Les questions I.1, II.1, II.2, II.3.a sont à traiter sur ce sujet. Le soin général sera compté dans la notation. ~ CALCULATRICE INTERDITE ~

Exercice n° 1 (question de cours) – 3 points

1. Le cercle trigonométrique et le point M y figurant sont donnés sur la page suivante. Faire apparaître le point H de coordonnées (cos(x) ; 0), ainsi que les nombres cos(x) et sin(x).
2. À l'aide de la question 1, montrer que $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$.

Exercice n° 2 (fonctions carré et affine) – 7 points

On donne, sur la page suivante, la courbe représentative $\mathscr{P}$ de la fonction carré sur [–3,2 ; 3,2].

1. Recopier et compléter les implications suivantes :
   a) $1 \leqslant x \leqslant 3 \Rightarrow \ldots \leqslant x^2 \leqslant \ldots$
   b) $-3 \leqslant x \leqslant -2 \Rightarrow \ldots \leqslant x^2 \leqslant \ldots$
   c) $-1 \leqslant x \leqslant 3 \Rightarrow \ldots \leqslant x^2 \leqslant \ldots$
   d) $-2 \leqslant x \leqslant 2 \Rightarrow \ldots \leqslant x^2 \leqslant \ldots$

2. VRAI ou FAUX ?? On ne donnera un contre-exemple que dans le cas « FAUX ».

Proposition	V / F	Contre-exemple
Si $0 \leqslant a \leqslant b$, alors $0 \leqslant a^2 \leqslant b^2$		a = …… et b = ……
Si $a^2 \leqslant 5$, alors $0 \leqslant a \leqslant \sqrt{5}$		a = ……
Si $a \leqslant 0 \leqslant b$, alors $a^2 \leqslant b^2$		a = …… et b = ……
Si $0 \leqslant a^2 \leqslant b^2$, alors $b \leqslant a \leqslant 0$		a = …… et b = ……

3. Soit $\mathscr{D}$ la représentation graphique de la fonction affine $f(x) = x + 2$.
   a) Tracer $\mathscr{D}$ sur le graphique ci-contre.
   b) Quelles sont graphiquement les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{D}$ et de $\mathscr{P}$?
   c) Déterminer-les par le calcul.

Exercice n° 3 (fonctions cosinus et sinus) – 4 points

1. Existe-t-il une valeur x de $\mathbb{R}$ telle que cos(x) = sin(x) ? Si oui, donnez-en une.
2. Existe-t-il une valeur x de $\mathbb{R}$ telle que cos(x) = – sin(x) ? Si oui, donnez-en une.
3. Donner un encadrement de cos(x) + sin(x) pour tout réel x. Justifier.
4. Existe-t-il une valeur réelle de x pour laquelle cos(x) = sin(x) = 0. Justifier.

Exercice n° 4 (dans un cercle) – 6 points – Tous les angles dont donnés en radians.

1. Construire un cercle trigonométrique dans un repère orthonormé (O ; I, J) d'unité graphique 3 cm.
   Y placer les valeurs remarquables suivantes : $-\pi$; $-\frac{\pi}{2}$; 0 ; $\frac{\pi}{2}$; π.
2. Construire sur ce cercle les points A, B, C et D tels que :
$$\widehat{IOA} = \frac{\pi}{3} \quad ; \quad \widehat{IOB} = \frac{\pi}{2} - \widehat{IOA} \quad ; \quad \widehat{IOC} = \frac{\pi}{3} + 2007\pi \quad \text{et} \quad \widehat{IOD} = -\frac{5\pi}{6}.$$
3. Déterminer les coordonnées exactes des points A, B, C et D, et en déduire que C (resp. D) est le symétrique de A (resp. B) par la symétrie de centre O.
4. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier.

5. Quelle est la longueur de l'arc $\widehat{AB}$? Justifier.

Question bonus - 1 point : Résoudre dans $[0 ; \pi]$ l'équation $\cos(x) + \sin(x) = \pm 1$ (indication : élever l'équation au carré)

Figures

Ces figures sont à compléter directement sur cette feuille, elle-même à joindre avec votre copie.

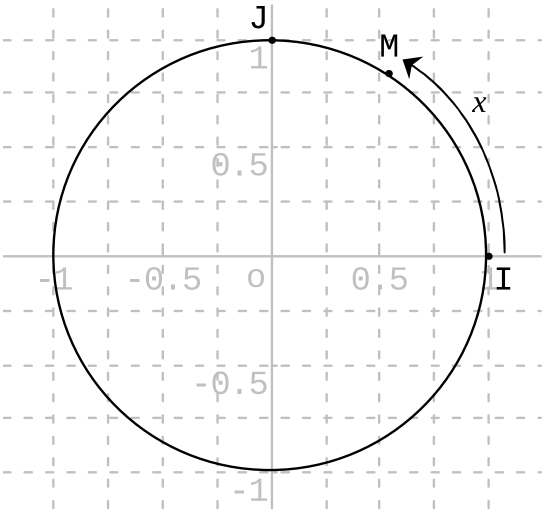

Figure de l'exercice 1

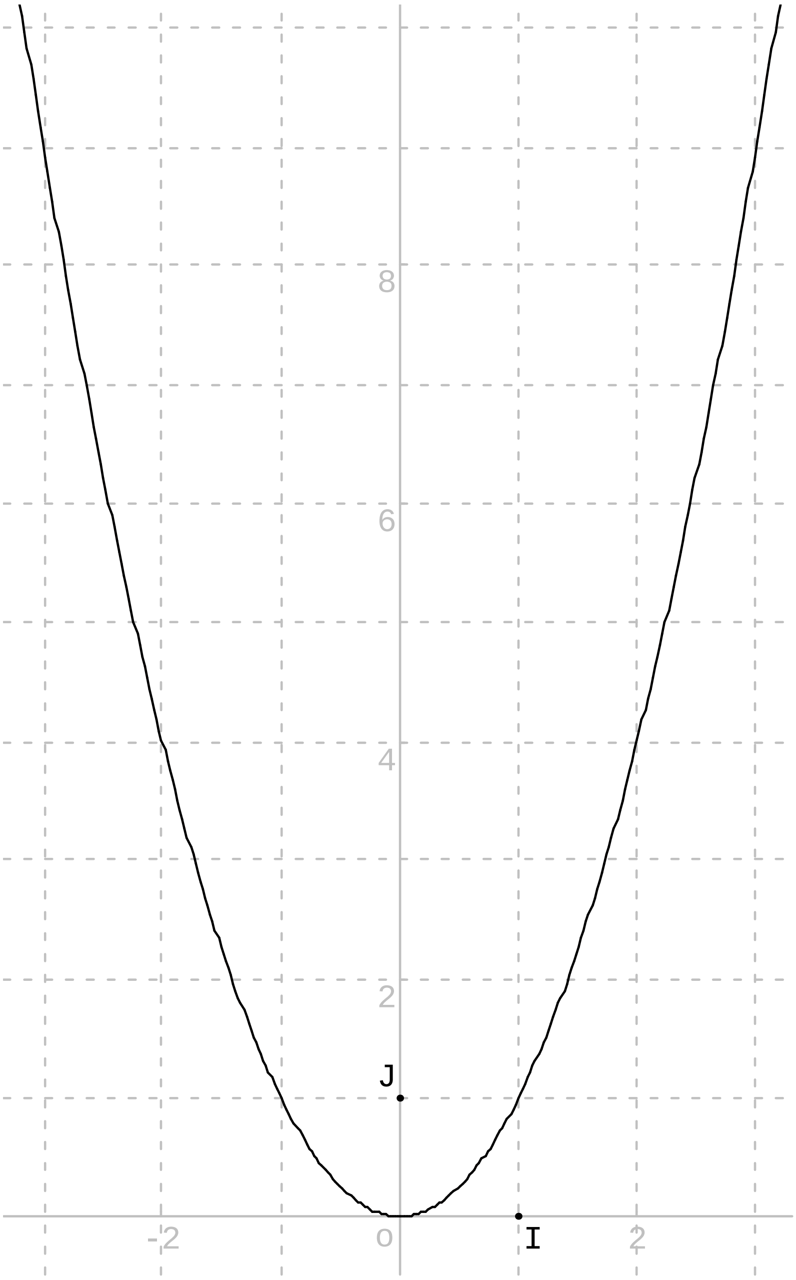

Figure de l'exercice 2

Les questions I.1, II.1, II.2, II.3.a sont à traiter sur ce sujet. Le soin général sera compté dans la notation. ~ CALCULATRICE INTERDITE ~

Exercice n° 1 (fonctions inverse et affine) – 7 points

On donne, sur la page suivante, la courbe représentative $\mathscr{H}$ de la fonction inverse sur la réunion d'intervalles $[-3{,}2 ; 0[\cup]0 ; 3{,}2]$.

1. Recopier et compléter les implications suivantes :
   a) $1 \leqslant x \leqslant 3 \quad \Rightarrow \quad \ldots \leqslant \frac{1}{x} \leqslant \ldots$
   c) $0{,}1 \leqslant x \leqslant 1 \quad \Rightarrow \quad \ldots \leqslant \frac{1}{x} \leqslant \ldots$
   b) $-3 \leqslant x \leqslant -2 \quad \Rightarrow \quad \ldots \leqslant \frac{1}{x} \leqslant \ldots$
   d) $0 < x \leqslant 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{x} \in \ldots\ldots ; \ldots\ldots$

2. VRAI ou FAUX ?? On ne donnera un contre-exemple que dans le cas « FAUX ».

Proposition	V / F	Contre-exemple
Si $0 < a \leqslant b$, alors $\frac{1}{a} \leqslant \frac{1}{b}$		$a = \ldots\ldots$ et $b = \ldots\ldots$
Si $0 < a \leqslant b$, alors $-\frac{1}{a} \leqslant -\frac{1}{b}$		$a = \ldots\ldots$ et $b = \ldots\ldots$
Si $a \leqslant 0 \leqslant b$, alors $\frac{1}{a} \leqslant \frac{1}{b}$		$a = \ldots\ldots$ et $b = \ldots\ldots$
Si $0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$, alors $0 > a > b$		$a = \ldots\ldots$ et $b = \ldots\ldots$

3. Soit $\mathscr{D}$ la représentation graphique de la fonction affine $f(x) = 2x + 1$.
   a) Tracer $\mathscr{D}$ sur le graphique ci-contre.
   b) Quelles sont graphiquement les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{D}$ et de $\mathscr{H}$?
   c) Déterminer-les par le calcul.

Exercice n° 2 (fonctions cosinus et sinus) – 4 points

1. Soit $x \in \mathbb{R}$. Développer et réduire $\cos(x) \times [\cos^2(x) + \sin^2(x)]$. En déduire une valeur simple de $\cos^2(x) + \sin^2(x)$.
2. Donner un encadrement de $\cos(x) - \sin(x)$ pour tout réel x. Justifier.
3. Existe-t-il une valeur réelle de x pour laquelle $\cos(x) = \sin(x) = 1$. Justifier.

Exercice n° 3 (question de cours) – 3 points

1. Le cercle trigonométrique et le point M y figurant sont donnés sur la page suivante. Faire apparaître le point H de coordonnées $(\cos(x) ; 0)$, ainsi que les nombres $\cos(x)$ et $\sin(x)$.
2. À l'aide de la question 1, montrer que $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$.

Exercice n° 4 (dans un cercle) – 6 points – Tous les angles dont donnés en radians.

1. Construire un cercle trigonométrique dans un repère orthonormé (O ; I, J) d'unité graphique 3 cm.
   Y placer les valeurs remarquables suivantes : $-\pi ; -\frac{\pi}{2} ; 0 ; \frac{\pi}{2} ; \pi$.
2. Construire sur ce cercle les points A, B, C et D tels que :

$$\widehat{IOA} = -\frac{\pi}{6} \quad ; \quad \widehat{IOB} = \frac{5\pi}{3} \quad ; \quad \widehat{IOC} = \pi + \widehat{IOA} \quad \text{et} \quad \widehat{IOD} = -\frac{\pi}{3} - 2007\pi.$$

3. Déterminer les coordonnées exactes des points A, B, C et D, et en déduire que C (resp. D) est le symétrique de A (resp. B) par la symétrie de centre O.
4. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier.
5. Quelle est la longueur de l'arc $\widehat{BA}$? Justifier.

Question bonus - 1 point : Résoudre dans [0 ; π] l'équation cos(x) + sin(x) = ±1 (indication : élever l'équation au carré)

Figures

Ces figures sont à compléter directement sur cette feuille, elle-même à joindre avec votre copie.

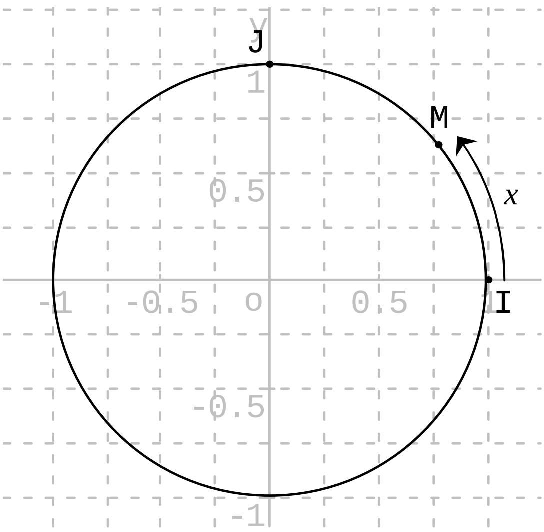

Figure de l'exercice 1

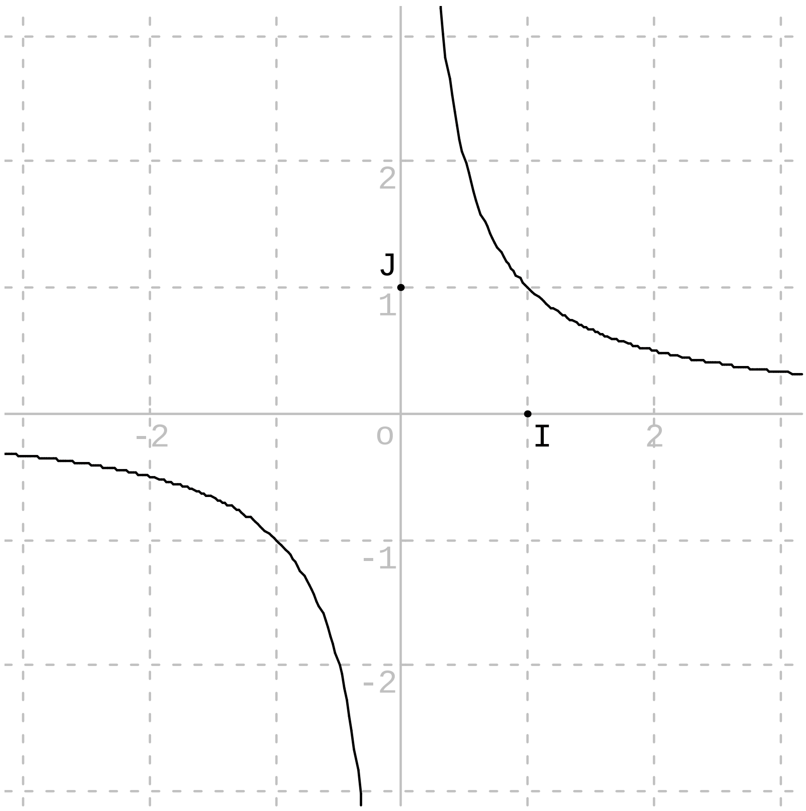

Figure de l'exercice 2