SÉQUENCE V

Calcul littéral (partie 1)

1 Simplification d'une expression littérale

DÉFINITION

Une ..... est une expression mathématique qui comporte une ou plusieurs lettres ainsi que des opérations. Ces lettres désignent des nombres.

1 Convention d'écriture avec le signe ×

RÈGLE

Pour simplifier l'écriture d'une expression littérale, on peut supprimer le symbole × devant une lettre ou une parenthèse ouvrante (mais surtout pas devant un nombre connu).

Exemple : Simplifie l'expression suivante : $A = -5 \times x + 7 \times (-4) \times (3 \times x - 2)$:

RÈGLE

Pour tout nombre a, on peut écrire :
- $a \times 0 = 0 \times a = 0$ et $a \times 1 = 1 \times a = a$;
- $a \times a = a^2$ (qui se lit « a carré ») et $a \times a \times a = a^3$ (qui se lit « a au cube »).

2 Opposés et parenthèses

MÉTHODE (gérer une parenthèse précédée d'un −)

Pour supprimer une paire de parenthèses précédée du symbole « − »,
1. **on écrit l'opposé de chaque nombre dans la parenthèse,**
2. **on supprime alors le « − » devant la parenthèse,**
3. **on supprime enfin les parenthèses (mais pas leur contenu, évidemment !).**

Exemple 1 : Quel est l'opposé de $a + b - 2ab$?

Exemple 2 : Supprime les parenthèses dans l'expression $B = 3x - (-2x^2 - 5xy + 4)$:

2 Réduction

DÉFINITIONS

On "classe" désormais les nombres dans des familles selon les lettres qu'ils comportent :

- **La "famille des x" : ce sont les mêmes nombres que dans la famille des nombres, mais avec un x derrière (lié par une multiplication cachée) : $2x$, $-15x$, $\frac{3}{4}x$, $\frac{1}{3}x$, $\sqrt{2}x$, ... Cette famille est majoritairement utilisée avec des nombres simples ($2x$, $3x$, $-5x$, $10x$, ...), et peut aussi se décliner avec d'autres lettres !**
- **La "famille des x^2" : ce sont les mêmes nombres que dans la famille des nombres, mais avec un x^2 derrière (lié par une multiplication cachée) : $2x^2$, $-15x^2$, x^2, $13x^2$, ... Cette famille est aussi majoritairement utilisée avec des nombres simples (rappel : $x^2 = x \times x$; $x^2 \neq x$ [pas la même famille] et surtout $x^2 \neq 2 \times x$...).**
- **(La "famille des nombres" classiques, appris depuis l'école primaire : 2, -15, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\sqrt{2}$, ...)**

ACTIVITÉ 1 (introduction) :

a) Complète : 8 filles + 5 garçons + 3 filles + 4 garçons = ... filles + ... garçons

11 filles + 8 garçons + 2 filles + 12 garçons = ... filles + ... garçons

b) En observant les égalités de la question précédente, complète : $8x + 5y + 3x + 4y = \ldots\ldots\ x + \ldots\ldots\ y$

$11x + 8y + 2x + 12y = \ldots\ldots\ x + \ldots\ldots\ y$

c) Complète : $4♣ + 7△ + 5 + 2♣ + 9△ + 8 = \ldots\ldots\ ♣ + \ldots\ldots\ △ + \ldots\ldots$

$3♣ + 11△ + 12 + 4♣ + 7△ + 9 = \ldots\ldots\ ♣ + \ldots\ldots\ △ + \ldots\ldots$

d) En observant les égalités de la question précédente, complète :

$4x^2 + 7x + 5 + 2x^2 + 9x + 8 = \ldots\ldots\ x^2 + \ldots\ldots\ x + \ldots\ldots$

$3x^2 + 11x + 12 + 4x^2 + 7x + 9 = \ldots\ldots\ x^2 + \ldots\ldots\ x + \ldots\ldots$

À partir de cette activité, on peut énoncer la définition suivante :

DÉFINITION

....., c'est regrouper et calculer ensemble (additions ou soustractions) les nombres qui appartiennent à une même "famille", une même catégorie.

RÈGLE

Dans un calcul où n'apparaissent que des « + » et des « − » visibles, on tient compte des "histoires de famille". On souligne (ou surligne) d'une même couleur les membres d'une même famille, sans oublier les symboles d'opérations devant les nombres !

Exemple 1 : On souhaite réduire $A = 7x^2 + 3x + 1 + 5x^2 + 8x + 14$:

Exemple 2 : On souhaite réduire $F = 7x^2 - 3x + 1 - 5x^2 - 8x - 14$:

EXERCICE : Réduis les expressions suivantes :

$G = 9x^2 - 5x - 11 - 3x^2 - 2x - 7$ $\qquad$ $H = 4x^2 - 6x + 4 - 11x^2 + 10x + 9$

$I = 5x^2 + 11x - 2 + 8x^2 - 6x$ $\qquad$ $J = x^2 - 6x - 4 + 5x - 3x^2 + 10$

3 Substituer (rapppel)

DÉFINITION

Dans une expression littérale, faire une ..... consiste à remplacer chaque lettre par sa valeur pour pouvoir calculer cette expression.

RAPPEL

En mathématiques, il est interdit que deux nombres (connus ou inconnus) se suivent sans aucun lien. Si le lien n'est pas visible, c'est qu'il s'agit forcément d'une multiplication cachée.

Exemples : $5x$ signifie $5 \times x$; $xy = x \times y$; $12a^2 = 12 \times a \times a$; ...

MÉTHODE (calculer $K = 5x^2 + 2x + 1$ pour $x = -4$)

$K = 5x^2 + 2x + 1$ ⟵ **on recopie l'énoncé**

$K = 5 \times x^2 + 2 \times x + 1$ ⟵ **on rajoute les opérations (forcément $\times$) cachées**

$K = 5 \times (-4)^2 + 2 \times (-4) + 1$ ⟵ **on remplace tous les x par sa valeur**

$K = 73.$ ⟵ **on calcule avec la calculatrice**

Remarque importante : quand on remplace x par un nombre négatif, il faut bien penser à mettre des parenthèses autour de ce nombre !

Exemples *(DANS TON CAHIER D'EXERCICES)* :

a) Calcule $L = 9x + 15$ pour $x = 2$.

b) Calcule $M = 3m - 4$ pour $m = -3$.

c) Calcule $N = 2c^2 - 7$ pour $c = 6$.

d) Calcule $U = 9x^2 - 2x + 7$ pour $x = -2$.