 1}	{2; 1}	{3; 1}	{4; 1}	{5; 1}	{6; 1}
2	{2; 1}	{2; 2}	{2; 3}	{2; 4}	{2; 5}	{2; 6}
3	{3; 1}	{3; 2}	{3; 3}	{3; 4}	{3; 5}	{3; 6}
4	{4; 1}	{4; 2}	{4; 3}	{4; 4}	{4; 5}	{4; 6}
5	{5; 1}	{5; 2}	{5; 3}	{5; 4}	{5; 5}	{5; 6}
6	{6; 1}	{6; 2}	{6; 3}	{6; 4}	{6; 5}	{6; 6}

On voit ici qu'il existe 36 événements élémentaires pour cette expérience aléatoire.

3 Notion de probabilité

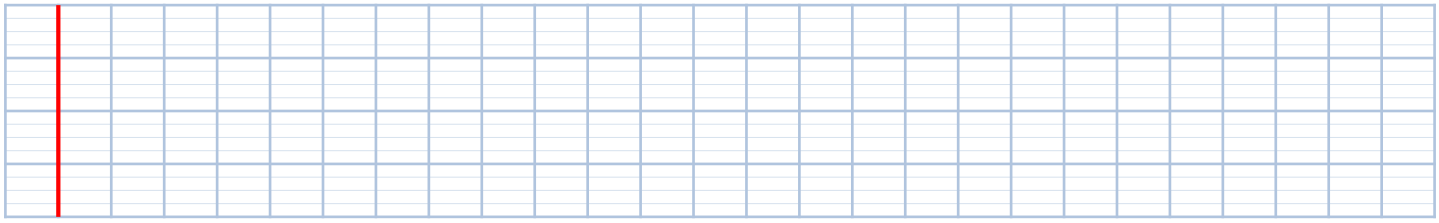
DÉFINITION

Lorsque l'on effectue un très grand nombre de fois une expérience aléatoire (de façon indépendante et dans les mêmes conditions), la fréquence de réalisation d'un événement se rapproche d'un nombre que l'on appelle ..... de cet événement.

Si A désigne un événement, alors on note $p(A)$ la probabilité qu'il se réalise.

Exemple : Soit A l'événement « J'obtiens pile au lancer d'une pièce de monnaie ». Après avoir fait une simulation sur tableur, voici les résultats obtenus :

Nombre de lancés	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
Nombre de pile	0	7	45	505	5 052	49 917	500 691
Fréquence de pile (en %)	0	70	45	50,5	50,52	49,917	50,0691



RÈGLES

- La probabilité d'un évènement est un nombre compris entre 0 et 1 qui exprime « la chance que cet évènement de se produire ». Ce nombre est souvent exprimé sous la forme d'une fraction ou d'un pourcentage.
- La somme des probabilités de tous les événements élémentaires est égale à 1.

Exemple : Calculer que la probabilité d'un évènement est de $0{,}8$ signifie que cet évènement a 8 chances sur 10 ou 80% de chance de se produire. En effet, $80\% = \dfrac{80}{100} = \dfrac{8}{10} = 0{,}8$.

Remarque

Un événement impossible ne peut pas se produire : sa probabilité est logiquement égale à 0. Par contre, un événement certain se réalise toujours : sa probabilité vaut donc 1.