RÉSOUDRE DANS $\mathbb{R}$

(E1) : $(0{,}1x - 1)(0{,}2x - 2)(0{,}3x - 3)(0{,}04x - 0{,}4) = 0$

$\Leftrightarrow 0{,}1x - 1 = 0$ ou $0{,}2x - 2 = 0$ ou $0{,}3x - 3 = 0$ ou $0{,}04x - 0{,}4 = 0$

$\Leftrightarrow 0{,}1x = 1$ ou $0{,}2x = 2$ ou $0{,}3x = 3$ ou $0{,}04x = 0{,}4$

$\Leftrightarrow x = 10$ ou $x = 10$ ou $x = 10$ ou $x = 10$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \{10\}}$

(E2) : $\dfrac{2x+3}{5x-1} = 2$

valeur interdite : $5x - 1 = 0 \Leftrightarrow 5x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{5}$

(E2) $\Leftrightarrow 2x + 3 = 2(5x - 1)$

$\Leftrightarrow 2x + 3 = 10x - 2$

$\Leftrightarrow 5 = 8x$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{5}{8}$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \left\{\dfrac{5}{8}\right\}}$

(E3) : $4\sqrt{7}x - 0{,}8 = 2\sqrt{7} - 1{,}6x$

$\Leftrightarrow 4\sqrt{7}x + 1{,}6x = 2\sqrt{7} + 0{,}8$

$\Leftrightarrow 2x\,(2\sqrt{7} + 0{,}8) = 2\sqrt{7} + 0{,}8$

$\Leftrightarrow 2x = 1$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \left\{\dfrac{1}{2}\right\}}$

(E4) : $\dfrac{3}{x} = \dfrac{x}{5}$

valeur interdite : $x = 0$

(E4) $\Leftrightarrow 15 = x^2$ (produit en croix)

$\Leftrightarrow x = \sqrt{15}$ ou $x = -\sqrt{15}$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \{-\sqrt{15}\,;\sqrt{15}\}}$

(E5) : $(x-2)^2 = \dfrac{1}{16}(5-2x)^2$

$\Leftrightarrow (x-2)^2 - \left[\dfrac{1}{4}(5-2x)\right]^2 = 0$

$\Leftrightarrow \left[(x-2) - \dfrac{1}{4}(5-2x)\right]\left[(x-2) + \dfrac{1}{4}(5-2x)\right] = 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{3}{2}x - \dfrac{13}{4} = 0$ ou $\dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{4} = 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{3}{2}x = \dfrac{13}{4}$ ou $\dfrac{1}{2}x = \dfrac{3}{4}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{13}{4} \div \dfrac{3}{2} = \dfrac{13}{4} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{13}{6}$ ou $x = \dfrac{3}{4} \times \dfrac{2}{1} = \dfrac{3}{2}$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \left\{\dfrac{3}{2}\,;\dfrac{13}{6}\right\}}$

(E6) : $\dfrac{x - \frac{4}{x}}{x-2} = \dfrac{x+2}{x}$

valeurs interdites : $x = 0$ et $x = 2$

(E6) $\Leftrightarrow x\left(x - \dfrac{4}{x}\right) = (x-2)(x+2)$

$\Leftrightarrow x^2 - 4 = x^2 - 4$ (identité remarquable à droite)

$\Leftrightarrow 0 = 0$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \mathbb{R} \setminus \{0\,;2\}}$ (à cause des valeurs interdites)

(E7) : $(x+1)(3-2x) = 4x^2 - 9$

$\Leftrightarrow (x+1)(3-2x) + 3^2 - (2x)^2$

$\Leftrightarrow (x+1)(3-2x) + (3-2x)(3+2x)$ (identité rem.)

$\Leftrightarrow (3-2x)\,[(x+1) + (3+2x)] = 0$

$\Leftrightarrow (3-2x)(3x+4) = 0$

$\Leftrightarrow 3 - 2x = 0$ ou $3x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow 3 = 2x$ ou $3x = -4$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{3}{2}$ ou $x = -\dfrac{4}{3}$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \left\{-\dfrac{4}{3}\,;\dfrac{3}{2}\right\}}$

(E8) : $\dfrac{x^2}{1-2x} = -1$

valeur interdite : $1 - 2x = 0 \Leftrightarrow 1 = 2x \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$

(E8) $\Leftrightarrow x^2 = -(1-2x)$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x - 1 = 0$ ou $x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 1$ ou $x = 1$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \{1\}}$

(E9) : $(x+2)^2 = 2(x^2 - 4)$

$\Leftrightarrow (x+2)(x+2) - 2(x^2 - 2^2) = 0$

$\Leftrightarrow (x+2)(x+2) - 2(x-2)(x+2) = 0$

$\Leftrightarrow (x+2)\,[(x+2) - 2(x-2)] = 0$

$\Leftrightarrow (x+2)(-x+6) = 0$

$\Leftrightarrow x + 2 = 0$ ou $-x + 6 = 0$

$\Leftrightarrow x = -2$ ou $6 = x$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \{-2\,;6\}}$

(E10) : $\dfrac{x^2 + x + 1}{2x - 3} = \dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x^2 + x + 1 = \dfrac{1}{2}(2x - 3)$

$\Leftrightarrow x^2 + x + 1 = x - 3/2$

$\Leftrightarrow x^2 + x + 1 - x + \dfrac{3}{2} = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + \dfrac{5}{2} = 0$

$\Leftrightarrow x^2 = -\dfrac{5}{2}$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \varnothing}$ (car un carré est toujours positif !!!)

(E11) : $\dfrac{(x^2-2x+1)(x+1)}{(x-1)(x^2-1)} = 1$

valeurs interdites : • $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$

• $x^2-1=0 \Leftrightarrow x=-1$ ou $x=1$

(E11) $\Leftrightarrow \dfrac{(x^2-2x+1)(x+1)}{(x-1)(x-1)(x+1)} = 1$

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2-2x+1}{(x-1)^2} = 1$

$\Leftrightarrow x^2+2x+1=(x-1)^2$

$\Leftrightarrow x^2+2x+1=x^2+2x+1$

$\Leftrightarrow 0=0$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \mathbb{R} \setminus \{-1\,;1\}}$

(E12) : $x^3-x=2x^2-2$

$\Leftrightarrow x(x^2-1)=2(x^2-1)$

$\Leftrightarrow x(x^2-1)-2(x^2-1)=0$

$\Leftrightarrow (x^2-1)(x-2)=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+1)(x-2)=0$

$\Leftrightarrow x-1=0$ ou $x+1=0$ ou $x-2=0$

$\Leftrightarrow x=1$ ou $x=-1$ ou $x=2$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \{-1\,;1\,;2\}}$

(E13) : $\dfrac{1}{x+2} = \dfrac{1}{x^2-4}$

valeurs interdites : • $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$

• $x^2-4=0 \Leftrightarrow x=-2$ ou $x=2$

(E13) $\Leftrightarrow \dfrac{1}{x+2} = \dfrac{1}{(x-2)(x+2)}$

$\Leftrightarrow 1 = \dfrac{1}{x-2}$

$\Leftrightarrow x-2=1$

$\Leftrightarrow x=3$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \{3\}}$

(E14) : $x^2-x-1=0$

$\Leftrightarrow x^2-2x\times\dfrac{1}{2}+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2-1=0$

$\Leftrightarrow \left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}-1=0$

$\Leftrightarrow \left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{5}{4}=0$

$\Leftrightarrow \left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)^2=0$

$\Leftrightarrow \left(x-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)=0$

$\Leftrightarrow x-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{5}}{2}=0$ ou $x-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{5}}{2}=0$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$[1] ou $x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \left\{\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\,;\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}}$

[1] : Ce nombre est appelé le **nombre d'or** ; on le désigne par la lettre grecque φ (phi) en hommage au sculpteur grec Phidias (né vers 490 et mort vers 430 avant J.-C.) qui décora le Parthénon à Athènes. C'est Théodore Cook qui introduisit cette notation en 1914. (voir http://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre_d%27or).

(E15) : $\dfrac{x^2+1}{x-1} = \dfrac{2x}{x-1}$

valeur interdite : $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$

(E15) $\Leftrightarrow x^2+1=2x$

$\Leftrightarrow x^2-2x+1=0$

$\Leftrightarrow x=1$ (voir E8)

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \varnothing}$ (car 1 est valeur interdite !)

(E16) : $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+1}=2$

valeurs interdites : $x=0$ et $x=-1$

(E16) $\Leftrightarrow \dfrac{x+1}{x(x+1)}+\dfrac{x}{x(x+1)}=\dfrac{2x(x+1)}{x(x+1)}$

$\Leftrightarrow x+1+x=2x(x+1)$

$\Leftrightarrow 2x+1=2x^2+2x$

$\Leftrightarrow 1-2x^2=0$

$\Leftrightarrow (1-x\sqrt{2})(1+x\sqrt{2})=0$

$\Leftrightarrow 1=x\sqrt{2}$ ou $x\sqrt{2}=-1$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ou $x=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \left\{-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\,;\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right\}}$

(E17) : $(x^2-9)\,(2x+1)=(x+3)\,(2x+1)^2$

$\Leftrightarrow (x-3)(x+3)(2x+1)=(x+3)(2x+1)(2x+1)$

$\Leftrightarrow (x-3)(x+3)(2x+1)-(x+3)(2x+1)(2x+1)=0$

$\Leftrightarrow (x+3)(2x+1)\,[(x-3)-(2x+1)]=0$

$\Leftrightarrow (x+3)(2x+1)(-x-4)=0$

$\Leftrightarrow x+3=0$ ou $2x+1=0$ ou $-x-4=0$

$\Leftrightarrow x=-3$ ou $x=-\dfrac{1}{2}$ ou $x=-4$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \left\{-4\,;-3\,;-\dfrac{1}{2}\right\}}$

(E18) : $\dfrac{2}{x-1}=1-\dfrac{x}{x+1}$

valeurs interdites : $x=1$ et $x=-1$

(E18) $\Leftrightarrow \dfrac{2(x+1)}{(x-1)(x+1)}=\dfrac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)}-\dfrac{x(x-1)}{(x-1)(x+1)}$

$\Leftrightarrow 2(x+1)=(x-1)(x+1)-x(x-1)$

$\Leftrightarrow 2(x+1)-(x-1)(x+1)+x(x-1)=0$

$\Leftrightarrow 2x+2-(x^2-1^2)+x^2-x=0$

$\Leftrightarrow 2x+2-x^2-1+x^2-x=0$

$\Leftrightarrow x+3=0$

$\Leftrightarrow x=-3$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \{-3\}}$

(E19) : $(2x+5)^2-2(7x+4)=4(x+3)^2-1$

$\Leftrightarrow (2x+5)^2-[2(x+3)]^2=2(7x+4)-1$

$\Leftrightarrow [(2x+5)-2(x+3)][(2x+5)+2(x+3)]=14x+7$

$\Leftrightarrow -1(4x+11)=14x+7$

$\Leftrightarrow -4x-11=14x+7$

$\Leftrightarrow -18=18x$

$\Leftrightarrow x=-1$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \{-1\}}$

(E20) : $\dfrac{x^2-1}{(x-1)^2}=\dfrac{1}{x-1}$

valeur interdite : $x = 1$

(E20) $\Leftrightarrow x^2 - 1 = x - 1$

$\Leftrightarrow x^2 - x = 0$

$\Leftrightarrow x(x-1) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \{0\}}$ (car 1 est une valeur interdite !)

(E21) : $x^2 - x - \dfrac{3x}{x+1} = 0$

valeur interdite : $x = -1$

(E21) $\Leftrightarrow x\left(x - 1 - \dfrac{3}{x+1}\right) = 0$

$\Leftrightarrow x\left(\dfrac{(x-1)(x+1)}{x+1} - \dfrac{3}{x+1}\right) = 0$

$\Leftrightarrow x\,[(x-1)(x+1) - 3] = 0$

$\Leftrightarrow x\,(x^2 - 1 - 3) = 0$

$\Leftrightarrow x\,(x^2 - 2^2) = 0$

$\Leftrightarrow x(x-2)(x+2) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 2$ ou $x = -2$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \{-2\,;0\,;2\}}$

(E22) : $\dfrac{1}{x+1} = \dfrac{1}{1-x}$

valeurs interdites : $x = -1$ et $x = 1$

(E22) $\Leftrightarrow \dfrac{1-x}{(1+x)(1-x)} = \dfrac{1+x}{(1+x)(1-x)}$

$\Leftrightarrow 1 - x = 1 + x$

$\Leftrightarrow 0 = 2x$

$\Leftrightarrow x = 0$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \{0\}}$

(E23) : $\dfrac{x^2-2}{x^2-1} = 0$

valeurs interdites : $x = -1$ et $x = 1$

(E23) $\Leftrightarrow x^2 - 2 = 0$

$\Leftrightarrow (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{2}$ ou $x = -\sqrt{2}$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \left\{-\sqrt{2}\,;\sqrt{2}\right\}}$

(E24) : $\dfrac{9x^2-4}{(3x+2)^2} = 0$

valeur interdite : $3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{2}{3}$

(E24) $\Leftrightarrow (3x)^2 - 2^2 = 0$

$\Leftrightarrow (3x-2)(3x+2) = 0$

$\Leftrightarrow 3x - 2 = 0$ ou $3x + 2 = 0$

$\Leftrightarrow 3x = 2$ ou $3x = -2$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{2}{3}$ ou $x = -\dfrac{2}{3}$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \left\{\dfrac{2}{3}\right\}}$

(E25) : $\dfrac{x^2+2x+1}{x^2-1} = 0$

valeurs interdites : $x = -1$ et $x = 1$

(E25) $\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

Donc $\mathscr{S} = \varnothing$

(E26) : $\dfrac{x^3 - 2x^2 + x}{x} = 0$

valeur interdite : $x = 0$

(E26) $\Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + x = 0$

$\Leftrightarrow x(x^2 - 2x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow x(x-1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x - 1 = 0$ ou $x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$ ou $x = 1$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \{1\}}$

(E27) : $(2x+1)^2 - 3\left(x + \dfrac{1}{2}\right) = 0$

$\Leftrightarrow (2x+1)^2 - \dfrac{3}{2}(2x+1) = 0$

$\Leftrightarrow (2x+1)\left(2x + 1 - \dfrac{3}{2}\right) = 0$

$\Leftrightarrow (2x+1)\left(2x - \dfrac{1}{2}\right) = 0$

$\Leftrightarrow 2x + 1 = 0$ ou $2x - \dfrac{1}{2} = 0$

$\Leftrightarrow 2x = -1$ ou $2x = \dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$ ou $x = \dfrac{1}{2} \div 2 = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{4}$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \left\{-\dfrac{1}{2}\,;\dfrac{1}{4}\right\}}$

(E28) : $4 = (x\sqrt{2} - 1)^2$

$\Leftrightarrow 0 = (x\sqrt{2} - 1)^2 - 2^2$

$\Leftrightarrow (x\sqrt{2} - 1 - 2)(x\sqrt{2} - 1 + 2) = 0$

$\Leftrightarrow (x\sqrt{2} - 3)(x\sqrt{2} + 1) = 0$

$\Leftrightarrow x\sqrt{2} - 3 = 0$ ou $x\sqrt{2} + 1 = 0$

$\Leftrightarrow x\sqrt{2} = 3$ ou $x\sqrt{2} = -1$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{3}{\sqrt{2}}$ ou $x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \left\{-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\,;\dfrac{3}{\sqrt{2}}\right\}}$

(E29) : $\dfrac{x+1}{x} = \dfrac{x-2}{x+1}$

valeurs interdites : $x = 0$ et $x = -1$

(E29) $\Leftrightarrow \dfrac{(x+1)^2}{x(x+1)} = \dfrac{x(x-2)}{x(x+1)}$

$\Leftrightarrow (x+1)^2 = x(x-2)$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 - 2x$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x = 0$

$\Leftrightarrow 4x = -1 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{4}$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \left\{-\dfrac{1}{4}\right\}}$

(E30) : $\dfrac{2x}{x+1} = \dfrac{x+1}{8x}$

valeurs interdites : $x = 0$ et $x = -1$

(E30) $\Leftrightarrow (x+1)^2 = 2x \times 8x$

$\Leftrightarrow (x+1)^2 - 16x^2$

$\Leftrightarrow (x + 1 - 4x)(x + 1 + 4x) = 0$

$\Leftrightarrow -3x + 1 = 0$ ou $5x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1}{3}$ ou $x = -\dfrac{1}{5}$

Donc $\mathscr{S} = \left\{-\dfrac{1}{5} ; \dfrac{1}{3}\right\}$

(E31) : $5x^4 = 10x^3 - 5x^2$

$\Leftrightarrow 5x^4 - 10x^3 + 5x^2$

$\Leftrightarrow 5x^2(x^2 - 2x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow 5x^2(x-1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow 5x^2 = 0$ ou $x - 1 = 0$ ou $x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$ ou $x = 1$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \{0 ; 1\}}$

(E32) : $\dfrac{x^2+1}{x^2-4} = \dfrac{3}{x+2} - \dfrac{3}{x-2}$

valeurs interdites : $x = -2$ et $x = 2$

(E32) $\Leftrightarrow \dfrac{x^2+1}{x^2-4} = \dfrac{3(x-2)}{(x+2)(x-2)} - \dfrac{3(x+2)}{(x+2)(x-2)}$

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2+1}{x^2-4} = \dfrac{3(x-2)}{x^2-4} - \dfrac{3(x+2)}{x^2-4}$

$\Leftrightarrow x^2 + 1 = 3x - 6 - 3x - 6$

$\Leftrightarrow x^2 = -13$

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \varnothing}$ (car un carré est toujours positif !!!)

(I1) : $(3x+2)^2 > 2\,(3x+2)(x+1) - (x+1)^2$

$\Leftrightarrow (3x+2)^2 - 2\,(3x+2)(x+1) + (x+1)^2 > 0$

$\Leftrightarrow [(3x+2) - (x+1)]^2 > 0$

$\Leftrightarrow (2x+1)^2 > 0$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$2x+1$		$-$	0	$+$	
$2x+1$		$-$	0	$+$	
$(2x+1)^2$		$+$	0	$+$	

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{1}{2}\right\}}$

(I2) : $\dfrac{2x+1}{2x-1} - \dfrac{2x-1}{2x+1} < \dfrac{2x+6}{4x^2-1}$

valeurs interdites : $x = \dfrac{1}{2}$ et $x = -\dfrac{1}{2}$

(I2) $\Leftrightarrow \dfrac{(2x+1)^2}{(2x-1)(2x+1)} - \dfrac{(2x-1)^2}{(2x-1)(2x+1)} < \dfrac{2x+6}{(2x-1)(2x+1)}$

$\Leftrightarrow \dfrac{(2x+1)^2 - (2x-1)^2 - 2x - 6}{(2x-1)(2x+1)} < 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{[(2x+1) - (2x-1)][(2x+1) + (2x-1)] - 2x - 6}{(2x-1)(2x+1)} < 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{2 \times 4x - 2x - 6}{(2x-1)(2x+1)} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{6x-6}{(2x-1)(2x+1)} < 0$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$6x-6$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x-1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
Quotient		$-$	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Donc $\boxed{\mathscr{S} = \left]-\infty ; -\dfrac{1}{2}\right[\cup \left]\dfrac{1}{2} ; 1\right[}$

(I3) : $\dfrac{5x+4}{2x-3}+\dfrac{(8-x)(10x+8)}{(2x-3)^2}<0$

valeur interdite : $2x-3=0 \Leftrightarrow 2x=3 \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$

(I3) $\Leftrightarrow \dfrac{(5x+4)(2x-3)}{(2x-3)^2}+\dfrac{2(8-x)(5x+4)}{(2x-3)^2}<0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(5x+4)(2x-3)+2(8-x)(5x+4)}{(2x-3)^2}<0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(5x+4)[(2x-3)+2(8-x)]}{(2x-3)^2}<0$

$\Leftrightarrow \dfrac{13(5x+4)}{(2x-3)^2}<0$

x	$-\infty$		$-\frac{4}{5}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
13		+		+		+	
$5x+4$		−	0	+		+	
$2x-3$		−		−	0	+	
$2x-3$		−		−	0	+	
Quotient		−	0	+	‖	+	

Donc $\boxed{\mathscr{S}=\left]-\infty\,;-\dfrac{4}{5}\right[}$

(I4) : $\dfrac{1-2x}{16x^2-9}>\dfrac{1-2x}{4x+3}$

valeurs interdites : puisque $16x^2-9=(4x)^2-3^2=(4x-3)(4x+3)$, il y a deux valeurs interdites : $x=\dfrac{3}{4}$ et $x=-\dfrac{3}{4}$

(I4) $\Leftrightarrow \dfrac{1-2x}{(4x-3)(4x+3)}>\dfrac{(1-2x)(4x-3)}{(4x-3)(4x+3)}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1-2x-(1-2x)(4x-3)}{(4x-3)(4x+3)}>0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(1-2x)\,[1-(4x-3)]}{(4x-3)(4x+3)}>0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(1-2x)(4-4x)}{(4x-3)(4x+3)}>0$

x	$-\infty$		$-\frac{3}{4}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{4}$		1		$+\infty$
$1-2x$		+		+	0	−		−		−	
$4-4x$		+		+		+		+	0	−	
$4x-3$		−		−		−	0	+		+	
$4x+3$		−	0	+		+		+		+	
Quotient		+	‖	−	0	+	‖	−	0	+	

Donc $\boxed{\mathscr{S}=\left]-\infty\,;-\dfrac{3}{4}\right[\cup\left]\dfrac{1}{2}\,;\dfrac{3}{4}\right[\cup\,]1\,;+\infty[}$

(I5) : $\dfrac{1-4x}{3x-2} - \dfrac{(2x+3)(1-4x)}{9x^2-4} > 0$

valeurs interdites : puisque $9x^2 - 4 = (3x)^2 - 2^2 = (3x-2)(3x+2)$, il y a deux valeurs interdites : $x = \dfrac{2}{3}$ et $x = -\dfrac{2}{3}$

(I5) $\Leftrightarrow \dfrac{(1-4x)(3x+2)}{(3x-2)(3x+2)} - \dfrac{(2x+3)(1-4x)}{(3x-2)(3x+2)} > 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(1-4x)(3x+2)-(2x+3)(1-4x)}{(3x-2)(3x+2)} > 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(1-4x)\,[(3x+2)-(2x+3)]}{(3x-2)(3x+2)} > 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(1-4x)(x-1)}{(3x-2)(3x+2)} > 0$

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{2}{3}$		1		$+\infty$
$1-4x$		+		+	0	−		−		−	
$x-1$		−		−		−		−	0	+	
$3x-2$		−		−		−	0	+		+	
$3x+2$		−	0	+		+		+		+	
Quotient		−	‖	+	0	−	‖	+	0	−	

Donc $\boxed{\mathcal{S} = \left]-\dfrac{2}{3}\,;\dfrac{1}{4}\right[\cup \left]\dfrac{2}{3}\,;1\right[}$

(I6) : $\dfrac{(4-3x)(9x^2-10x-3)}{2x-7} < 4-3x$

valeur interdite : $2x-7=0 \Leftrightarrow 2x=7 \Leftrightarrow x=\dfrac{7}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{(4-3x)(9x^2-10x-3)}{(2x-7)} < \dfrac{(4-3x)(2x-7)}{(2x-7)}$

$\Leftrightarrow \dfrac{(4-3x)(9x^2-10x-3)-(4-3x)(2x-7)}{(2x-7)} < 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(4-3x)[(9x^2-10x-3)-(2x-7)]}{(2x-7)} < 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(4-3x)(9x^2-12x+4)}{(2x-7)} < 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(4-3x)((3x)^2-2\times 3x\times 2+2^2)}{(2x-7)} < 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(4-3x)(3x-2)^2}{(2x-7)} < 0$

x	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		$\frac{4}{3}$		$\frac{7}{2}$		$+\infty$
$4-3x$		+		+	0	−		−	
$3x-2$		−	0	+		+		+	
$3x-2$		−	0	+		+		+	
$2x-7$		−		−		−	0	+	
Quotient		−	0	−	0	+	‖	−	

Donc $\boxed{\mathcal{S} = \left]-\infty\,;\dfrac{2}{3}\right[\cup \left]\dfrac{2}{3}\,;\dfrac{4}{3}\right[\cup \left]\dfrac{7}{2}\,;+\infty\right[}$

(I7) : $\dfrac{1}{x+1} - \dfrac{1}{x-1} < \dfrac{1}{x}$

valeurs interdites : $x = -1$; $x = 1$ et $x = 0$.

$$(I7) \Leftrightarrow \frac{x(x-1)}{x(x+1)(x-1)} - \frac{x(x+1)}{x(x+1)(x-1)} < \frac{(x-1)(x+1)}{x(x+1)(x-1)}$$

$$\Leftrightarrow 0 < \frac{(x-1)(x+1) - x(x-1) + x(x+1)}{x(x+1)(x-1)}$$

$$\Leftrightarrow 0 < \frac{(x^2 - 1^2) + x[(x+1) - (x-1)]}{x(x+1)(x-1)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x - 1}{x(x+1)(x-1)} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x + 1 - 2}{x(x+1)(x-1)} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+1)^2 - \sqrt{2}^2}{x(x+1)(x-1)} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+1-\sqrt{2})(x+1+\sqrt{2})}{x(x+1)(x-1)} > 0$$

x	$-\infty$		$-1-\sqrt{2}$		-1		0		$-1+\sqrt{2}$		1		$+\infty$
$x+1-\sqrt{2}$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+1+\sqrt{2}$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$		$+$	
x		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x+1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
Quotient		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

Donc $\boxed{\mathcal{S} = \left]-1-\sqrt{2}\,;-1\right[\cup \left]0\,;-1+\sqrt{2}\right[\cup \left]1\,;+\infty\right[}$

(I8) : $0 < \dfrac{2x-5}{x+3} < 1$

valeur interdite : $x = -3$. Attention, il y a deux inégalités à résoudre, et il faudra prendre en compte les solutions de chacune.

$(I8_1)$: $0 < \dfrac{2x-5}{x+3}$. Rien à modifier, on peut faire un tableau de signes :

x	$-\infty$		-3		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$2x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
Produit		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Donc $\mathcal{S}_1 = \left]-\infty\,;-3\right[\cup \left]\dfrac{5}{2}\,;+\infty\right[$

$(I8_2)$: $\dfrac{2x-5}{x+3} < 1 \Leftrightarrow \dfrac{2x-5}{x+3} < \dfrac{x+3}{x+3} \Leftrightarrow \dfrac{2x-5}{x+3} - \dfrac{x+3}{x+3} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{2x-5-x-3}{x+3} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{x-8}{x+3} < 0$. D'où le tableau :

x	$-\infty$		-3		8		$+\infty$
$x-8$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
Produit		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Donc $\mathcal{S}_2 = \left]-3\,;8\right[$

Finalement, $\boxed{\mathcal{S} = \mathcal{S}_1 \cap \mathcal{S}_2 = \left]\dfrac{5}{2}\,;8\right[}$

(I9) : $0 < \dfrac{2x+3}{x-2} + \dfrac{(5+x)(2x+3)}{x^2-4} < 4$

valeurs interdites : $x = 2$ et $x = -2$.

(I9$_1$) : $0 < \dfrac{2x+3}{x-2} + \dfrac{(5+x)(2x+3)}{x^2-4} \Leftrightarrow 0 < \dfrac{(2x+3)(x+2)}{(x-2)(x+2)} + \dfrac{(5+x)(2x+3)}{(x-2)(x+2)} \Leftrightarrow 0 < \dfrac{(2x+3)\,[(x+2)+(5+x)]}{(x-2)(x+2)}$

$\Leftrightarrow 0 < \dfrac{(2x+3)(2x+7)}{(x-2)(x+2)}$. D'où le tableau de signes :

x	$-\infty$		$-\frac{7}{2}$		-2		$-\frac{3}{2}$		2		$+\infty$
$2x+3$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x+7$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
Quotient		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$+$	

Donc $\mathcal{S}_1 = \left]-\infty\,;-\dfrac{7}{2}\right[\cup \left]-2\,;-\dfrac{3}{2}\right[\cup\ ]2\,;+\infty[$.

(I9$_2$) : $\dfrac{2x+3}{x-2} + \dfrac{(5+x)(2x+3)}{x^2-4} < 4 \Leftrightarrow \dfrac{(2x+3)(x+2)}{(x-2)(x+2)} + \dfrac{(5+x)(2x+3)}{(x-2)(x+2)} < \dfrac{4(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)}$

$\Leftrightarrow \dfrac{(2x+3)(x+2)}{(x-2)(x+2)} + \dfrac{(5+x)(2x+3)}{(x-2)(x+2)} - \dfrac{4(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{(2x+3)(2x+7)}{(x-2)(x+2)} - \dfrac{4(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)} < 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{4x^2+14x+6x+21}{(x-2)(x+2)} - \dfrac{4x^2-16}{(x-2)(x+2)} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{20x+37}{(x-2)(x+2)} < 0$

Tableau de signes :

x	$-\infty$		-2		$-\frac{37}{20}$		2		$+\infty$
$20x+37$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
Quotient		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$+$	

Donc $\mathcal{S}_2 =]-\infty\,;-2[\cup \left]-\dfrac{37}{20}\,;2\right[$

Finalement, $\boxed{\mathcal{S} = \mathcal{S}_1 \cap \mathcal{S}_2 = \left]-\infty\,;-\dfrac{7}{2}\right[\cup \left]-\dfrac{37}{20}\,;-\dfrac{3}{2}\right[}$