

DEVOIR MAISON N° 1 - 1^{ère} STG 2

À rendre le lundi 7 novembre 2011 DERNIER DÉLAI !

Exercice n° 1 (10 points)

Une entreprise fabrique des jeux vidéo. Le coût total de production de x jeux est donné par la formule : $C(x) = x^2 + 2x + 15$ pour $x \in [0 ; 20]$. Le prix de vente à l'unité est de 18 €.

1. Tracer la courbe représentative de la fonction C dans un repère orthogonal adapté.

Le repère utilisé ici est d'1 cm pour 2 jeux en abscisse et 1 cm pour 50 € en ordonnée. La fonction C est représentée en rouge :

2. Déterminer la fonction R représentant les recettes réalisées en fonction du nombre x de jeux vidéo vendus.

Chaque jeu est vendu 18 €, donc $R(x) = 18x$.

3. Construire la courbe représentative de la fonction R dans le repère de la question 1.

La fonction R est représentée en bleu de le repère ci-dessus.

4. Déterminer graphiquement pour quel nombre de jeux vidéo vendus l'entreprise réalise un bénéfice.

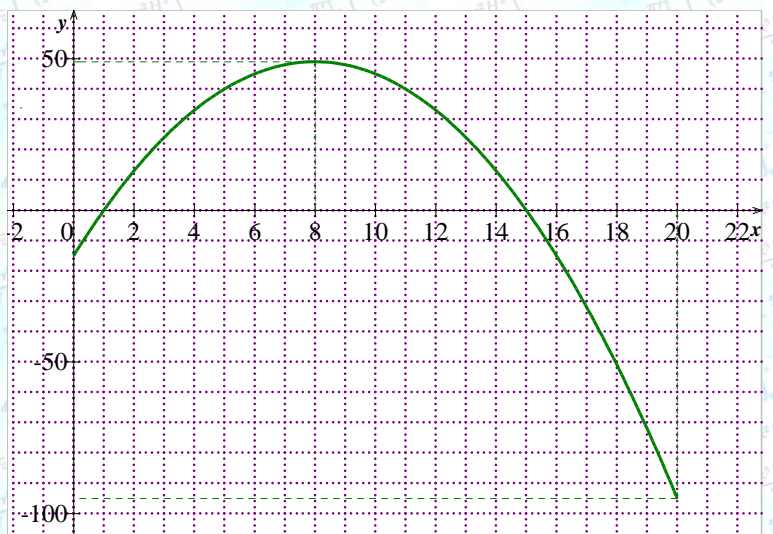
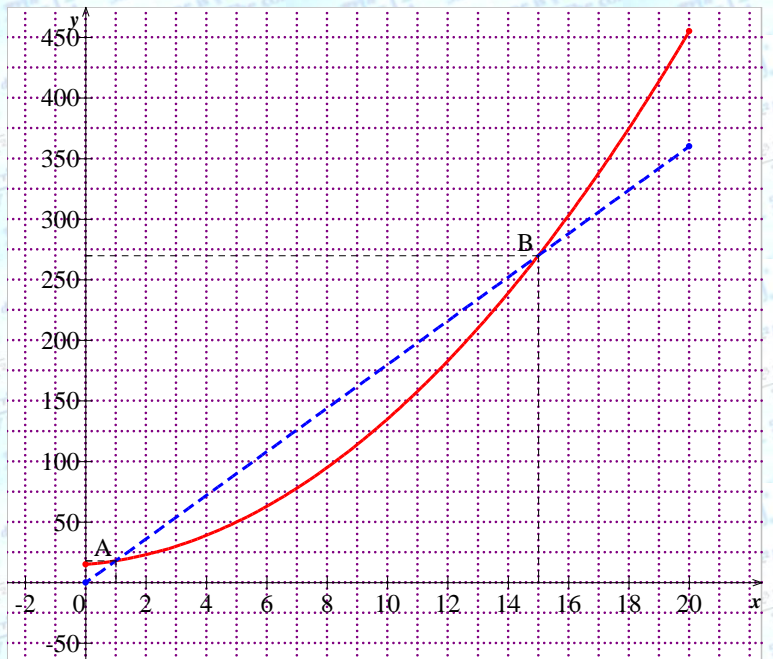
L'entreprise réalise un bénéfice lorsque la recette est supérieure à la dépense (coût de production). Ceci se produit entre les points A et B, et sachant que pour 1 et 15, le bénéfice est nul, l'entreprise réalise donc un bénéfice entre 2 et 14 jeux vendus.

5. On note $B(x) = R(x) - C(x)$. Tracer la courbe représentative de la fonction B dans un nouveau repère adapté.

6. Déterminer graphiquement les variations de la fonction B .

Les variations de la fonction B peuvent être synthétisées dans le tableau suivant :

x	0	8	20
$f(x)$	-15	49	-95



7. Pour quel nombre de jeux vidéo vendus le bénéfice réalisé est-il maximum ?

D'après le tableau de variations ci-dessus, le bénéfice est maximum pour 8 jeux vendus, et ce bénéfice atteint 49 €.

Exercice n° 2 (10 points)

On considère le marché suivant :

- Le prix de vente en fonction de la quantité $x \in [0 ; 15]$ achetée par le consommateur est en € :

$$f(x) = \frac{40}{x+2}$$

- Le prix proposé par le producteur en fonction de la quantité $x \in [0 ; 15]$ d'objets vendus est en € :

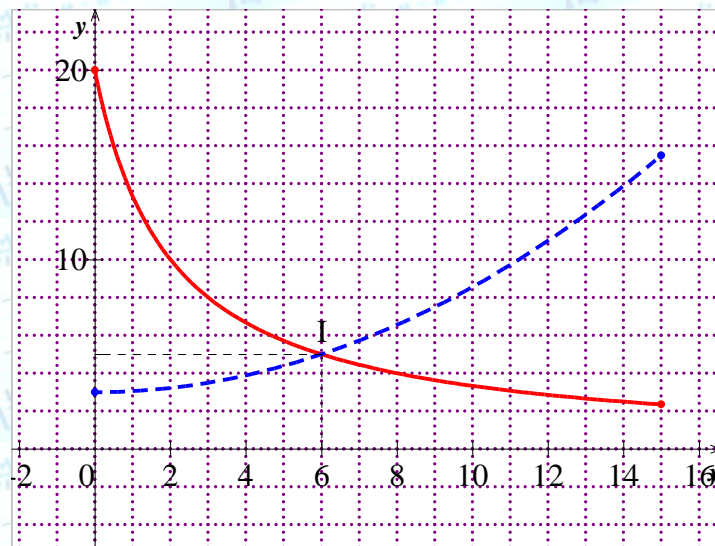
$$g(x) = \frac{x^2}{18} + 3$$

- Quelles sont les variations des fonctions f et g ? Justifier la réponse.

On utilise la question 2 où l'on voit clairement que la fonction f est strictement décroissante sur $[0 ; 15]$ et que la fonction g est strictement croissante sur cet intervalle.

- Tracer les courbes représentatives des fonctions f et g dans un même repère orthogonal convenablement choisi.

Représentons graphiquement les deux fonctions : en rouge la fonction f et en bleu g .



- Déterminer graphiquement la solution de l'équation $f(x) = g(x)$.

Graphiquement, la solution de l'équation $f(x) = g(x)$ se lit au point d'intersection des deux courbes, noté I : le point I a pour abscisse $x = 6$, c'est donc la solution de l'équation demandée.

- En déduire le prix d'équilibre pour lequel on a égalité entre le prix d'offre et le prix de demande.

En rapport avec la question précédente, on a égalité entre le prix d'offre et le prix de demande pour $x = 6$, correspondant à un prix de 5 €.