NOM : **Prénom :** **Classe : 1ère STG 2**

CONTRÔLE N° 4

Mardi 13 mars 2012 – calculatrice autorisée !

Exercice n° 1 – question de cours (2 points)

(à faire directement sur le sujet)

Énonce, avec tes propres mots, ce que tu sais du principe de la balance : On peut ajouter ou soustraire un même nombre dans les deux membres d'une équation sans la modifier. On peut aussi multiplier ou diviser par un même nombre non nul des deux côtés.

Exercice n° 2 (12 points)

(une partie est à faire directement sur le sujet)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes. *On notera les ensembles solution(s) sur cette page, mais les calculs seront faits sur la double-feuille.*

1. $x - 7 = 2x + 3$; $\Rightarrow \mathcal{S} = \{-10\}$
   $\Leftrightarrow -7 - 3 = 2x - x \Leftrightarrow -10 = x$.

2. $(3x - 1)(-x + 1) \geqslant 0$; $\Rightarrow \mathcal{S} = \left[\frac{1}{3} ; 1\right]$

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$3x - 1$		$-$	0	$+$		$+$	
$-x + 1$		$+$		$+$	0	$-$	
Produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

3. $(3x - 1) + (-x + 1) \geqslant 0$; $\Rightarrow \mathcal{S} = [0 ; +\infty[= \mathbb{R}_+$
   $\Leftrightarrow 3x - 1 - x + 1 \geqslant 0 \Leftrightarrow 2x \geqslant 0 \Leftrightarrow x \geqslant 0$.

4. $(2x - 1)^2 - 9 = 0$ *(ind. : $9 = 3^2$)* ; $\Rightarrow \mathcal{S} = \{-1 ; 2\}$
   $\Leftrightarrow (2x - 1)^2 - 3^2 = 0 \Leftrightarrow (2x - 1 - 3)(2x - 1 + 3) = 0$
   $\Leftrightarrow 2x - 4 = 0$ ou $2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -1$

5. $\dfrac{4x - 3}{2x + 1} = 3$; $\Rightarrow \mathcal{S} = \{-3\}$
   valeur interdite : $2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow x = -0{,}5$
   $\dfrac{4x - 3}{2x + 1} = 3 \Leftrightarrow 4x - 3 = 3(2x + 1) \Leftrightarrow -2x = 6 \Leftrightarrow x = \dfrac{6}{-2} = -3$

6. $\dfrac{x - 3}{x - 5} \geqslant 0$; $\Rightarrow \mathcal{S} =]-\infty ; 3] \cup]5 ; +\infty[$

x	$-\infty$		3		5		$+\infty$
$x - 3$		$-$	0	$+$		$+$	
$x - 5$		$-$		$-$	0	$+$	
Quotient		$+$	0	$-$	‖	$+$	

7. $(2x - 1)^2 - 9(2x - 1) = 0$; $\Rightarrow \mathcal{S} = \left\{\frac{1}{2} ; 5\right\}$
   $\Leftrightarrow (2x - 1)[(2x - 1) - 9] = 0 \Leftrightarrow (2x - 1)(2x - 10) = 0$
   $\Leftrightarrow 2x - 1 = 0$ ou $2x - 10 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ ou $x = \frac{10}{2} = 5$.

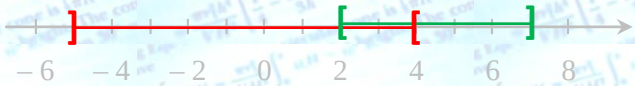
8. $\dfrac{2x + 1}{-2} \leqslant \dfrac{-3}{-2}$. $\Rightarrow \mathcal{S} = [-2 ; +\infty[$
   $\Leftrightarrow 2x + 1 \geqslant -3$ (on change le sens car $-2 < 0$!!!)
   $\Leftrightarrow 2x \geqslant -4 \Leftrightarrow x \geqslant -2$ (le sens ne change pas car $2 > 0$…)

Exercice n° 3 (6 points)

(à faire directement sur le sujet)

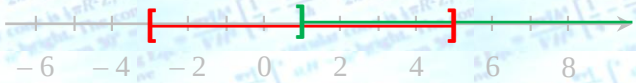
Pour chaque question, représente sur la droite graduée chaque intervalle d'une couleur, puis détermine leur réunion et leur intersection :

1. $I =]-5 ; 4[$ et $J = [2 ; 7]$



   donc $I \cup J =]-5 ; 7]$ et $I \cap J = [2 ; 4[$

2. $I = [-3 ; 5]$ et $J =]1 ; +\infty[$



   donc $I \cup J = [-3 ; +\infty[$ et $I \cap J =]1 ; 5]$

3. $I =]-\infty ; 7]$ et $J =]-1 ; 5]$

   donc $I \cup J =]-\infty ; 7]$ et $I \cap J =]-1 ; 5]$

Exercice n° 4 (3 points)

(à faire directement sur le sujet)

Déterminer les réunions et intersections suivantes :

1. $[-10 ; 2] \cap [-3 ; 8]$ $= [-3 ; 2]$
2. $]-\infty ; 2] \cap]-3 ; +\infty[$ $=]-3 ; 2]$
3. $]-7 ; 3[\cup [0 ; +10[$ $=]-7 ; 10[$
4. $]-\infty ; 2] \cup [-1 ; +\infty[$ $=]-\infty ; +\infty[= \mathbb{R}$
5. $]-3 ; 2] \cap [2 ; +\infty[$ $= \{2\}$
6. $]-\infty ; 0[\cap [3 ; 8[$ $= \varnothing$

Exercices bonus (+2 points, éventuellement)

Voici la démonstration comme quoi $2 = 1$:

« Soient a et b deux nombres tels que $a = b$.

Donc $a^2 = a \times b$

$\Leftrightarrow a^2 - b^2 = a \times b - b^2$

$\Leftrightarrow (a - b)(a + b) = b(a - b)$

$\Leftrightarrow a + b = b$.

Donc en prenant $a = b = 1$, on a bien $1 + 1 = 1$. »

Où est le problème ?

La dernière équivalence est fausse car on a divisé des deux côtés par le nombre NUL $(a - b)$.