

## Opérations sur les nombres relatifs

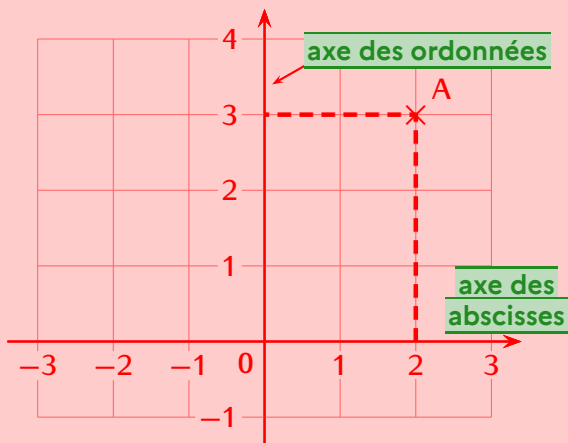
1

### Rappels de 5<sup>e</sup>

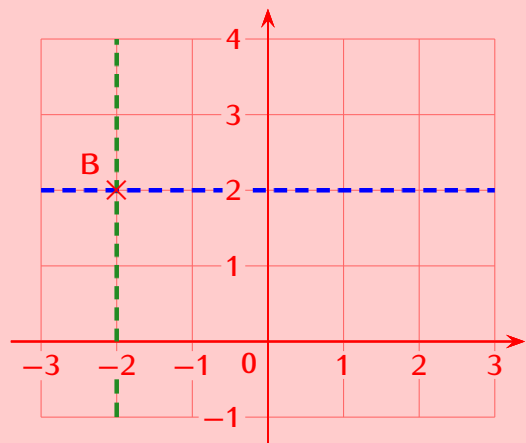
#### 1 Repérage

##### PROPRIÉTÉ

Lire les coordonnées d'un point



Placer un point  $B(-2; 2)$



Vocabulaire :  $A(2; 3)$ .

abscisse du point A

ordonnée du point A

#### 2 Addition de nombres relatifs

##### RÈGLE

- ★ Pour additionner deux nombres relatifs de même signe, on additionne leur distance à zéro et on garde le signe commun.
- ★ Pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires, on soustrait la plus petite distance à zéro de la plus grande et on prend le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro.

Cette règle permet un calcul automatisé. Pour les élèves qui ont du mal, il est toujours possible de voir l'**addition** de nombres relatifs comme un jeu où soit on gagne de l'argent (nombre positif), soit on perd de l'argent (nombre négatif). On calcule ainsi le bilan de ce qu'on a gagné (ou perdu).

➔ **Exemples** : Calcule  $A = (-2) + (-3)$  et  $B = (-5) + (+7)$  :

- $A = (-2) + (-3) = (-5)$  car en perdant 2 € puis encore 3 €, on a globalement perdu 5 €.
- $B = (-5) + (+7) = (+2)$  car en perdant 5 € puis en gagnant 7 €, on a globalement gagné 2 €.

### 3 Soustraction de deux nombres relatifs

#### PROPRIÉTÉ

Soustraire par un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

➔ **Exemples** : Calcule  $C = (+12) - (-5)$ ,  $D = (-6) - (+8)$ ,  $E = (-7) - (-3)$  et  $F = (+9) - (+12)$  :

- $C = (+12) - (-5) = (+12) + (+5) = (+17)$ .
- $D = (-6) - (+8) = (-6) + (-8) = (-14)$ .
- $E = (-7) - (-3) = (-7) + (+3) = (-4)$ .
- $F = (+9) - (+12) = (+9) + (-12) = (-3)$ .

## 2 Multiplication de nombres relatifs

### 1 Produit de deux facteurs

#### PROPRIÉTÉ (« RÈGLE DES SIGNES »)

Pour multiplier deux nombres relatifs, on multiplie leur distance à zéro et on applique la règle des signes :

- ★ le produit de deux nombres relatifs de même signe est positif ;
- ★ le produit de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.

#### Remarque

Cette règle des signes peut se retenir de la manière suivante :  $++ \rightarrow +$ ,  $-- \rightarrow +$ ,  $+- \rightarrow -$  et  $-+ \rightarrow -$ .

➔ **Exemples** : Effectue les multiplications  $F = (-4) \times (-2,5)$  et  $G = 0,2 \times (-14)$  :

**Solution** :  $F = (-4) \times (-2,5) = (+10)$  car  $- \times - \Rightarrow +$  et  $4 \times 2,5 = 10$ .  
 $G = 0,2 \times (-14) = (-2,8)$  car  $+ \times - \Rightarrow -$  et  $0,2 \times 14 = 2,8$ .

#### Remarque

Multiplier un nombre relatif par  $-1$  revient à prendre son opposé. Cela signifie que pour tout nombre relatif  $x$ , on a  $-1 \times x = -x$ .

### 2 Produit de plusieurs facteurs

#### MÉTHODE (signe d'un produit de plusieurs facteurs)

Pour déterminer le signe d'un produit de plusieurs facteurs, on compte le nombre de facteurs négatifs :

- S'il est *pair*, le produit est positif.
- S'il est *impair*, le produit est négatif.

➔ **Exemple** : Quel est le signe du produit :  $H = -6 \times 7 \times (-8) \times (-9)$  ?

**Solution** : On compte 3 facteurs négatifs (qui est impair), donc  $H$  sera un nombre négatif.

■ **EXERCICE** : Calcule le produit :  $J = 2 \times (-4) \times (-5) \times (-2,5) \times (-0,8)$  :

**Solution** :  $J = 2 \times (-4) \times (-5) \times (-2,5) \times (-0,8) = 0,8 \times \underline{2 \times 5} \times \underline{2,5 \times 4} = 80$  (4 facteurs négatifs  $\Rightarrow J$  est positif).

3

## Division de deux nombres relatifs

### RÈGLE

Pour calculer le quotient d'un nombre relatif par un nombre relatif non nul, on divise leur distance à zéro et on applique la règle des signes suivante :

- ★ le quotient de deux nombres relatifs de même signe est positif ;
- ★ le quotient de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.

➤ **Exemple** : Effectue la division suivante :  $K = 65 \div (-5)$  :

**Solution** :  $K = 65 \div (-5) = -13$  car  $+ \div - = -$  et  $65 \div 5 = 13$ .

■ **EXERCICE** : Quelle est l'écriture décimale du quotient  $L = \frac{(-30)}{(-4)}$  ?

**Solution** :  $L = \frac{-30}{-4} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2} = 7,5$  car  $- \div - = +$  et  $30 \div 4 = 7,5$ .

### Remarque

- La règle des signes pour la division est la même que celle pour la multiplication.
- Le quotient de 0 par n'importe quel nombre non nul est égal à 0. Cela signifie que pour tout nombre relatif non nul  $x$ , on a  $\frac{0}{x} = 0$ .

4

## Inverse d'un nombre relatif

### DÉFINITION

Deux nombres sont **inverses** l'un de l'autre signifie que leur produit est égal à 1.

Autrement dit, si  $x$  désigne un nombre **non nul**, alors son inverse est le nombre  $\frac{1}{x}$ .

### Remarques

0 n'a pas d'inverse. De plus, ne pas confondre l'inverse de  $x$  (donc  $\frac{1}{x}$ ) avec l'**opposé** de  $x$  (qui est  $-x$ ) !

### RÈGLES

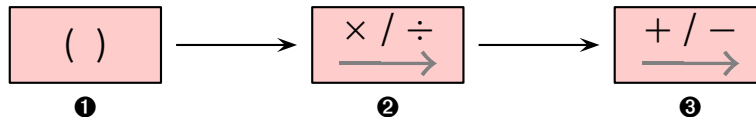
- L'inverse de  $a$  est  $\frac{1}{a}$ .
- L'inverse de  $\frac{1}{a}$  est donc  $a$ .
- L'inverse de  $\frac{a}{b}$  est  $\frac{b}{a}$ .

### PROPRIÉTÉ (« ORDRE DES PRIORITÉS »)

On effectue, dans l'ordre des priorités :

- ❶ les calculs entre parenthèses ou crochets. S'il y a des parenthèses emboîtées, les plus emboîtées sont prioritaires.
- ❷ les multiplications et les divisions, en allant de gauche à droite.
- ❸ les additions et soustractions, en allant de gauche à droite.

On peut aussi (et surtout) retenir l'ordre des priorités grâce à un schéma :



➔ **Exemple** : Calculons  $A = 7 + 2 \times (5 + 7) - 5$  :

**Solution** :  $A = 7 + 2 \times (5 + 7) - 5 = 7 + 2 \times 12 - 5 = 7 + 24 - 5 = 31 - 5 = 26$ .

■ **EXERCICE** : Calculons les expressions  $A = 13 + (-7) \times (-2)$  et  $B = (-8 + 5) \times (-2) + 9$  :

**Solution** :  $A = 13 + (-7) \times (-2) = 13 + 14 = 27$  et  $B = (-8 + 5) \times (-2) + 9 = -3 \times (-2) + 9 = 6 + 9 = 15$ .



### MÉTHODE (utiliser un programme de calcul)

#### Écriture en langage naturel

- Choisis un nombre.
- Ajoute 3.
- Multiplie par  $-9$ .
- Soustrais 5.

#### Écriture en langage mathématiques

- 7
- $7 + 3$
- $(7 + 3) \times (-9)$
- $(7 + 3) \times (-9) - 5$   
= 95 (calculatrice)

- 7
- $7 + 3 = 10$
- $10 \times (-9) = -90$
- $-90 - 5 = -95$   
(calcul direct)



### MÉTHODE (calculer avec un énoncé rédigé)

J'ai 15 pièces de 50 centimes et 13 pièces d'un euro. Je donne 8 € à un copain. Combien me reste-t-il ?  
 $15 \times 0,50 + 13 - 8 = 7,50 + 13 - 8 = 20,50 - 8 = 12,50$  : il me reste 12,50 €.

5 dictionnaires identiques pèsent 17 kg. Combien pèseraient 20 dictionnaires ?  $17 \times 4 = 68$  : 20 dictionnaires pèsent 68 kg.