



Puissances

1

Définitions générales

♥ DÉFINITION (PUISSANCE POSITIVE)

Si n un entier positif et que x désigne un nombre quelconque, alors x^n , qui se lit « x puissance n » ou « x exposant n », est le nombre

$$x^n = \underbrace{x \times x \times \cdots \times x}_{n \text{ facteurs égaux à } x}.$$

➔ Exemple : Calcule 11^2 ; 14^3 ; $(-5)^6$ et -8^4 :

$$11^2 = 11 \times 11 = 121 \quad 14^3 = 14 \times 14 \times 14 = 2744 \quad (-5)^6 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = 15625$$

$$\text{et } -8^4 = -8 \times 8 \times 8 \times 8 = -4096.$$

Attention au dernier calcul, le “-” n’est pas concerné par la puissance !

♥ DÉFINITION (PUISSANCE NÉGATIVE)

Si n est un entier positif et que x désigne un nombre quelconque, alors x^{-n} , qui se lit « x puissance moins n » ou « x exposant moins n », est le nombre

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n} = \frac{1}{\underbrace{x \times x \times \cdots \times x}_{n \text{ facteurs égaux à } x}}.$$

➔ Exemple : Calcule 5^{-2} ; $(-5)^{-2}$ et -5^{-2} :

$$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{5 \times 5} = \frac{1}{25} \quad (-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{(-5) \times (-5)} = \frac{1}{25} \quad \text{et } -5^{-2} = -\frac{1}{5^2} = -\frac{1}{5 \times 5} = -\frac{1}{25}.$$

Attention au dernier calcul, le “-” n’est pas concerné par la puissance !

⚓ Remarque

Le fait qu’une puissance soit négative ne veut absolument pas dire que le résultat sera négatif !

♥ DÉFINITION

On appelle **puissance de 10** le nombre 10 élevé à une puissance n , où n désigne un nombre entier (positif ou négatif). Lorsque n est positif, on a :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs égaux à } 10} = \underbrace{100 \dots 00}_{n \text{ zéros}}.$$

Par convention (rappel de 5^e) : $10^1 = 10$ et $10^0 = 1$.

♥ DÉFINITION (PUISSANCE NÉGATIVE)

Soit n un nombre strictement positif. On appelle « 10 puissance moins n » le nombre noté **10^{-n}** tel que :

$$10^{-n} = \underbrace{0,00 \dots 01}_{n \text{ zéros}}.$$

➔ **Exemples** : On a ainsi $10^4 = 10\,000$; $10^9 = 1\,000\,000\,000$ mais aussi $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01$ ou encore $10^{-10} = 0,000\,000\,000\,1$.

Préfixes	giga	méga	kilo	-	milli	micro	nano
Symbole	<i>G</i>	<i>M</i>	<i>k</i>	-	<i>m</i>	μ	<i>n</i>
Signification	10^9	10^6	10^3	-	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

📌 Remarque

En dessous du nano existent le "pico" ($1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}$) et le "femto" ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$). Au-dessus du giga existe le "tera" ($1 \text{ Tm} = 10^{12} \text{ m}$)

➔ **Exemples** : Ce ne sont que des préfixes, il faut donc les associer à une unité :

- 1 kg de pommes de terre pèse donc $10^3 \text{ g} = 1\,000 \text{ g}$.
- Un disque dur de 3 To (3 téraoctets) contient donc $3 \times 10^{12} = 3\,000\,000\,000\,000$ octets ou encore 3 000 Go (c'est l'équivalent de 638 films sur DVD).
- Une molécule d'eau mesure environ $0,1 \text{ nm} = 0,1 \times 10^{-9} = 0,000\,000\,01 \text{ m} = 0,000\,01 \text{ mm}$.

➔ RÈGLE (AVEC "GLISSE-NOMBRE")

Pour multiplier un nombre décimal par 10^n , on déplace le nombre de n rangs vers la gauche.

Pour multiplier un nombre décimal par 10^{-n} , on décale le nombre de n rangs vers la droite (car $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$ donc cela revient à diviser par 10^n).



DÉFINITION

L'**écriture scientifique** d'un nombre est une écriture de la forme $a \times 10^n$ avec :

- a un nombre décimal ne comportant qu'un seul chiffre non nul devant la virgule, positif ou négatif;
- n un nombre entier relatif (donc positif ou négatif).

➔ **Exemples** : Les nombres $-4,78 \times 10^3$ et $2,159 \times 10^{-5}$ sont déjà en écritures scientifiques. Par contre, les nombres $45,9 \times 10^2$; $0,9 \times 10^5$ et $2,5 \times 3^{10}$ ne le sont pas.



MÉTHODE (trouver l'écriture scientifique d'un nombre)

- 1 On écrit le nombre sans sa virgule et en supprimant les éventuels zéros devenus inutiles.
- 2 On place alors la virgule de sorte à n'avoir qu'un seul chiffre devant.
- 3 On compte combien il y a de rangs de différence entre la virgule du nombre de départ et celui de l'étape précédente afin d'obtenir la partie numérique de l'exposant.
- 4 Si la partie numérique du nombre de départ est inférieure à 1, alors on rajoute un "–" à l'exposant.

➔ **Exemples** : Donne l'écriture scientifique des nombres 4 591,23; $-23,5$ et 0,002 9 :

Au brouillon : $4\ 591,23 \xrightarrow{1} 4\ 591\ 23 \xrightarrow{2} 4,591,23 \xrightarrow{3} 4,591\ 23 \times 10^3 \xrightarrow{4: 4\ 591,23 > 1} 4,591\ 23 \times 10^3$
 $-23,5 \xrightarrow{1} -235 \xrightarrow{2} -2,35 \xrightarrow{3} -2,35 \times 10^1 \xrightarrow{4: 23,5 > 1} -2,35 \times 10^1$
 $0,002\ 9 \xrightarrow{1} 29 \xrightarrow{2} 0,002,9 \xrightarrow{3} 2,9 \times 10^3 \xrightarrow{4: 0,002\ 9 < 1} 2,9 \times 10^{-3}$

Au propre : $4\ 591,23 = 4,591\ 23 \times 10^3$; $-23,5 = -2,35 \times 10^1$ et $0,002\ 9 = 2,9 \times 10^{-3}$.



RÈGLES (POUR ALLER PLUS LOIN...)

Soient m et n deux nombres entiers (= sans virgule apparente) relatifs (= positifs ou négatifs) quelconques. Alors

$$10^m \times 10^n = 10^{m+n} \quad ; \quad \frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n} \quad \text{et} \quad (10^m)^n = 10^{m \times n} .$$