SÉQUENCE III

Pythagore

1 Racines carrées

1 Définition

DÉFINITION

La .... d'un nombre positif g est un nombre plus petit p dont le carré vaut g. Autrement dit, la racine carrée p d'un nombre g vérifie $p^2 = g$.

On note ce nombre $\sqrt{g}$. La carré et la racine carrée sont donc liés.

RÈGLE (CARRÉS PARFAITS)

Il va être utile de connaître les premiers carrés parfaits, et donc les premières racines carrées remarquables :

$\square^2$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	$\sqrt{x}$
x^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	x

$\sqrt{\square}$

2 Calculer une racine carré, simplifier un carré

MÉTHODE (calculer une racine carrée)

Pour calculer la racine carrée de 49 (c'est-à-dire $\sqrt{49}$), on utilise la touche √ : on tape √ 4 9 EXE.

Pour calculer une racine carrée en géométrie, lorsqu'on aboutit sur une égalité du type « $AB^2 = 50$ », on écrit :

$AB^2 = 50$

$AB = \sqrt{50}$ ← **on utilise la calculatrice : √ 5 0 ⇧ EXE**

$AB \approx 7{,}\underline{1}$ **cm** ← **on n'oublie pas le symbole "≈" si nécessaire, ainsi que l'unité…**

La combinaison de touches ⇧ EXE permet d'obtenir tout de suite une valeur décimale sans que la calculatrice n'affiche de racine carrée. La manipulation est aussi valable avec l'ancienne calculatrice : SECONDE EXE (ou EXE puis S⇔D).

Exemple : En t'aidant de la méthode précédente, calcule les longueurs suivantes (si elles ne tombent pas justes, on arrondira au dixième de centimètre) : $AB^2 = 81$; $CD^2 = 56{,}25$; $EF^2 = 18$ et $GH^2 = 46$:

3 Encadrer une racine carrée

MÉTHODE (encadrer une racine carrée par 2 entiers consécutifs)

Pour encadrer $\sqrt{21}$, on écrit :

16	$\leqslant$	21	$\leqslant$	25	← **on cherche où se trouve 21 dans la 2e ligne du tableau des carrés parfaits**
$\sqrt{16}$	$\leqslant$	$\sqrt{21}$	$\leqslant$	$\sqrt{25}$	← **les racines carrées des 3 nombres sont rangées dans le même ordre**
4	$\leqslant$	$\sqrt{21}$	$\leqslant$	5	← **on calcule les racines carrés devant et derrière**

Pour les nombres plus grands, on les calcule à la calculatrice. La partie entière donne le nombre à gauche.

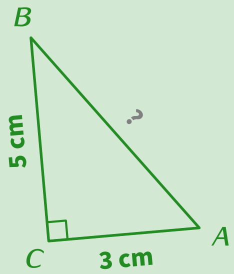
Exemples : Encadre les racines carrées $\sqrt{21}$, $\sqrt{37}$, $\sqrt{150}$, $\sqrt{200}$, $\sqrt{1\,000}$ et $\sqrt{2\,024}$, par deux entiers consécutifs.

2 Calculer une longueur

MÉTHODE (calculer l'hypoténuse)

❶ **On écrit le DPC du théorème de Pythagore (⚠ la ligne du "C" ne doit comporter que des lettres !).**
❷ **On remplace les longueurs connues et on calcule.**

Exemple :



***Question* : calcule AB *(arrondi au dixième)*.**

***Réponse* :**

D : ABC **est un triangle rectangle en** C.

P : **D'après le théorème de Pythagore, on a :**

C : $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ← **on surligne la longueur à calculer**

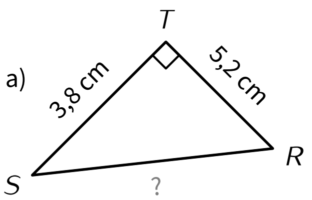
$AB^2 = 3^2 + 5^2$ ← **on remplace les longueurs connues**

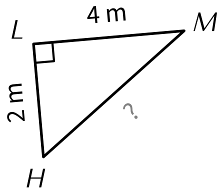
$AB^2 = 34$ ← **on calcule la somme**

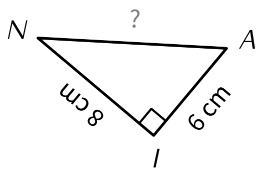
$AB = \sqrt{34}$ ← **on simplifie le carré en utilisant $\sqrt{\ }$**

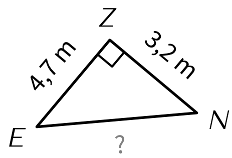
$AB \approx 5{,}8$ **cm** ← **on calcule, on arrondit et on n'oublie pas l'unité...**

EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) : Pour chaque triangle ci-dessous, calcule la longueur de l'hypoténuse, arrondie si nécessaire au dixième près :

a) 

b) 

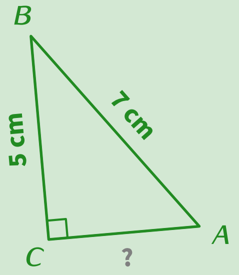
c) 

d) 

MÉTHODE (calculer un côté de l'angle droit)

❶ On écrit le DPC du théorème de Pythagore (⚠ la ligne du “C” ne doit comporter que des lettres !).
❷ On remplace les longueurs connues et on calcule (⚠ la longueur à calculer est à droite du “=”).

➔ Exemple :

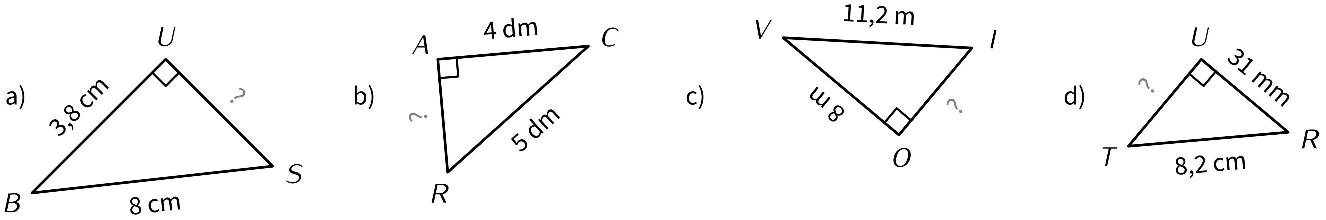


Calcule AC *(arrondi au dixième).*

D : ABC **est un triangle rectangle en** C.
P : D’après le théorème de Pythagore, on a :
C : $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ← **on surligne la longueur à calculer**
$AC^2 = AB^2 - BC^2$ ← **on isole la longueur à calculer ***
$AC^2 = 7^2 - 5^2$ ← **on remplace les longueurs connues**
$AC^2 = 24$ ← **on calcule la somme**
$AC = \sqrt{24}$ ← **on simplifie le carré en utilisant $\sqrt{\ }$**
$AC \approx 4{,}9$ **cm** ← **on calcule, on arrondit et on n’oublie pas l’unité…**

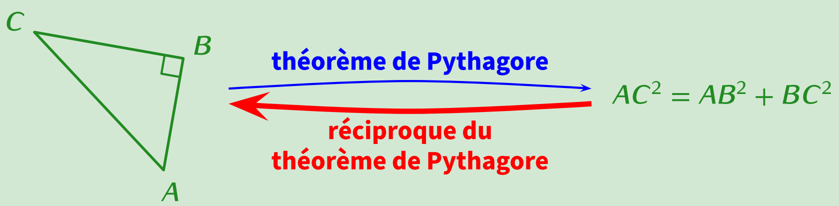
** : en isolant la longueur à calculer, le calcul devient « hypoténuse »^{2} — « autre côté »^{2} (soustraction) !*

■ **EXERCICE (dans ton cahier d'exercices) :** Pour chaque triangle ci-dessous, calcule la longueur demandée, arrondie si nécessaire au dixième près :



3 Montrer qu'un triangle est rectangle ou non

MÉTHODE (montrer qu'un triangle est rectangle ou non)

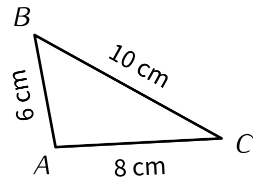


- **On utilise la réciproque du théorème de Pythagore pour montrer qu’un triangle est rectangle : pour cela, il suffit de montrer que l’égalité de Pythagore est vraie dans ce triangle.**
- **On utilise la contraposée du théorème de Pythagore pour montrer qu’un triangle n’est pas rectangle : pour cela, il suffit de montrer que l’égalité de Pythagore est fausse dans ce triangle.**

Remarque

Puisqu’on doit tester une égalité, il ne faudra pas oublier de calculer ses deux membres séparément !

Exemple 1 : Est-ce que le triangle suivant est rectangle ? Si oui, en quel point ?



Exemple 2 : Est-ce que le triangle suivant est rectangle ? Si oui, en quel point ?