



Collège Jean-Baptiste Clément
5-7, rue Albert Chardavoine
93440 DUGNY



Disponible sur www.capes-de-maths.com, menu "Collège" puis "6e".

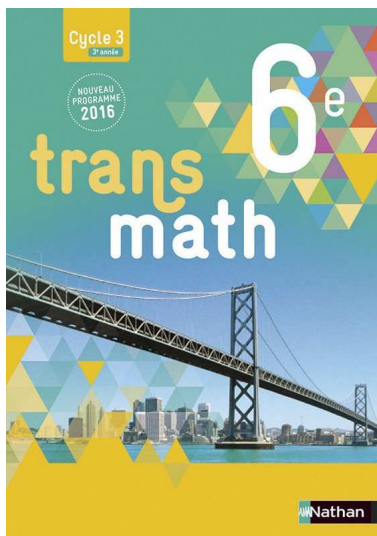
**PAR RESPECT POUR L'ENVIRONNEMENT, MERCI
DE N'IMPRIMER CE COURS QUE SI C'EST
VRAIMENT NÉCESSAIRE !**



Réalisé en \LaTeX , et sous
contrat Creative Commons



Ces cours font référence à des numéros d'exercices qui se rapportent au manuel **Transmath 6^e, programme 2016 (cycle 3 – nouvelle réforme)**, chez Nathan :



COURS DE L'ANNÉE SCOLAIRE 2016/2017

Des manipulations sont faites à la calculatrice dans ce cours. Bien que le fonctionnement des calculatrices soit sensiblement équivalent, c'est la « TI-Collège Plus » de chez Texas Instruments qui a été utilisée :

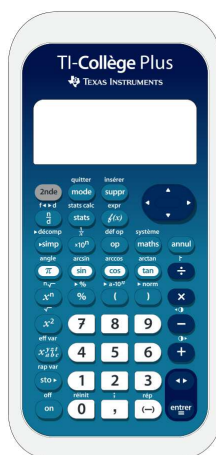


TABLE DES MATIÈRES

1 Les nombres décimaux	5
I Écriture décimale	5
II Autres écritures	5
III Zéros inutiles	6
IV Valeurs approchées (ou arrondis)	6
2 Introduction à la géométrie	8
I Notations de base	8
II Longueur & milieu d'un segment	9
III Polygones	9
3 Fractions (partie 1)	10
I Bases	10
II Fractions égales	10
4 Cercle & médiatrice	12
I Généralités	12
II Périmètre du cercle	12
III Aire du disque	13
IV Médiatrice d'un segment	15
5 Addition & soustraction	17
I Additions	17
II Soustractions	17
III Ordre de grandeur	18
6 Parallèles & perpendiculaires	19
I Définitions et constructions	19
II Mes trois premières propriétés de 6 ^e	20
7 Ordre	22
I Demi-droite graduée	22
II Comparaison	24
III Ranger, encadrer ou intercaler des nombres	25
8 Statistiques	26
I Tableau d'effectifs	26
II Représentations graphiques	26
9 Angles	30
I Notion d'angle	30
II Utiliser le rapporteur : mesurer un angle	30
III Utiliser le rapporteur : construire un angle	31
10 Multiplication	32
I Bases à connaître	32
II Poser une multiplication	32
III Multiplier par 10, 100 ou 1 000	33
IV Priorités opératoires	33

11 Géométrie dans l'espace	34
I Définitions	34
II Représentation en perspective cavalière	35
III Patron d'un parallélépipède	36
12 Division	38
I Définitions et rappels	38
II Poser une division décimale	39
III Multiples et diviseurs	40
IV Diviser par 10, 100 ou 1 000	41
13 Quadrilatères	42
I Rectangle, losange, carré et parallélogramme	42
II Calculs de périmètres	43
III Calculs d'aire	44
14 Fractions (partie 2)	46
I Fraction et quotient	46
II Produit d'une fraction par un nombre	46
15 Triangles	48
I Triangles isocèle, équilatéral et rectangle	48
II Calculs de périmètres	50
III Calculs d'aire	50
IV Pièges	50
16 Proportionnalité	52
I Grandeurs proportionnelles	52
II Représentation graphique d'une situation de proportionnalité	54
III Calcul d'un pourcentage	55
17 Symétrie axiale	56
I Définitions	56
II Symétrique d'un point	56
III Symétrique d'une figure	57
IV Symétrie des figures usuelles	57
18 Volumes	59
I Unités de volume	59
II Tableau de conversion	60
III Calculs de volumes	60
19 Grandeurs & mesures	62
I Masses et capacités	62
II Durées	62

LES NOMBRES DÉCIMAUX

I – Écriture décimale

centaines de milliards	dizaines de milliards	unités de milliards	centaines de millions	dizaines de millions	unités de millions	centaines de milliers	dizaines de milliers	unités de milliers	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes
						1	2	3	4	5	6,	7	8	9	
Partie entière											Partie décimale				



Définitions

La **partie entière** d'un nombre est ce qui se trouve devant la virgule (ici **123 456**).

La **partie décimale** d'un nombre est ce qui se trouve derrière la virgule (ici **789**).

L'écriture classique d'un nombre (ici **123 456,789**) est appelée **écriture décimale** de ce nombre.

La position des chiffres d'un nombre est importante. Pour le nombre **123 456,789** :

- le rang du chiffre 1 est celui des *centaines de milliers*,
- le chiffre des centièmes est 8, celui des dizaines est 5 et celui des centaines de milliers est 1,
- le chiffre des milliers est 3, mais le nombre de milliers est 123,
- le chiffre des dixièmes est 7, mais le nombre de dixièmes est 1 234 567.



ATTENTION !!!

Trouver le chiffre des \diamond est facile ! Par contre, pour trouver le nombre de \diamond , il suffit d'écrire tous les chiffres du début jusqu'au rang demandé, et d'enlever la virgule.

Oral :
21, 23, 24 p. 16

En classe :
14 p. 13

À la maison :
37, 38 p. 17 + 60 p. 18

II – Autres écritures

Un même nombre peut avoir plusieurs écritures différentes :



Propriété

Le nombre **170,616** admet plusieurs écritures :

- la **décomposition** : $(1 \times 100) + (7 \times 10) + (0 \times 1) + \left(6 \times \frac{1}{10}\right) + \left(1 \times \frac{1}{100}\right) + \left(6 \times \frac{1}{1\,000}\right)$
- la **fraction décimale** : $\frac{170616}{1\,000}$

- somme d'un entier et d'une fraction décimale : $170 + \frac{616}{1\ 000}$
- écriture en toutes lettres : cent soixante-dix virgule six cent seize.



Remarques

- Pour obtenir la décomposition, il suffit de détailler quel est le rang de chaque chiffre (sans oublier les zéros).
- Pour obtenir la fraction décimale, on écrit tout le nombre **sans la virgule** au numérateur, et le rang du dernier chiffre au dénominateur.
- Pour obtenir la somme d'un entier et d'une fraction décimale, on met la partie entière puis un « + » puis la partie décimale au numérateur et le rang du **dernier chiffre** au dénominateur.
- Pour obtenir l'écriture en toutes lettres, il faut respecter quelques règles détaillées en AP.

■ **EXERCICE** : Donner toutes les écritures possibles du nombre 2 387, 15.

Solution : Décomposition : $(2 \times 1\ 000) + (3 \times 100) + (8 \times 10) + (7 \times 1) + \left(1 \times \frac{1}{10}\right) + \left(5 \times \frac{1}{100}\right)$
 Fraction décimale : $\frac{238\ 715}{100}$ Somme d'un entier et d'une fraction décimale : $2\ 387 + \frac{15}{100}$
 Écriture en toutes lettres : deux mille trois cent quatre-ving-sept virgule quinze.

Oral :
34 p. 16

En classe :
14 p. 13 + 47 p. 17 + 49 p. 18

À la maison :
40, 42, 48 p. 17 + 53, 54 p. 18

III – Zéros inutiles



Propriété

- Dans un nombre, on peut enlever les zéros qui :
- se trouvent *au début de la partie entière*,
 - se trouvent *à la fin de la partie décimale*.

Exemples :

- ◇ $25 = 25, \underline{0}$ → le nombre 25 est à la fois un nombre entier et un nombre décimal.
- ◇ $93, \underline{350} = 93, 35$; $210, \underline{020} = 210, 02$; $\underline{001}, \underline{0230} = 1, 023$.

Oral :
25, 26 p. 16

En classe :
—

À la maison :
10, 11 p. 13 + 56 p. 18

IV – Valeurs approchées (ou arrondis)



Définitions

On appelle :

- ◇ **arrondi à l'unité** d'un nombre, le nombre entier le plus proche de ce nombre ;
- ◇ **arrondi au dixième** d'un nombre, le dixième le plus proche de ce nombre, etc.



Méthode (ARRONDIR UN NOMBRE)

1. On commence par tracer un trait juste après le rang demandé.
2. On barre tout ce qui est à droite de ce trait.
3. On regarde le *premier* chiffre barré : s'il vaut
 - 0, 1, 2, 3 ou 4, alors c'est fini.
 - 5, 6, 7, 8 ou 9, alors on ajoute 1 au *dernier* chiffre non barré.

L'arrondi se trouve alors à gauche du trait.

Exemples :

Arrondi de 5,12 au dixième :

$$5,1\overline{2} \rightarrow 5,1$$

Arrondi de 123,4567 au centième :

$$123,\overline{45}67 \rightarrow 123,46$$

Arrondi de 987,654 à l'unité :

$$98\overline{7},654 \rightarrow 988$$



ATTENTION !!!

On utilise **obligatoirement** le symbole « \approx » lorsqu'on donne un résultat arrondi. On écrira donc :

$$5,12 \approx 5,1 \quad ; \quad 123,4567 \approx 123,46 \quad \text{et} \quad 987,654 \approx 988.$$



Remarque

Le manuel utilisera souvent les expressions « valeur approchée par défaut » ou « par excès ». Nous chercherons toujours simplement les « valeurs approchées » comme apprises ici...

Oral :

—

En classe :

—

À la maison :

74 p. 19

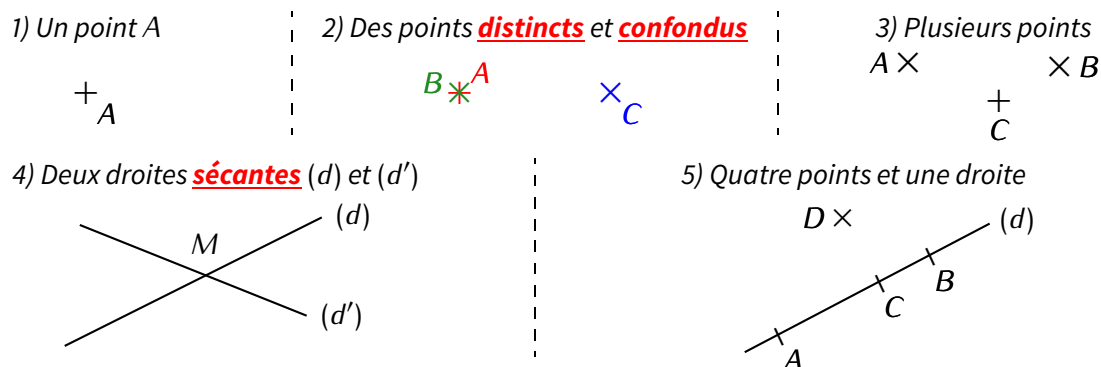
Problème ouvert : 102 p. 23 / Tâche complexe : 111 p. 25

INTRODUCTION À LA GÉOMÉTRIE

I – Notations de base

Définitions		
Mot de vocabulaire	Figure	Notation
Le point E		E
La droite passant par les points A et B		(AB) ou (BA)
Le segment joignant C et D (ce sont les extrémités)		$[CD]$ ou $[DC]$
La demi-droite qui part de F (d' origine F) et qui passe par G		$[FG)$ mais surtout pas $[GF)$ ou (FG)

Exemples :



Dans l'exemple n°2, les points A et B sont confondus alors que les points A et C (ainsi que B et C) sont distincts. On appelle **points alignés** des points qui se trouvent tous sur une même droite (voir exemple n°5 : les points A , B et C sont alignés). Voir le paragraphe suivant pour certaines droites sécantes particulières...

Notation

Pour écrire mathématiquement qu'un point *appartient* à une droite, on utilise le symbole \in . Pour écrire le contraire, on utilise le symbole \notin .

Exemples : Dans la figure « Quatre points et une droite » ci-dessus, on peut écrire que $A \in (d)$, $B \in (d)$, $C \in (d)$ et aussi $D \notin (d)$. Mais ce n'est pas tout, on pourrait aussi écrire $C \in [AB]$, $B \notin [AC]$, $B \in [AC)$, etc.

■ **EXERCICE** : Donne les six autres noms de la droite (d) de la figure « Quatre points et une droite ».

Solution : (AB) , (BA) , (AC) , (CA) , (BC) et (CB) .

Oral :
16, 17, 18, 19 p. 186

En classe :
2 p. 181 + 26, 29 p. 187

À la maison :
3, 4, 5 p. 181 + 27, 28, 30, 31 p. 187

II – Longueur & milieu d'un segment



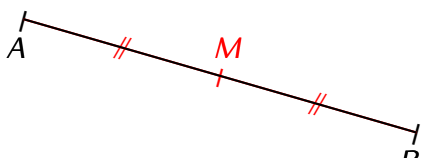
Définition

La **longueur d'un segment** $[AB]$, aussi appelée **distance entre les points A et B**, se note simplement AB (sans les crochets). Un segment $[AB]$ qui mesure 3 cm se notera donc : $AB = 3$ cm.

Attention, on rappelle que les droites et les demi-droites n'ont pas de longueur !!

Le **milieu d'un segment** est le seul point de ce segment à égale distance des deux extrémités.

Exemple :



D'après la définition, $M \in [AB]$ et $MA = MB$.

On a **codé** de la même manière les segments de même longueur.

Plusieurs type de **codage** existent : $-$, $||$, $///$, $-x-$ et $-o-$ sont les plus courants.



ATTENTION !!!

Désormais, le codage devient **obligatoire** dès que l'on a ou que l'on trace plusieurs segments de même longueur. Ne pas le faire fera perdre des points aux évaluations !!

Oral :

–

En classe :

35 p. 188

À la maison :

33 p. 187 + 36, 37 p. 188

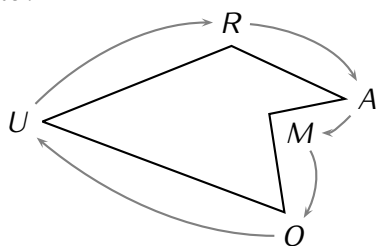
III – Polygones



Définition

Un **polygone** est une figure fermée dont les côtés sont des segments. Le nombre de segments n'est pas précisé. On nomme le polygone en le parcourant dans un sens choisi.

Exemple :



Ce polygone se nomme *AMOUR*, mais on peut aussi le nommer *RUOMA*, *MARUO*, *OURAM*, ...

Par contre, on ne peut pas le nommer *RAOMU* car $[AO]$ n'est pas un côté de ce polygone !

■ **EXERCICE** : Donne les six autres noms du polygone ci-dessus.

Solution : *ARUOM*, *MOURA*, *OMARU*, *URAMO*, *UOMAR* et *RAMOU*. Il a donc 10 noms en tout !!



Définitions

Les polygones...

- ◇ à 3 côtés s'appellent les **triangles**,
- ◇ à 4 côtés s'appellent les **quadrilatères**,
- ◇ à 5 côtés s'appellent les **pentagones**,
- ◇ à 6 côtés s'appellent les **hexagones**,
- ◇ à 7 côtés s'appellent les **octogones**.



Remarque

Pour les quadrilatères particuliers, voir au chapitre n° 13 (page 42). Pour les triangles particuliers, voir au chapitre n° 15 (page 48).

Oral :

28 p. 204

En classe :

–

À la maison :

–

Problème ouvert : 82 p. 193 / Tâches complexes : 91, 92 p. 195

FRACTIONS (PARTIE 1)

I – Bases



Définitions

Une **fraction** est une écriture de la forme $\frac{a}{b}$ (se lit « a sur b »), où a s'appelle le **numérateur** et b le **dénominateur**. Les deux sont séparés par un **trait de fraction**.

Exemples : On a déjà vu pas mal de fractions au chapitre n°1 (p. 5), mais des fractions décimales, c'est-à-dire qui ont toujours un dénominateur que vaut 10, 100 ou 1 000...

Désormais, il peut y avoir d'autres nombres au dénominateur !



Remarque

RAPPEL : Tous les nombres décimaux peuvent s'écrire sous forme d'une fraction (décimale) :

$$3,8 = \frac{38}{10} ; 20,16 = \frac{2\,016}{100} ; 1,001 = \frac{1\,001}{1\,000} ; \dots$$



À la calculatrice

Pour saisir une fraction sur la calculatrice, on utilise la touche . Il faut savoir que la calculatrice essaye toujours de donner le résultat sans aucune virgule. Trois cas de figures peuvent se produire :

- ◇ affichera logiquement 4 (car $12 \div 3 = 4$).
- ◇ affichera... $\frac{3}{4}$! Pour savoir comment obtenir l'écriture décimale de cette fraction, RDV au chapitre n°14 (p. 46).
- ◇ affichera $\frac{2}{3}$. On remarque que la calculatrice a affiché une fraction différente, car **elle simplifie automatiquement les fractions** (voir au paragraphe suivant).

Oral :
11 p. 66

En classe :
23, 31 p. 67

À la maison :
24, 25, 32 p. 67

II – Fractions égales

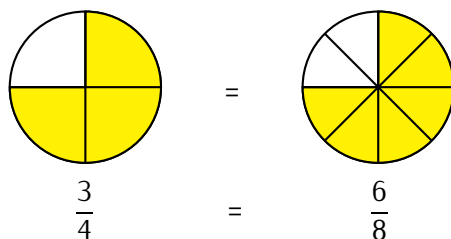


Propriété (« règle d'or »)

On ne change pas une fraction en multipliant (ou en divisant) son numérateur ET son dénominateur par un même nombre.

Autrement dit : $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$.

Exemple : Voici deux pizzas de même taille découpées en 4 parts égales pour la première et 8 parts égales pour la seconde. Les parts mangées ont été représentées en jaune. On détermine la fraction correspondante pour chacune des deux pizzas :



La proportion de pizza mangée est la même sur les 2 pizzas : les fractions sont donc égales. En effet, on constate que :

$$\frac{3}{4} \stackrel{\times 2}{=} \frac{6}{8} \quad \text{et} \quad \frac{6}{8} \stackrel{\div 2}{=} \frac{3}{4}$$

Remarque

Effectivement, en se rappelant de la toute première définition du chapitre (« une fraction est avant tout une division »), on constate que $\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0,75$ et $\frac{6}{8} = 6 \div 8 = 0,75$ aussi, ce qui est donc cohérent !

■ **EXERCICE :** Donner 4 quotients (2 avec des nombres plus petits et 2 avec des plus grands) égaux à $\frac{5}{20}$ et $\frac{27}{4,5}$.

Solution : $\frac{5}{20} = \frac{2,5}{10} = \frac{1}{4} = \frac{10}{40} = \frac{15}{60}$ et $\frac{27}{4,5} = \frac{9}{1,5} = \frac{3}{0,5} = \frac{6}{1} = \frac{54}{9}$.

ATTENTION !!!

Il ne faut pas oublier que la calculatrice simplifie *automatiquement* les fractions : il faut donc s'attendre à ce qu'elle affiche des résultats différents de ce qui est demandé... C'est pourquoi il faut obligatoirement apprendre par cœur et savoir utiliser la règle d'or !

Oral :

—

En classe :

48a p. 68

À la maison :

48bcd p. 68 + 49 p. 69 + simplifications

Problème ouvert : 88 p. 73

CERCLE & MÉDIATRICE

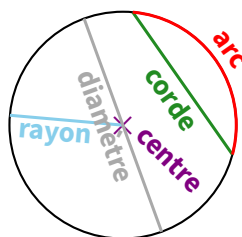
I – Généralités



Définitions

- ◇ Un **cercle**, en général noté (\mathcal{C}) , de centre O est formé de tous les points qui se trouvent à la même distance du point O . Cette distance qui ne change pas porte alors un nom : c'est le **rayon**.
- ◇ Un **arc de cercle** est une portion de cercle limitée par deux points appelés **extrémités**.
- ◇ Une **corde** est un segment dont les extrémités sont deux points du cercle.
- ◇ Un **diamètre** est une corde qui passe par le centre du cercle.

Exemple :



Remarques

- Le segment $[OM]$ est un rayon du cercle, alors que la longueur OM est le rayon du cercle. Le mot « rayon » a deux sens différents ici : le rayon du cercle est un nombre, alors qu'un rayon du cercle est un segment!!
- Le diamètre d'un cercle est égal au double de son rayon (double = 2 fois plus) :

$$D = 2 \times r$$



Propriétés

- ◇ Si M est un point du cercle (\mathcal{C}) de centre O et de rayon r , alors $OM = r$.
- ◇ Si $OM = r$, alors le point M est un point du cercle (\mathcal{C}) de centre O et de rayon r .



ATTENTION !!!

Il peut arriver qu'un exercice mentionne « tracer un cercle (\mathcal{C}) de centre O et de *diamètre* 5 cm. » Il faudra bien penser à n'ouvrir son compas que de 2,5 cm!!!

Oral :
23, 32 p. 204

En classe :
2, 4 p. 199 + 35 p. 205

À la maison :
3, 5, 6 p. 199 + 36, 37, 39, 43 p. 205

II – Périmètre du cercle



Définition (rappel)

Le **périmètre** d'une figure, noté \mathcal{P} , est la mesure de son contour, et uniquement de son contour.



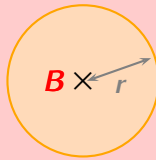
ATTENTION !!!

- **RAPPEL** : Dans tout problème, qu'il soit de proportionnalité ou non, il faut faire extrêmement attention aux unités qui doivent être les mêmes du début à la fin !
- Certaines figures seront dessinées avec une longueur donnée à l'intérieur : il ne faudra surtout pas l'additionner aux autres !!

Voici la formule qui permet de *calculer* (mesurer n'est pas possible...) le périmètre d'un cercle :



Formule de périmètre (à apprendre impérativement par cœur !)



$$\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r$$




Remarque

Dans les figures qui présentent des demi-disques ou des quarts de disques, il ne faudra surtout pas oublier d'ajouter les longueurs correspondant aux segments "droits" !



À la calculatrice

On peut très bien utiliser 3, 14 comme valeur approchée de π . On peut aussi appuyer sur la touche  qui affichera directement la lettre "p minuscule grec" (donc π) sur l'écran de la calculatrice. Par contre, le résultat obtenu devra obligatoirement être arrondi (voir chapitre n° 1 au paragraphe IV p. 6).

Oral :

—

En classe :

3 p. 129

À la maison :

4, 5, 6 p. 129 + 37 p. 135

III – Aire du disque

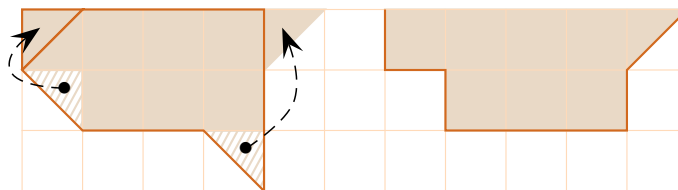
1. Introduction

Les pères d'Axel Aire et de Mick Robbe souhaitent échanger leur terrain, mais se demandent si l'échange est vraiment équitable. Voici un plan à l'échelle de leurs terrains :

Terrain du père d'Axel Aire

Terrain du père de Mike Robbe

Pour répondre à la question, on peut ajouter du quadrillage pour mieux voir les choses. Puisqu'il est question de surface, le fait de déplacer un morceau de la figure ne change pas la taille globale de cette figure : on peut donc déplacer quelques morceaux bien choisis (deux triangles) afin de constater que les deux terrains ont la même surface (c'est-à-dire 7,5 carreaux). Le partage est donc bien équitable :





Définition

L'**aire** d'une figure, généralement notée \mathcal{A} , est la mesure de sa surface (de son intérieur). On a déjà appris à compter les surfaces en carreaux.

Oral :
18, 19 p. 134

En classe :
38 p. 136

À la maison :
39, 40 p. 136

2. Unités d'aire

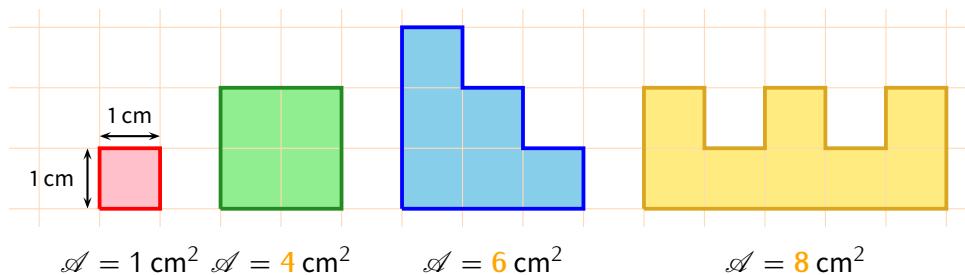
Nous venons de voir une unité facile à comprendre : le carreau. En effet, les deux terrains ont une surface de 7,5 carreaux. Mais dans les exercices, il est souvent question de longueurs en cm...



Définition

On appelle **centimètre carré** (noté cm^2) l'aire d'un carré de 1 cm de côté. On appelle **décimètre carré** (noté dm^2) l'aire d'un carré de 1 dm = 10 cm de côté. On peut continuer avec les autres unités...

■ **EXERCICE** : Compléter les égalités suivantes :



Remarque

La conversion des aires (passer des cm^2 au dm^2 par exemple) sera vue plus loin, dans le chapitre n°15, p. 48.

Oral :
21 p. 134

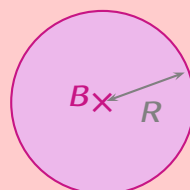
En classe :
—

À la maison :
—

3. Formule de l'aire d'un disque




Formule d'aire (à apprendre impérativement par cœur !)



$$\mathcal{A} = \pi \times R \times R$$

Exemple : On va calculer l'aire d'un disque de rayon 3 cm puis celle d'un disque de diamètre 2 km, en arrondissant les réponses au dixième :

- $\mathcal{A}_1 = \pi \times R \times R$ ← on recopie la formule
- $\mathcal{A}_1 = \pi \times 3 \times 3$ ← on remplace par le rayon
- $\mathcal{A}_1 = 9\pi \text{ cm}^2$ ← on tape la calcul à la calculatrice et on écrit ce qu'elle affiche (sans oublier l'unité)
- $\mathcal{A}_1 \approx 28,3 \text{ cm}^2$ ← on appuie sur , on arrondit et on écrit le résultat (sans oublier l'unité)

Pour l'autre disque, attention à bien déterminer le rayon avant : $\mathcal{A}_2 = \pi \times R \times R = \pi \times \underline{1} \times \underline{1} = \pi \text{ km}^2 \approx 3,1 \text{ km}^2$.


Oral :
—

En classe :
12 p. 131 + 48 p. 136

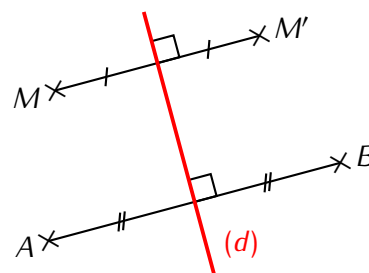
À la maison :
49, 50, 51 p. 136

IV – Médiatrice d'un segment

1. Définition et construction


 **Définition**
La **médiatrice** d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment passant par son milieu.

Exemple : Grâce au codage, la droite rouge est perpendiculaire au segment $[MM']$ et passe par son milieu : c'est donc la médiatrice de ce segment $[MM']$:



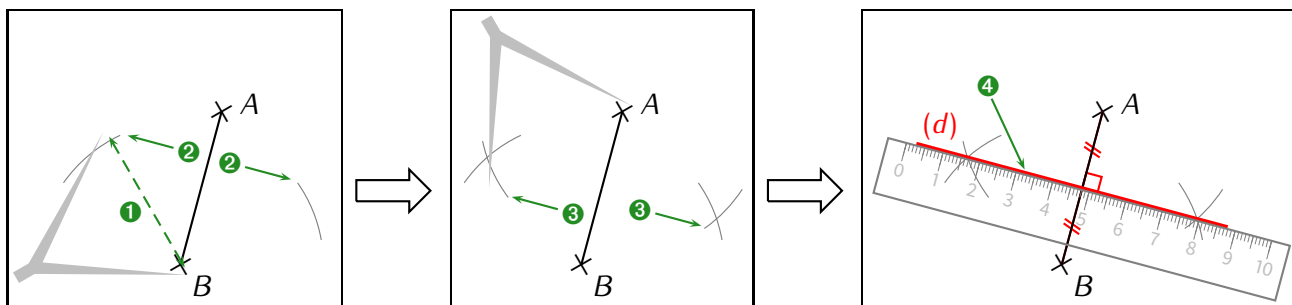
■ **EXERCICE** : De quel autre segment la droite rouge est-elle la médiatrice ?

Solution : La droite (d) est aussi la médiatrice du segment $[AB]$ et pour la même raison : d'après le codage, (d) passe par le milieu de $[AB]$ et est perpendiculaire à $[AB]$.

 **Méthode (CONSTRUCTION DE LA MÉDIATRICE D'UN SEGMENT $[AB]$ au compas)**

1. On ouvre le compas d'une longueur environ égale à AB .
2. On pique sur l'une des extrémités et on trace un arc de cercle de chaque côté du segment $[AB]$.
3. On répète l'étape précédent, mais en piquant sur l'autre extrémité.
4. Ces 4 arcs de cercle doivent se couper en deux points que l'on relie : c'est la médiatrice ! Si les arcs ne se coupent pas, il faut répéter les étapes 2 et 3 afin de les prolonger.

Illustration :



Oral :
18 p. 222

En classe :
10 p. 221

À la maison :
11, 13 p. 221

2. Propriétés de la médiatrice



Propriétés (de la médiatrice)

- ◇ Si un point se trouve sur la médiatrice d'un segment, alors il est *équidistant* (= à égale distance) de ses extrémités ;
- ◇ Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il se trouve sur la médiatrice de ce segment.



Rappel bis

Encore une fois, ce sont des propriétés : il ne faudra pas oublier de faire un schéma DPC pour les utiliser!!

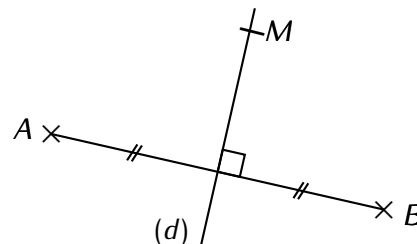
■ **EXERCICE** : On donne la figure ci-contre dans laquelle $M \in (d)$. Prouver que AMB est un triangle isocèle en M .

Solution :

D : (d) est la médiatrice du segment $[AB]$ (d'après le codage).

P : D'après la propriété de la médiatrice, on a :

C : $MA = MB$, donc AMB est un triangle isocèle en M .



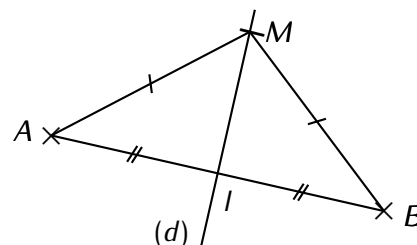
■ **EXERCICE** : On donne la figure ci-contre. Prouver que le triangle MIB est rectangle en I .

Solution :

D : $AM = BM$ (d'après le codage).

P : D'après la propriété de la médiatrice, on a :

C : M se trouve sur la médiatrice sur $[AB]$, donc $(d) \perp (IB)$ et donc le triangle MIB est rectangle en I .



Oral :
20 p. 222

En classe :
54 p. 225

À la maison :
55 p. 225 (+ « Vers quel lieu doivent-ils aller pour marcher le moins possible? »)

Problème ouvert : 91 p. 141 / Tâche complexe : 100 p. 143

ADDITION & SOUSTRACTION

I – Additions



Définitions

Lorsqu'on ajoute un nombre à un autre, on calcule une **addition**. Le résultat d'une addition s'appelle une **somme**.

Les deux nombres utilisés dans une addition s'appellent des **termes**.

L'addition est une opération, tandis que la somme est un nombre.

Exemples : Avec le calcul $22,12 + 19,82 = 41,94$, on peut écrire que :

- ◇ la somme de 22,12 et de 19,82 est égale à 41,94;
- ◇ l'on calcule la somme de 22,12 et de 19,82;
- ◇ les termes de la somme sont 22,12 et 19,82.



Propriété

On peut modifier l'ordre des termes dans une somme. C'est très pratique pour le calcul mental ou pour poser l'addition.

Exemple 1 (opération en ligne) : $8,2 + 5 + 1,8 = 8,2 + 1,8 + 5 = 10 + 5 = 15$.

Exemple 2 (opérations posées) :

$\begin{array}{r} 2016 - 1945 : \\ \underline{210116} \\ - 111945 \\ \hline 71 \end{array}$	\vdots	$\begin{array}{r} 26,12 - 18,82 : \\ \underline{216,12} \\ - 1118,82 \\ \hline 7,3 \end{array}$
---	----------	---

Oral :

–

En classe :

35a p. 35

À la maison :

31, 33, 34, 35bcd p. 35 + 4 p. 29

II – Soustractions



Définitions

Lorsqu'on enlève un nombre à un autre, on calcule une **soustraction**. Le résultat d'une soustraction s'appelle une **différence**.

Les deux nombres utilisés dans une soustraction s'appellent des **termes**.

La soustraction est une opération, alors que la différence est un nombre.

Exemples : Avec le calcul $23,12 - 19,82 = 3,30$, on peut écrire que :

- ◇ la différence de 23,12 et 19,82 est 3,3 (il y a un zéro inutile à enlever);
- ◇ la différence de 23,12 par 19,82;
- ◇ ceux de la différence sont 23,12 et 19,82.



ATTENTION !!!

⚡ On NE peut PAS modifier l'ordre des termes dans une différence !!!

Exemple 1 (opération en ligne) : $8 - 3 = 5$, mais on ne sait pas encore calculer $3 - 8$...

Exemple 2 (opérations posées) :

$2016 + 8439 :$	$42,13 + 19,6 :$
$\begin{array}{r} \\ \\ + \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} \\ \\ + \\ \hline \end{array}$

Oral :
16, 17, 26, 27 p. 34

En classe :
30, 36a p. 35 + 2 p. 29

À la maison :
32, 36bcd p. 35 + 3 p. 29

III – Ordre de grandeur



Définition

Pour calculer un **ordre de grandeur** d'une opération, on remplace les termes (ou les facteurs) par des nombres proches, mais plus « simples » afin d'effectuer le calcul *mentalement*. Le résultat obtenu est alors une valeur approchée du vrai résultat (mais pas LE vrai résultat !), permettant de prévoir ou éventuellement contrôler le résultat calculé.

Exemple : On souhaite voir à peu près combien font $198 + 303,2$. On remplace mentalement 198 par 200 et 303,2 par 300, ce qui donne (toujours mentalement) $200 + 300 = 500$. (le vrai résultat étant 501,2).

■ **EXERCICE** : Le marathon de Paris fait 42,195 km de long. Le record de temps a été battu en 2014 par l'éthiopien Kenenisa Bekele en 2 h 05 min 03 s. À quelle vitesse moyenne a-t-il couru ?

Solution : Il a fait environ 40 km en environ 2 h. Proportionnellement, cela correspond à faire environ 20 km en 1 h, d'où une vitesse moyenne d'environ 20 km/h.



Remarques

- La vitesse moyenne sera abordée en classe de 4^e. Un calcul exact donne une vitesse moyenne de 20,2455017993 km/h!
- On peut obtenir plusieurs ordres de grandeur pour un même calcul : tout dépend des nombres choisis pour remplacer les termes, mais aussi des facilités de calculs des élèves (certains sont plus à l'aide que d'autres avec le calcul mental)!
- La notion d'ordre de grandeur sera surtout utilisée en sciences et en calcul mental.

Oral :
–

En classe :
–

À la maison :
38 p. 35

Problème ouvert : 93 p. 41

PARALLÈLES & PERPENDICULAIRES

I – Définitions et constructions

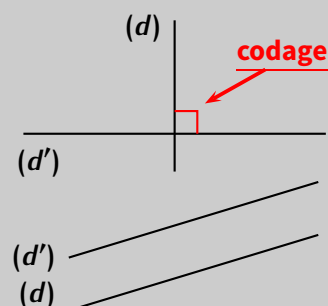


Définitions

Deux **droites perpendiculaires** sont deux droites sécantes qui se coupent en formant quatre angles égaux, appelés **angles droits**. On note mathématiquement : $(d) \perp (d')$.

On dit que deux droites sont **parallèles** lorsqu'elles ne sont pas sécantes. On note mathématiquement : $(d) \parallel (d')$.

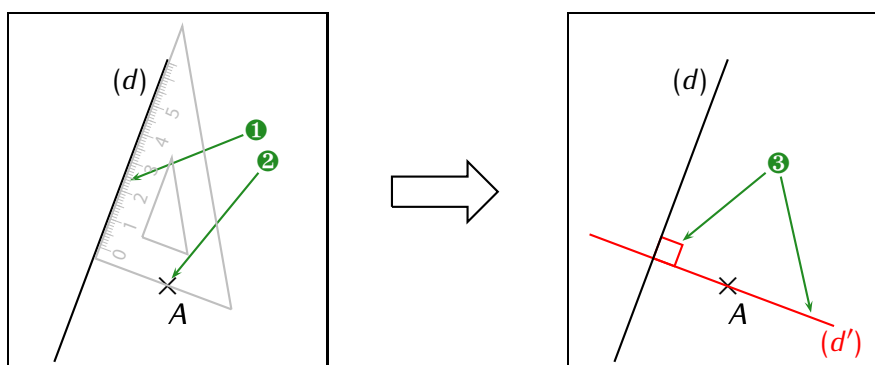
Cas particulier : Lorsque trois points A , B et C sont alignés, alors les droites (AB) et (AC) ont une infinité de points communs. Ces deux droites sont alors **confondues**.



Méthode (CONSTRUIRE UNE PERPENDICULAIRE)

1. On colle un côté de l'angle droit de l'équerre contre la droite demandée.
2. On fait passer l'autre côté de l'angle droit de l'équerre par le point demandé.
3. On trace la perpendiculaire, en prolongeant un peu des deux côtés (ça doit dépasser la droite et le point) et **sans oublier le codage de l'angle droit!!**

En pratique : On utilise obligatoirement l'équerre pour construire la perpendiculaire à (d) passant par le point A :



Remarque

La perpendiculaire permet donc de trouver la plus courte distance entre un point et une droite : il suffit juste de mesurer la longueur du **segment** entre le point A et la droite (d) .

Oral :
20, 24 p. 186

En classe :
7 p. 183

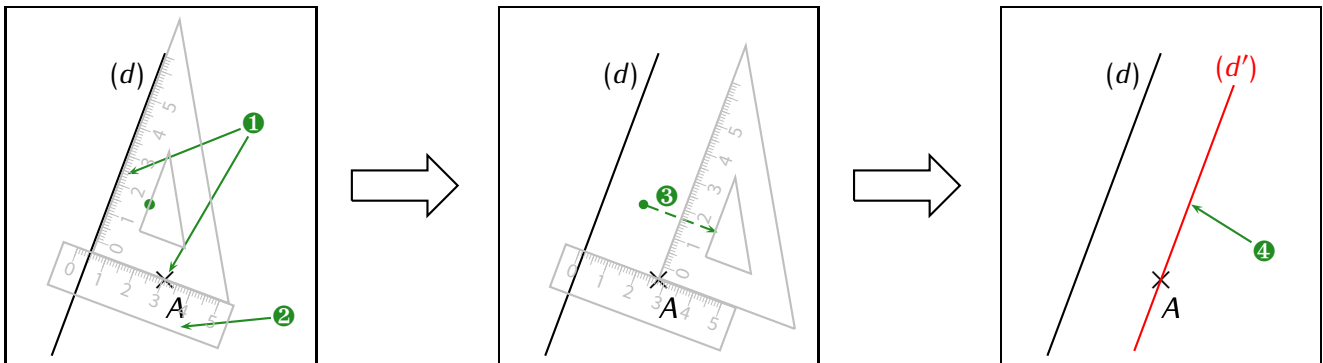
À la maison :
8, 9, 10 p. 183 + 39, 42 p. 188



Méthode (CONSTRUIRE UNE PARALLÈLE)

1. On place le grand côté de l'angle droit de l'équerre contre la droite et le petit côté contre le point.
2. On colle la règle contre le petit côté de l'équerre et on la maintient fermement pour ne pas qu'elle bouge.
3. On fait glisser l'équerre le long de la règle jusqu'à ce qu'on rencontre le point demandé.
4. On maintient alors fermement l'équerre, on enlève la règle, et on trace la parallèle sur le grand côté de l'angle droit de l'équerre.

En pratique : On utilise obligatoirement l'équerre pour construire la parallèle à (d) passant par le point A :



Remarque

Il n'existe pas de codage officiel sur une figure pour indiquer que deux droites sont parallèles.

Oral :
25 p. 186

En classe :
12 p. 185

À la maison :
13, 14 p. 185 + 49, 52 p. 189

II – Mes trois premières propriétés de 6^e



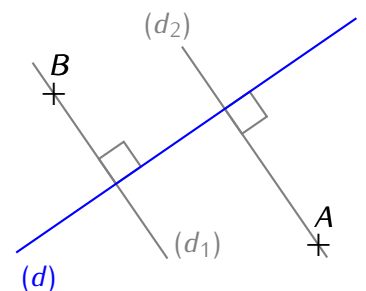
Propriété

Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles.

Exemple :

Reprenons l'exercice 13 p. 185. Après avoir fait la question a, on se retrouve avec cette figure ci-contre :

À la question b, on nous demande ce qu'on peut dire des deux droites tracées ? Elles sont évidemment parallèles car cela se voit sur le dessin...



"Voir" sur un dessin n'est plus une justification ou une preuve efficace que les deux droites sont parallèles, il va falloir le démontrer. Pour cela, on utilise un schéma « DPC » qui permet d'énoncer les **D**onnées de la figure, puis de citer la **P**ropriété qu'on va utiliser pour enfin donner la **C**onclusion. Pour notre exemple, on écrira donc :

D : Les droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires toutes les deux à la droite (d) .

P : Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles.

C : On a $(d_1) \parallel (d_2)$.

Oral :
—

En classe :
57 p. 190

À la maison :
54 p. 189



Propriétés

- Si deux droites sont parallèles à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles.
- Si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une des deux, alors elle sera aussi perpendiculaire à l'autre.

L'explication et l'utilisation de ces propriétés seront (brièvement) détaillées en AP.

Oral :

En classe :

À la maison :

Problème ouvert : 79 p. 193

ORDRE

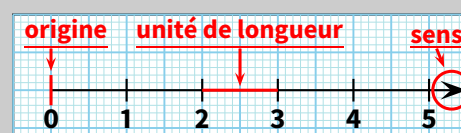
I – Demi-droite graduée

1. Avec des graduations décimales



Définition

On appelle **demi-droite graduée** une demi-droite qui possède une **origine** (toujours le zéro), un **sens** (représenté par une flèche) et une **unité de longueur** fixée (généralement le cm) :



Propriétés

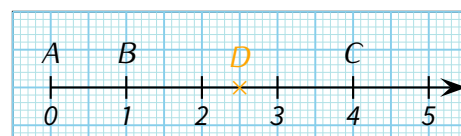
Sur une demi-droite graduée,

- ◇ chaque point est représenté par un nombre appelé **abscisse** de ce point.
- ◇ à chaque nombre correspond un point unique.

Notation : « Le point P d'abscisse 3,5 » s'écrit mathématiquement « $P(3,5)$ ».

Exemples : Sur la figure suivante,

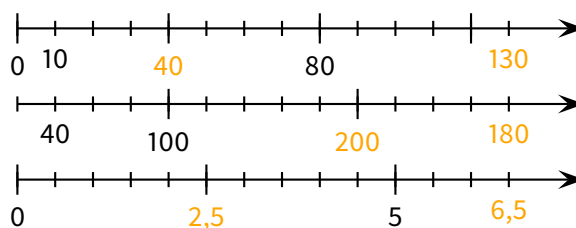
- ◇ L'abscisse du point C est 4 : $C(4)$
- ◇ Le nombre 1 est l'abscisse du point B : $B(1)$
- ◇ L'origine (ici A) a toujours pour abscisse 0 : $A(0)$
- ◇ Où et comment placer le point $D(2,5)$?



ATTENTION !!!

- ✓ L'origine d'une demi-droite graduée n'est pas toujours apparente. Par exemple, si l'on ne doit placer que des points d'abscisse 8, 9, 11 et 12, on tracera une portion de demi-droite où seules les graduations entre 8 et 12 apparaîtront !
- ✓ De plus, les graduations peuvent être des nombres à virgule !!
- ✓ Enfin, il peut y avoir des sous-graduations. L'espace compris entre deux sous-graduations qui se suivent ne correspond pas à l'unité de longueur !!

■ **EXERCICE** : Complète chaque grande graduation ainsi que la dernière petite graduation avec les nombres qui manquent, en t'aidant éventuellement de la petite graduation donnée :



Oral :
28, 29 p. 16

En classe :
61 p. 18 + 64 p. 19

À la maison :
62, 63, 65, 66, 67 p. 19 + 98 p. 23

2. Avec des graduations fractionnaires



Méthode (PLACER UN POINT D'ABSCISSE DONNÉE)

Pour placer le point $A \left(\frac{4}{3} \right)$ sur une demi-droite graduée,

1. Il faut diviser chaque unité de longueur en **3** morceaux de taille égale : on place des **petites graduations**.
2. On compte ensuite **4 graduations** sur les petites graduations (sans compter l'origine) et on place le point **A!**

Exemple :

Placer le point $A \left(\frac{4}{3} \right)$ sur la demi-droite graduée ci-contre.

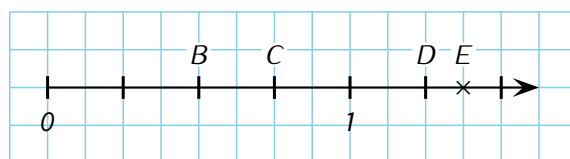


Méthode (LIRE L'ABSCISSE D'UN POINT DONNÉ)

1. On regarde en combien de morceaux l'unité de longueur a été partagée → on a le **dénominateur**.
2. On regarde quelle est l'abscisse du point sur la **petite** graduation (c'est donc forcément un nombre entier) → on a le **numérateur**.

Exemple :

Lire l'abscisse des points B , C et D .



L'unité de longueur (de 0 à 1) est partagée en 4 morceaux. Les abscisses seront donc des fractions de dénominateur 4. Il ne reste plus qu'à compter : $B \left(\frac{2}{4} \right)$ ou $B \left(\frac{1}{2} \right)$, $C \left(\frac{3}{4} \right)$ et $D \left(\frac{5}{4} \right)$. Pour B , on peut aussi voir qu'il est pile au milieu de 0 et 1, donc son abscisse peut aussi s'écrire $\frac{1}{2}$...

■ **EXERCICE** : Lire l'abscisse du point E sur la demi-droite graduée ci-dessus, dessinée sur les petits carreaux.

Solution : Il faut faire attention ici car le point E se trouve pile entre 2 petites graduations : il faut donc imaginer que **chaque** graduation est coupée en deux. L'unité de longueur est ainsi partagée en 8 morceaux et le point E se trouve sur le 11^e, d'où $E \left(\frac{11}{8} \right)$.

Oral :
12, 13, 14, 17 p. 66

En classe :
26 p. 67

À la maison :
27, 28, 29, 34 p. 67

II – Comparaison



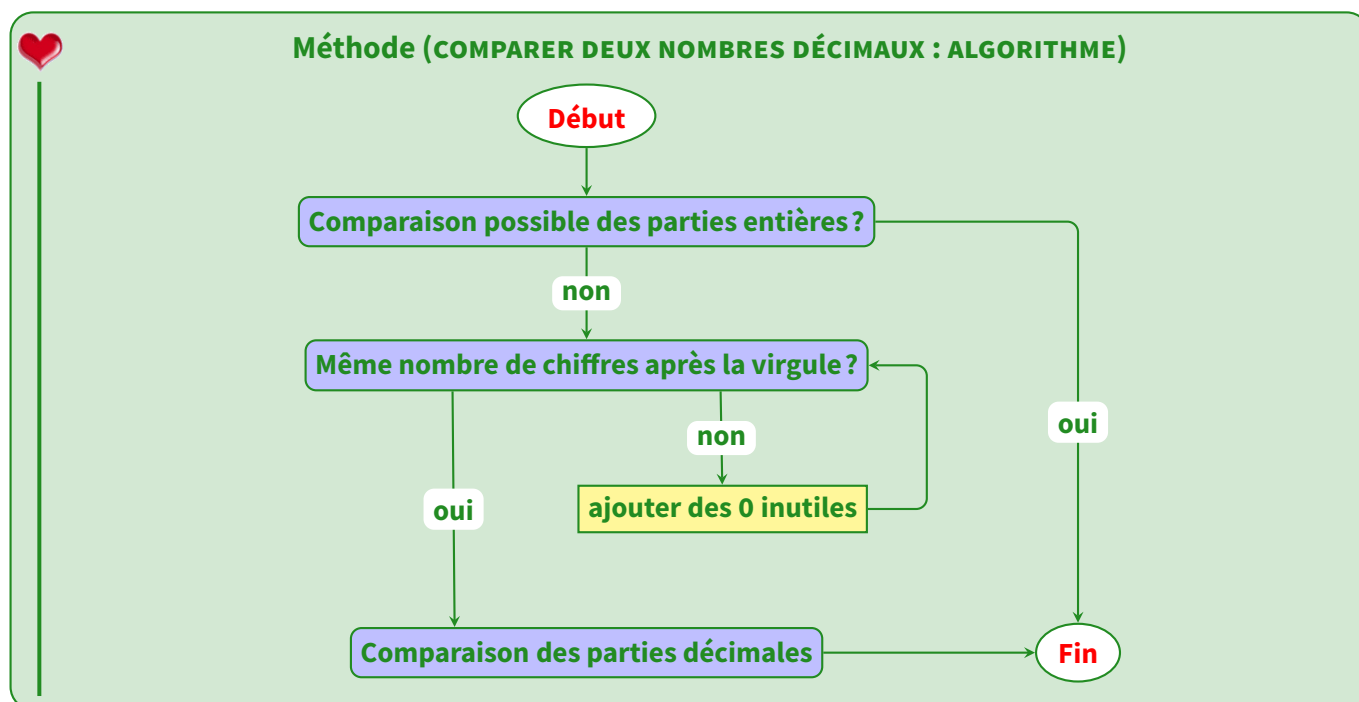
Définition

Comparer deux nombres revient à dire si le premier est inférieur, supérieur ou est égal au deuxième.

Notations : a et b désignent deux nombres décimaux quelconques.

- ◇ $a < b$ → a est **inférieur à** b : par exemple $1,8 < 2$
- ◇ $a > b$ → a est **supérieur à** b : par exemple $10 > 7,5$
- ◇ $a = b$ → a est **égal à** b : par exemple $93,440 = 93,44$

Comment faire pour comparer deux nombres décimaux ?



Exemples :

- ◇ $12,9 > 7,45$
- ◇ $26,34 < 32,12$
- ◇ $1,34 > 1,27$
- ◇ $98,20 > 98,14$ car $20 > 14$.

■ **EXERCICE** : Pour chacun des exemples ci-dessus, trouve le chemin de la méthode correspondant.

Solution :

- ◇ Pour $12,9 < 7,45$: début → oui → fin,
- ◇ Pour $26,34 < 32,12$: début → oui → fin,
- ◇ Pour $1,34 > 1,27$: début → non → oui → fin,
- ◇ Pour $98,2 > 98,14$: début → non → non → oui → fin.

Oral :
30, 31 p. 16

En classe :
69 p. 19

À la maison :
70, 71 p. 19

III – Ranger, encadrer ou intercaler des nombres



Définitions

Ranger une liste de nombres dans :

- l'**ordre croissant** signifie les écrire du plus petit au plus grand, en utilisant le symbole « < ».
- l'**ordre décroissant** signifie le contraire. On utilise alors le symbole « > ».

Exemple : Si l'on considère les nombres 20, 12 - 22, 3 - 17, 3 et 22, 22, alors :

- un rangement dans l'ordre croissant donne : $17,2 < 20,12 < 22,22 < 22,3$.
- un rangement dans l'ordre décroissant donne : $22,3 > 22,22 > 20,12 > 17,2$.

■ **EXERCICE** : Ranger dans l'ordre croissant puis décroissant les nombres suivants : 8, 5 - 6, 23 - 12, 15 - 8, 7 - 6, 4.

Solution :

Ordre croissant : $6,23 < 6,4 < 8,5 < 8,7 < 12,15$.

Ordre décroissant : $12,15 > 8,7 > 8,5 > 6,4 > 6,23$.



Remarque

L'expérience prouve que certains élèves savent ranger correctement les nombres mais ne tiennent pas compte, volontairement ou non, de l'obligation d'utiliser les symboles < et >. La même erreur aux évaluations fera donc logiquement perdre des points...

Oral :
17 p. 15

En classe :
18 p. 15

À la maison :
19, 20 p. 15 + 72 p. 19



Définitions

Donner un **encadrement** d'un nombre revient à déterminer deux autres nombres : l'un inférieur au nombre de départ et l'autre supérieur. La soustraction de ces deux nombres donne l'**amplitude**.

Exemples : Encadrer 17,8 par deux autres nombres signifie le « coincer » entre ces deux nombres, par exemple

$17,5 < 17,8 < 20$: on dit que **17,8 est encadré par 17,5 et 20**.

On demande souvent d'encadrer un nombre par **deux entiers consécutifs** (= qui se suivent), il faut alors trouver l'entier (= nombre sans virgule) qui est juste en-dessous du nombre et celui juste au-dessus :

$17 < 17,8 < 19$: on dit que **17,8 est encadré par 17 et 18**.



Définition

Intercaler un nombre revient au contraire à le coincer entre deux autres nombres donnés.

Exemple : Si l'on demande d'intercaler un nombre entre 5 et 10, on va écrire par exemple $5 < 7 < 10$: on a bien intercalé 7 entre 5 et 10.

■ **EXERCICE** : Intercaler au moins deux nombres entre 9,1 et 9,3.

Solution : On peut écrire : $9,1 < \underline{9,20} < \underline{9,25} < 9,3$. Ne pas oublier qu'on peut utiliser les zéros inutiles appris dans le chapitre n°1 p. 6!

Oral :
35, 36 p. 16

En classe :
73 p. 19

À la maison :
75, 76 p. 19

Problème ouvert : 79 p. 72 / Tâche complexe : 112 p. 25

I – Tableau d’effectifs



Définition

Un **tableau d’effectifs** permet d’organiser et de regrouper les données afin de les lire plus facilement : on compte le nombre de fois qu’apparaît chaque valeur.

■ **EXERCICE** : Voici le tableau des médailles obtenues par les six premières nations lors des JO de Pékin :

	Or	Argent	Bronze	Total
Chine	51	21	28	100
U.S.A.	36	38	36	110
Russie	23	21	28	72
France	7	16	17	40
Espagne	5	10	3	18
Suisse	2	0	4	6

Compléter ce tableau puis répondre aux questions suivantes :

1. Qui a remporté le plus de médailles ? les U.S.A.
2. Qui a remporté le plus de médailles d’or ? la Chine
3. Qui a remporté le plus de médailles d’argent ? les U.S.A.
4. Qui a remporté le moins de médailles de bronze ? l’Espagne
5. Combien les pays européens de ce classement ont-ils remporté de médailles en tout ? $40 + 18 = 58$



Définition

Le tableau ci-dessus est appelé **tableau à double entrée** car il permet de présenter deux grandeurs : pays + type de médailles. On aurait pu choisir genre (fille ou garçon) + niveau...

Oral :
7, 8, 9, 12 p. 100

En classe :
2 p. 97 + 14, 18 p. 101 + 20 p. 102

À la maison :
3 p. 97 + 15, 16, 17, 19 p. 101 + 21 p. 102

II – Représentations graphiques

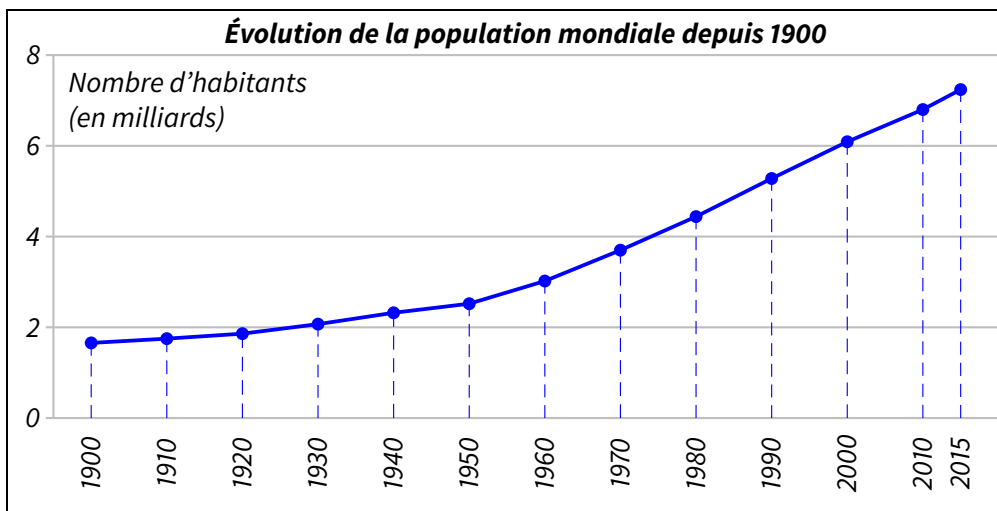
1. Graphique cartésien



Définitions

Dans un graphique cartésien, on représente une grandeur en fonction d’une autre à l’aide d’une courbe. En classe de 6^e, nous ne ferons que de la lecture graphique sur ce type de représentation.

Exemple : Voici un graphique (cartésien) donnant l'évolution de la population mondiale depuis 1900 :



■ **EXERCICE** : À l'aide du graphique ci-dessus, répondre aux questions suivantes :

1. Quelle était la population mondiale approximative en 1930 ? environ 2 milliards d'habitants
2. Quelle était la population mondiale approximative en 2000 ? environ 6 milliards d'habitants
3. Vers quelle année a-t-on dépassé les 3 milliards d'habitants ? vers 1960
4. Quelqu'un a-t-il une idée de la population mondiale en 2050 ? 9,73 milliards en moyenne !

Oral :
11 p. 100

En classe :
—

À la maison :
28 p. 103

2. Diagramme en bâtons



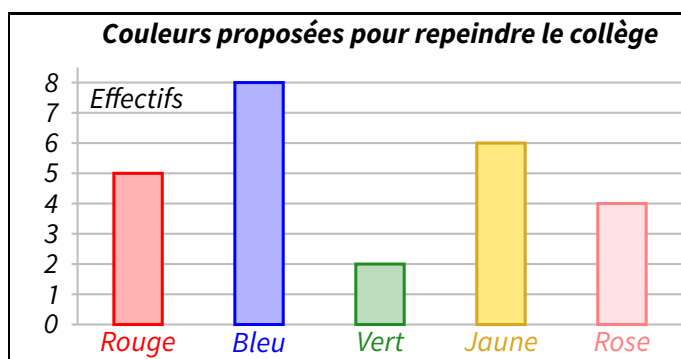
Définition

Dans un **diagramme en bâtons**, la hauteur de chaque bâton est proportionnelle à l'effectif de la valeur qu'il représente.

Exemple : On a demandé à des élèves au hasard de quelle couleur ils voudraient que le collège soit repeint. Voici les résultats :

Couleur	Rouge	Bleu	Vert	Jaune	Rose
Effectif	5	8	2	6	4

Voici le diagramme en bâtons correspondant à cette statistique :





Remarques

- Dans un tel diagramme, la largeur des bâtons n'a pas d'importance, il faut juste qu'ils ne soient pas collés les uns aux autres...
- En revanche, ce qui est obligatoire **pour tous les graphiques**, c'est de mettre un titre et d'indiquer à quoi chaque axe correspond, surtout s'il peut y avoir ambiguïté.

■ **EXERCICE** : À l'aide du diagramme ci-dessus, répondre aux questions suivantes :

1. Quel était le nombre total d'élèves interrogés? $5 + 8 + 2 + 6 + 4 = 25$ élèves
2. De quelle couleur sera repeint le collège? apparemment en bleu...
3. Combien d'élèves ont choisi le rouge ou le rose? $5 + 4 = 9$ élèves

Oral :
10 p. 100

En classe :
23 p. 102

À la maison :
22, 24 p. 102

3. Diagramme circulaire/semi-circulaire



Définition

Dans un **diagramme circulaire** (ou **diagramme semi-circulaire**), chaque valeur est représentée par une part de disque (ou demi-disque) proportionnelle à son effectif.

Exemple : La famille d'un élève dépense 1 200 € chaque mois, selon les proportions suivantes :

Type	Logement	Transport	Nourriture	Vêtements	Énergie	Loisirs	Total
Dépense	20 %	15 %	40 %	7 %	11 %	7 %	100 %
Angle	72°	54°	144°	25°	40°	25°	360°

) ×3,6



Remarque

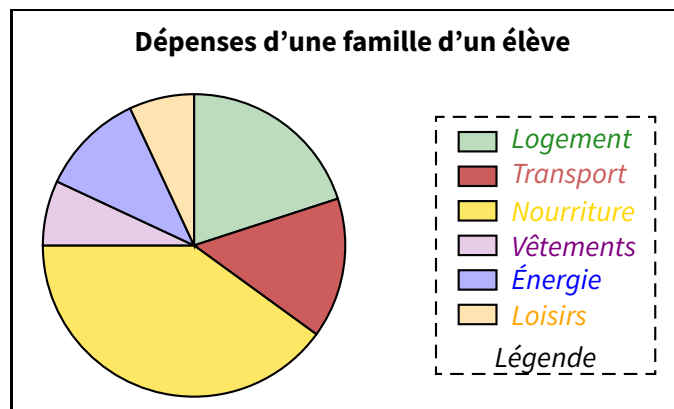
Pour l'explication du lien permettant de passer d'une ligne à l'autre, on se référera au chapitre n°16 page 52.



Méthode (CONSTRUIRE UN DIAGRAMME CIRCULAIRE)

1. On complète le tableau des pourcentages en y ajoutant une ligne « Angles » et une colonne « TOTAL ».
2. On trace un cercle (quelle que soit sa taille) et un premier rayon vertical ;
3. On construit l'angle pour la 1^{re} catégorie du tableau (ici "Logement") : cela donne un 2^e rayon ;
4. À partir de ce nouveau rayon, on trace l'angle correspondant à la catégorie suivante ; on répète les étapes 3 et 4 jusqu'à l'avant-dernière catégorie ;
5. L'angle restant doit correspondre à la mesure de la dernière catégorie (ici 25° pour les "Loisirs").

Exemple : On a tracé le diagramme circulaire qui correspond au tableau de l'exemple ci-dessus :





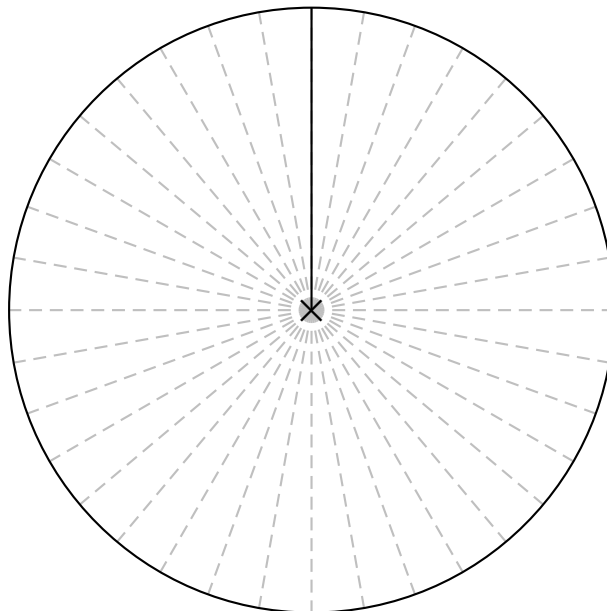
Remarques

- Pour ce graphique, encore plus que pour les autres, il faut impérativement dire « qui est qui », soit en écrivant dans les portions, soit en écrivant à l'extérieur des portions (on peut aussi faire un mix des deux), ou alors on choisit de faire une légende comme ici. D'autres informations peuvent évidemment apparaître : on aurait par exemple pu rajouter les pourcentages à l'intérieur des portions ou à côté des catégories dans la légende.
- Il n'y aura pas toujours les % dans le tableau, on ne pourra donc pas toujours utiliser le lien " $\text{pourcent} \times 3,6 = \text{angle}$ ". Si ce sont les effectifs qui sont donnés, le total sera fait de sorte qu'un lien vers les angles puisse facilement être trouvé (par exemple, si le total des effectifs vaut 120, alors on fera $120 \times 3 = 360$ pour passer à la ligne des angles).

■ **EXERCICE** : Dans un club, la répartition des sports est la suivante :

Sport	Basket	Foot	Hand	Rugby	Volley	Total
Nombre (en %)	15	35	20	20
Angle (en °)

1. Complète le tableau ci-dessus.
2. Complète le diagramme circulaire ci-dessous correspondant à cette répartition, sachant qu'il est gradué tous les 10° (= deux traits en pointillés qui se suivent forment un angle de 10°) :



Oral :
13 p. 100

En classe :
5 p. 99

À la maison :
6 p. 99 + 25 p. 102

Problème ouvert : 50 p. 107 / Tâches complexes : 56, 57 p. 109

ANGLES

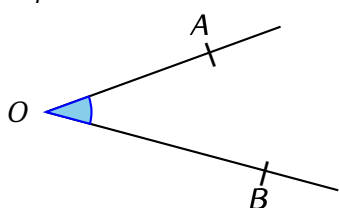
I – Notion d'angle



Définitions

Un **angle** est défini par l'ouverture de deux demi-droites de même origine. Cette origine commune s'appelle **sommet** de l'angle et les deux demi-droites s'appellent **côtés** de l'angle.

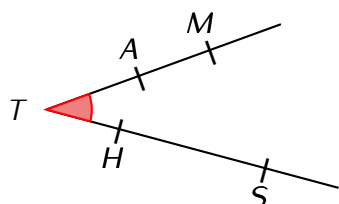
Exemple :



Le point O est le sommet de l'angle bleu. Les demi-droites $[OA)$ et $[OB)$, d'origine commune O , sont les deux côtés de l'angle bleu.

Notation : Cet angle bleu se note \widehat{AOB} ou \widehat{BOA} .

EXERCICE :



Quels sont tous les noms de l'angle rouge ?

Solution : \widehat{MTS} , \widehat{MTH} , \widehat{ATS} , \widehat{ATH} , \widehat{STM} , \widehat{STA} , \widehat{HTM} et \widehat{HTA} .

Qu'ont-ils tous en commun ?

Solution : Le point T se trouve au milieu !

Oral :
13, 14, 15, 16 p. 116

En classe :
24 p. 117

À la maison :
25, 26 p. 117



Définition

Le **degré** est l'unité de mesure des angles au collège. Les plus connus sont :

Angle	nul	aigu	droit	obtus	plat
Mesure	0°	entre 0° et 90°	90°	entre 90° et 180°	180°

Oral :
17 p. 116

En classe :
—

À la maison :
28, 29 p. 117

II – Utiliser le rapporteur : mesurer un angle

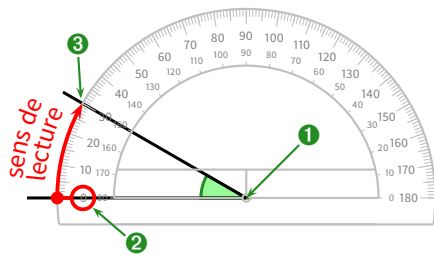


Méthode (MESURER UN ANGLE)

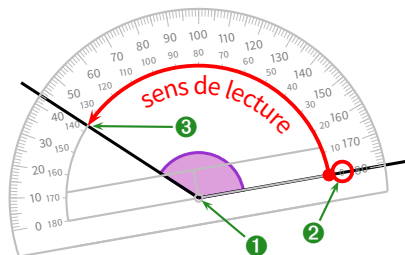
- On place le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle à mesurer ;
- On place l'un des deux zéros sur un côté de l'angle de sorte que l'autre côté passe par une graduation du rapporteur ;
- On lit la mesure de l'angle sur l'autre côté, *en partant du zéro placé.*

Exemples :

Angle aigu



Angle obtus



Oral :
18, 19 p. 117

En classe :
32 p. 117 + 34 p. 118

À la maison :
33, 35, 36, 37 p. 118

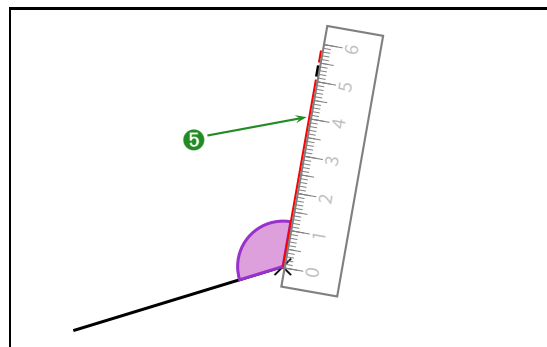
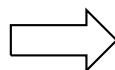
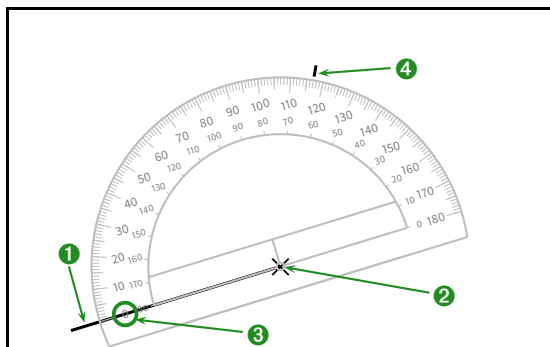
III – Utiliser le rapporteur : construire un angle



Méthode (CONSTRUIRE UN ANGLE)

1. On construit un côté de l'angle avec son sommet;
2. On place le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle;
3. On place l'un des deux zéros sur le côté tracé de l'angle;
4. On marque la graduation en comptant à partir du zéro placé;
5. On relie à la règle le sommet et la petite marque.

Exemple : Pour construire un angle de 117° , on procède de la manière suivante :



Oral :

—

En classe :
7, 9 p. 115 + 43 p. 119

À la maison :
8, 10, 11 p. 115 + 44 p. 119



Remarque

Nous verrons au chapitre n° 15 (p. 48) les "triangles" (tri-angles : trois angles), et notamment comment les construire en utilisant en particulier le rapporteur.

Problème ouvert : 73 p. 123 / Tâches complexes : 84 p. 125

MULTIPLICATION

I – Bases à connaître



Définitions

La multiplication de deux nombres s'appelle un **produit**. Les deux nombres utilisés dans la multiplication sont appelés **facteurs**.

Exemple : $5,6 \times 4,2 = 23,52$ (en bleu les facteurs; en rouge le produit). On peut dire que le produit des nombres 5,6 et 4,2 donne 23,52 (le produit est un nombre) ou la multiplication des nombres 5,6 par 4,2 est égale à 23,52 (la multiplication est une opération).



Propriété

On peut modifier l'ordre des facteurs dans un produit.

Exemple : $4 \times 1,8 \times 5 = 4 \times 5 \times 1,8 = 20 \times 1,8 = 36$. On a échangé les facteurs 1,8 et 5 afin de nous simplifier la tâche en calculant ainsi de gauche à droite (qui est la technique la plus répandue en calcul mental).

Oral :
18, 19, 24

En classe :
41 p. 36

À la maison :
13, 14 p. 33

II – Poser une multiplication

Méthode (POSER UNE DIVISION DÉCIMALE ($25,1 \times 4,23$))

- On pose l'opération en colonne, virgule alignée ou non.
- On compte le nombre *total* de chiffres après la virgule dans les facteurs (ici, il y en a 3) : à retenir pour l'étape 4...
- On calcule les multiplications intermédiaires sans oublier les retenues, comme si les virgules des facteurs avaient disparu, puis on additionne les résultats intermédiaires.
- On place la virgule au produit : il faut 3 chiffres après la virgule (voir étape 2).

$$\begin{array}{r}
 25,1 \\
 \times 4,23 \\
 \hline
 753 \\
 502 \cdot \\
 1004 \cdot \cdot \\
 \hline
 106,173
 \end{array}$$



Remarques

- Il est fortement conseillé d'utiliser les ordres de grandeur (explications en AP, si au moins un élève pense à la demander!) pour prévoir à peu près le résultat : $25,1 \times 4,23 \approx 25 \times 4 = 100$, on sait donc que le résultat doit être proche de 100!
- Des fois, quand on multiplie par un nombre à virgule, le produit n'est pas forcément plus grand : $20 \times 0,8 = 16$, et $16 < 20$!
- Certains élèves ont appris à mettre des "0" au lieu des "." pour matérialiser le décalage à chaque résultat intermédiaire. L'un comme l'autre sont corrects, et le professeur saura de toute manière comprendre!
- Sachant que la calculatrice ne peut pas être interdite à la maison, il est judicieux de l'utiliser pour vérifier les résultats. Cependant, la technique doit être connue car la calculatrice risque d'être refusée le jour de l'évaluation...

Oral :

–

En classe :
43 p. 35 + 53 p. 36

À la maison :
54, 55, 47 p. 36

III – Multiplier par 10, 100 ou 1 000



Propriétés

Multiplier par :

- ◇ 10 revient à déplacer la virgule d'un rang vers la droite (ou ajouter un 0).
- ◇ 100 revient à déplacer la virgule de deux rangs vers la droite (ou ajouter deux 0).
- ◇ 1 000 revient à déplacer la virgule de trois rangs vers la droite (ou ajouter trois 0).

Exemples :

$$20,16 \times 100 = 2\,016$$

$$93 \times 100 = 9\,300$$

$$2\,016 \times 1\,000 = 2\,016\,000$$

$$0,93 \times 1\,000 = 930$$

$$201,6 \times 1\,000 = 201\,600$$

$$201\,600 \times 10 = 2\,016\,000$$

Oral :

En classe :

39 p. 35 + 7 p. 31

À la maison :

8, 10 p. 31 + 41 p. 35

IV – Priorités opératoires



Propriétés

- ◇ Les calculs entre parenthèses doivent toujours être effectués d'abord (même s'ils sont à la fin du calcul) ;
- ◇ Les multiplications sont prioritaires sur les additions et les soustractions.
- ◇ « En mathématiques, quand on n'utilise pas quelque chose, on le recopie au même endroit. »

En effet, en 6^e, il est grand temps d'apprendre qu'on ne calcule plus forcément de gauche à droite, mais que certaines opérations ont automatiquement la priorité sur d'autres ! **On prendra donc l'habitude de toujours souligner le calcul prioritaire afin d'éviter les erreurs inutiles !**

Exemples :

- $(5 + 3) - 6 = 8 - 6 = 2$. • $12 - (8 - 5) = 12 - 3 = 9$. • $4 \times 5 + 3 = 20 + 3 = 23$.
- $2 \times 3 + 4 \times 6 = 6 + 4 \times 6 = 6 + 24 = 30$ (et surtout pas $2 \times 3 + 4 \times 6 = 6 + 4 \times 6 = 10 \times 6 = 60$!)
- $4 + 5 \times 3 = 4 + 15 = 19$ (et surtout pas $4 + 5 \times 3 = 9 \times 3 = 27$!)
- $(4 + 2) \times (1 + 7) = 6 \times (1 + 7) = 6 \times 8 = 48$.



ATTENTION !!!

On rencontre souvent à la sortie de l'école primaire des élèves qui savent correctement calculer dans leur tête, mais qui écrivent à l'écrit tout ce qui se passe dans leur tête : $2 \times 3 + 4 \times 6 = 6 = 6 + 4 \times 6 = 24 = 6 + 24 = 30$.

Ceci s'appelle un **défaut de rédaction**, et risque de faire perdre des points lors des évaluations, il faut donc vite corriger cette erreur en apprenant bien la leçon.

Oral :
29 p. 34

En classe :
60, 62 p. 37

À la maison :
61, 63, 64, 65, 66, 68 p. 37



Remarque

Comme pour les additions et soustractions, on peut également utiliser les **ordres de grandeur** pour les multiplication, toujours afin de prévoir à peu près le résultat. C'est d'autant plus intéressant pour une multiplication car certains élèves ont tendance à oublier de placer la virgule finale à la fin de leur calcul posé...

Problème ouvert : 90 p. 41 / Tâches complexes : 103, 104 p. 43

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

I – Définitions

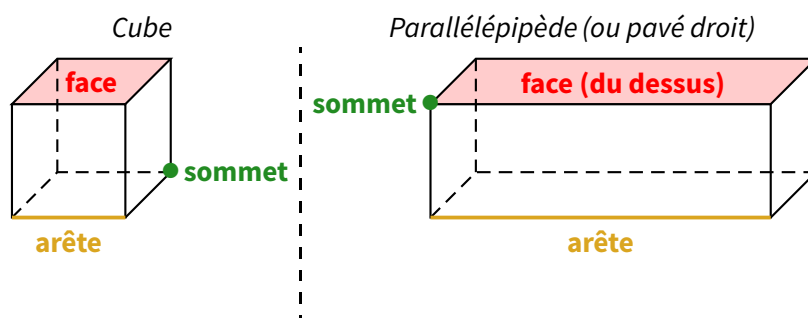


Définitions

Ce que l'on peut dessiner sur une feuille est en 2 dimensions, on appelle cela des **figures planes**. En revanche, les objets que l'on peut réellement toucher sont appelés **solides de l'espace**.

Un **parallélépipède rectangle** (aussi appelé **pavé droit**) est un solide de l'espace dont les **faces** sont des rectangles superposables deux à deux. Les faces se coupent en des segments appelés **arêtes**. Les arêtes se coupent elles-mêmes en des points appelés **sommets**.

Exemple :

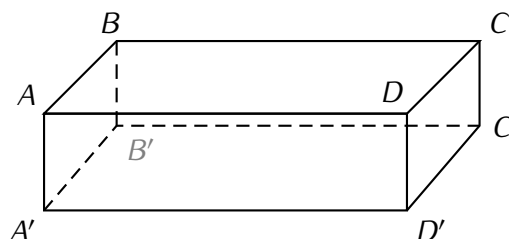
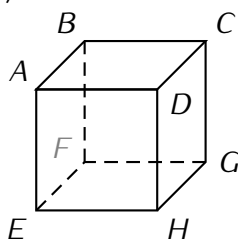


Remarques

- On ne peut pas vraiment parler de longueur, largeur, hauteur, profondeur ou même base, car cela dépend de la représentation du pavé. On adoptera en général un vocabulaire qui rend compte de ce que l'on « voit ».
- Le **cube** est un parallélépipède particulier : celui où toutes les faces sont des carrés.

■ EXERCICE :

1. Dans chacun des parallélépipèdes suivants, faire la liste des faces (rectangles), des arêtes (segments) et des sommets (points) :



2. Dans le parallélépipède $ABCDEFGH$ ci-dessus,
 - a. Nommer deux faces contenant l'arête $[AB]$.
 - b. Nommer trois arêtes contenant le sommet C .
 - c. Nommer deux arêtes parallèles.
 - d. Nommer quatre arêtes de même longueur.

Solution :

1. **Cube :**

Faces : $ABCD$ (dessus), $EFGH$ (dessous), $ABFE$ (gauche), $CDHG$ (droite), $ADHE$ (avant) et $BCGF$ (arrière).

Arêtes : $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$ (arêtes du dessus), $[EF]$, $[FG]$, $[GH]$, $[HE]$ (arêtes du dessous) et $[AE]$, $[BF]$, $[CG]$, $[DH]$ (**arêtes latérales** [= de côté]).

Sommets : A , B , C , D , E , F , G et H .

Parallélépipède :

Faces : $ABCD$ (dessus), $A'B'C'D'$ (dessous), $ABB'A'$ (gauche), $CDD'C'$ (droite), $ADD'A'$ (avant) et $BCC'B'$ (arrière).

Arêtes : $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$ (arêtes du dessus), $[A'B']$, $[B'C']$, $[C'D']$, $[D'A']$ (arêtes du dessous) et $[AA']$, $[BB']$, $[CC']$, $[DD']$ (arêtes latérales).

Sommets : A , B , C , D , A' , B' , C' et D' .

2. a. $ABCD$ et $ABB'A'$;

b. $[BC]$, $[CC']$ et $[CD]$;

c. $[AD]$ et $[A'D']$, mais pourquoi pas aussi $[BC]$? d. $[AD]$, $[A'D']$, $[BC]$ et $[B'C']$.

Oral :

11, 12, 14, 16, 17 p. 168 + 28 p. 170

En classe :

2 + 23 p. 169 p. 163

À la maison :

3 p. 163 + 24, 25 p. 169 + 29 p. 170

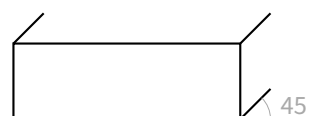
II – Représentation en perspective cavalière

Pour représenter un solide de l'espace (comme le dessiner sur une feuille plate par exemple), plusieurs règles sont à maîtriser afin que tout le monde ait une figure à peu près semblable. On va expliquer comment dessiner un parallélépipède en perspective cavalière :

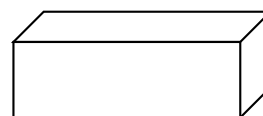
1. La face avant est représentée en grandeur réelle (ou à une certaine échelle si elle est vraiment trop grande).



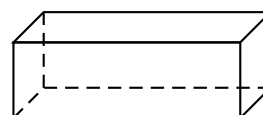
2. Les 3 **arêtes fuyantes** visibles (= celles qui vont vers l'arrière) sont toutes dessinées **parallèlement**, avec un angle compris entre 30° et 45° . Elles sont représentées plus courtes qu'en réalité (environ la moitié, à cause de l'impression d'éloignement).



3. Les arêtes visibles de la face arrière sont ensuite dessinées en trait plein (il y en a en général 2).



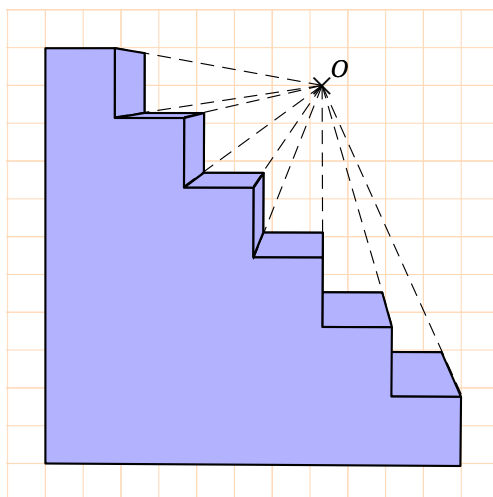
4. Enfin, les arêtes cachées sont dessinées parallèlement aux autres, en pointillés.



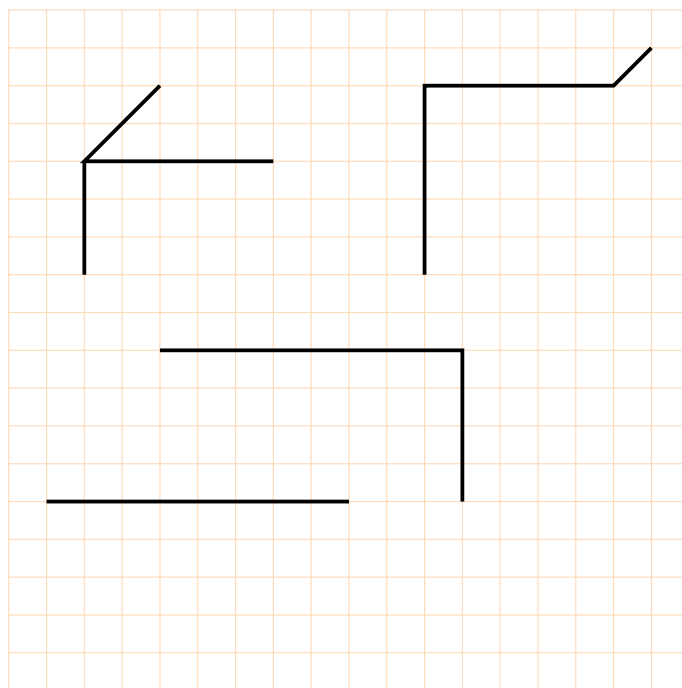
Remarques

- Les segments parallèles **et** de même longueur dans la réalité restent parallèles et de même longueur sur un dessin en perspective cavalière.
- Les angles ne sont pas toujours respectés sur un dessin en perspective cavalière, seulement sur la face avant et la face arrière (voir les angles droits).

- Ces conventions sont différentes de ce que l'on peut voir en réalité : lorsqu'on dessine un escalier tel qu'on le voit, on utilise la perspective dite « **à un point de fuite** », où toutes les arêtes fuyantes sont sécantes en un point unique (le point de fuite), et non parallèles :



■ **EXERCICE** : Compléter les dessins en perspective cavalière des parallélépipèdes suivants :



Oral :
15 p. 168

En classe :
5 p. 165

À la maison :
6 p. 165 + 33, 34 p. 170

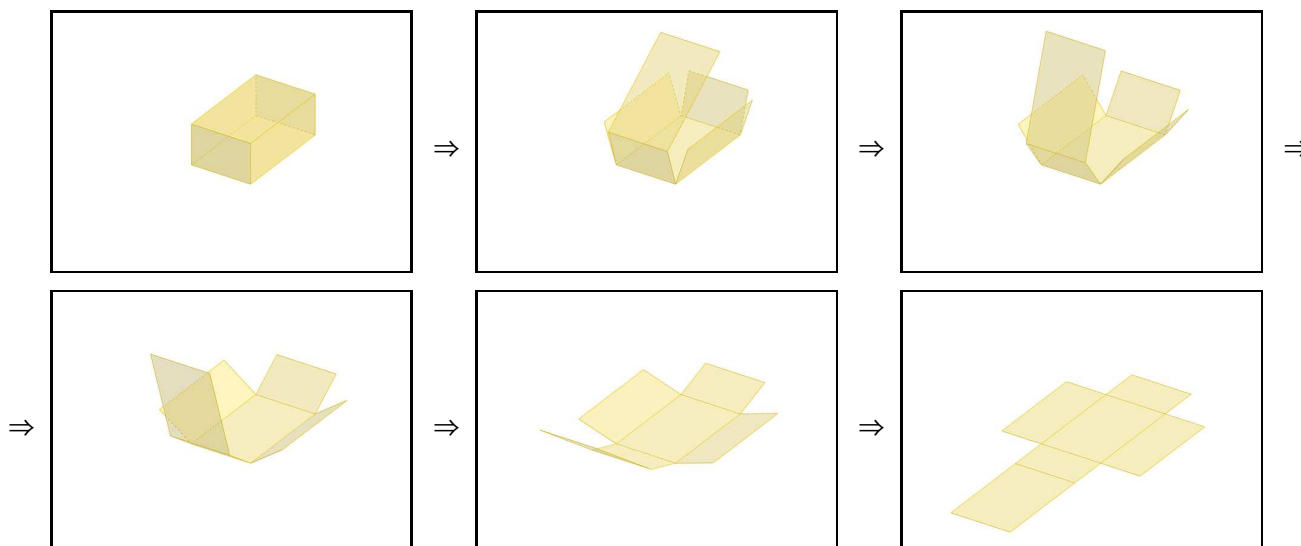
III — Patron d'un parallélépipède



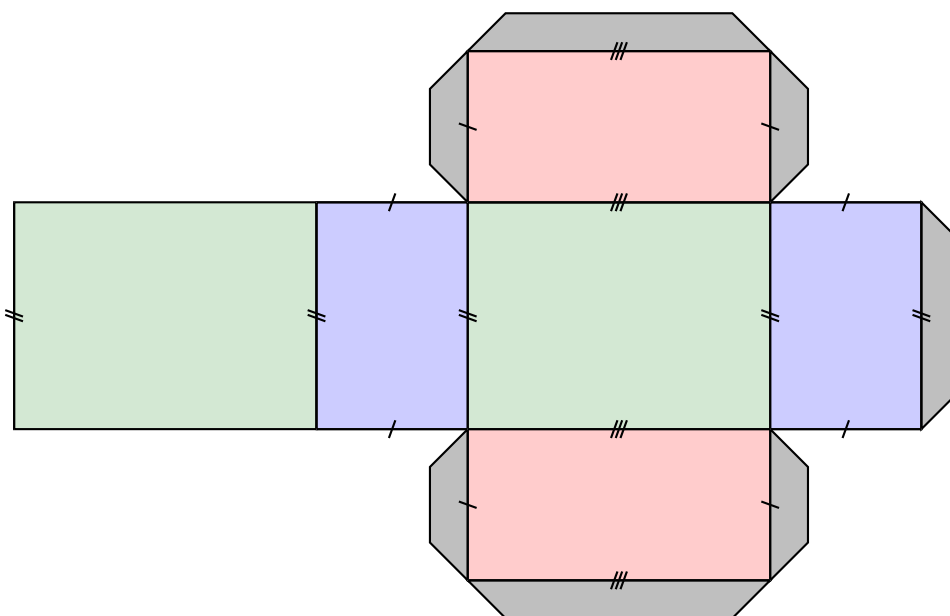
Définition

Le patron d'un solide de l'espace est une figure plane, qui après découpage et pliage, permet d'obtenir ce solide. On peut aussi le voir comme le solide « déplié » afin de le poser à plat.

Exemple : Voici ce que l'on observe en "dépliant" le parallélépipède :

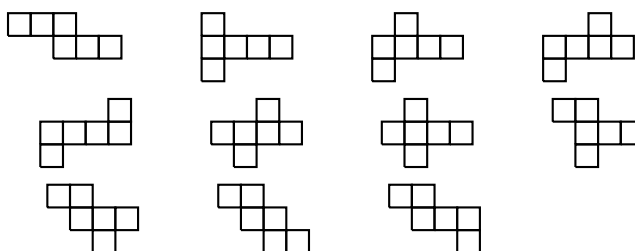


Le patron à dessiner sur la feuille ressemblera donc à ceci :



Remarques

- Pour la construction, on aura besoin de languettes qui permettront au solide de tenir ! Les languettes ne font pas partie du patron !
- Dans le patron d'un pavé droit, les faces (rectangles, il y en a 6) vont toujours par 2.
- Il existe plusieurs patrons différents pour un même parallélépipède. Par exemple, il existe 11 patrons différents pour un cube :



Oral :
13 p. 168

En classe :
-

À la maison :
36, 37 p. 171

Problème ouvert : 73 p. 175 / Tâche complexe : 83 p. 177

DIVISION

I – Définitions et rappels



Définitions

La division de deux nombres s'appelle un **quotient**. Les deux nombres utilisés dans la division sont appelés **dividende** (c'est celui que l'on divise) et **diviseur** (c'est celui par lequel on divise). Lorsqu'on fait une **division euclidienne** (= division sans virgule), il y a aussi un **reste**.

Exemple : La division euclidienne de 2016 par 5 donne un quotient de 403, et il reste 1 :

$$\begin{array}{r|l} \overline{2016} & 5 \\ - 20 & 403 \\ \hline 01 & \\ - 0 & \\ \hline 16 & \\ - 15 & \\ \hline 1 & \end{array}$$



Remarques

- Lorsqu'on pose une division euclidienne, on s'arrête lorsqu'il n'y a plus de chiffre à abaisser.
- La division (si elle tombe juste) est l'opération inverse de la multiplication car $2015 \div 5 = 403$ peut s'écrire $403 \times 5 = 2015$.
- Mentalement, « $\div 2$ » revient à prendre la moitié; « $\div 4$ » revient à diviser deux fois de suite par 2.



Propriété

La calcul en ligne qui correspond à une division euclidienne est :

$$\text{dividende} = \text{diviseur} \times \text{quotient} + \text{reste.}$$

Pour notre division, on écrira donc $2016 = 5 \times 403 + 1$.







Remarques

- Dans un problème, il faudra donc que la division soit posée, mais il faut aussi écrire le résultat en ligne.
- On n'écrit pas par exemple " $2016 \div 5 = Q = 403; R = 1$ " ou " $2016 \div 5 = 403$ reste 1". Il n'y a qu'un seul moyen d'écrire le calcul en ligne!



À la calculatrice

- ◇ Pour faire une division classique, on appuie sur la touche .
- ◇ La calculatrice essaye de toujours donner le résultat sans virgule. Si elle affiche une fraction, il faudra alors appuyer sur  pour obtenir le quotient décimal.
- ◇ Pour faire une division **euclidienne**, on tape à la place   : la calculatrice affichera donc le quotient et le reste!



ATTENTION !!!

Dans une division, on ne peut pas échanger le dividende et le diviseur afin de diviser le plus grand nombre par le plus petit : en effet, $4 \div 2 = 2$, mais $2 \div 4 = 0,5$!! Il ne faut pas hésiter à utiliser la calculatrice pour vérifier le résultat!

Oral :
13, 14, 15, 19, 21, 22, 23 p. 50

En classe :
35 p. 51 + 4 p. 47

À la maison :
33 p. 51 + 29, 30, 40 p. 51

II – Poser une division décimale

1. La division s'arrête

Pour diviser par exemple 14,55 par 6, la méthode est la même que pour une division sans virgule, à une exception près : **dès que l'on abaisse le premier chiffre après la virgule du dividende (même si c'est un zéro inutile), il faut placer une virgule au quotient.** S'il n'y a plus de chiffres à abaisser, on continue avec des zéros inutiles jusqu'à ce qu'on tombe sur un reste nul.

Donc $14,55 \div 6 = 2,425$.

$$\begin{array}{r} \overline{) 14,55} \\ \underline{- 12} \\ 25 \\ \underline{- 24} \\ 18 \\ \underline{- 18} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 6 \\ \hline 2,43 \end{array}$$

Oral :
25, 26 p. 51

En classe :
7 p. 49 + 50, 51 p. 52

À la maison :
8, 9 p. 49 + 56, 58, 60 p. 53

2. La division ne s'arrête pas

Ce n'est pas beaucoup plus compliqué qu'une division décimale qui s'arrête, mais il faut être bien concentré... Il faut déjà avoir abaissé tous les chiffres au minimum, et on fait ça dans la couleur habituelle (bleue sur le papier et noir dans ce cours), ce n'est qu'à partir du moment où on est obligé de baisser des zéros inutiles que ça devient intéressant !

À partir de ce moment-là seulement, on change de couleur (le vert) et on s'arrête lorsqu'on tombe sur un reste déjà rencontré dans cette nouvelle couleur (ici 20) : tous les chiffres suivants se déduisent donc par simple répétition !

On a continué ici un rang supplémentaire dans une troisième couleur (le rouge) pour bien montrer que le chiffre suivant au quotient est le même que le premier écrit en vert. Il n'est donc pas utile de continuer...

Donc $123,4 \div 7 = 17,6285714285714\dots$

$$\begin{array}{r} \overline{) 123,4} \\ \underline{- 7} \\ 53 \\ \underline{- 49} \\ 44 \\ \underline{- 42} \\ 20 \\ \underline{- 14} \\ 60 \\ \underline{- 56} \\ 40 \\ \underline{- 35} \\ 50 \\ \underline{- 49} \\ 10 \\ \underline{- 7} \\ 30 \\ \underline{- 28} \\ 20 \\ \underline{- 14} \\ 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} 7 \\ \hline 17,62857142 \end{array}$$



ATTENTION !!!

La calculatrice n'a pas une place d'affichage illimitée, elle ne peut afficher qu'un certain nombre de chiffres. Par conséquent, elle arrondira nécessairement le dernier, donc attention aux pièges !

On peut bien sûr donner un résultat arrondi (voir chapitre n° 7 page 6), surtout si c'est demandé dans l'énoncé :

$$\begin{array}{l} 123,4 \div 7 \approx 18 \quad | \quad 123,4 \div 7 \approx 17,6 \quad | \quad 123,4 \div 7 \approx 17,63 \quad | \quad 123,4 \div 7 \approx 17,629 \\ \text{(arrondi à l'unité)} \quad | \quad \text{(arrondi au dixième)} \quad | \quad \text{(arrondi au centième)} \quad | \quad \text{(arrondi au millième)} \end{array}$$

En classe :
Quel est le 20^e chiffre après la virgule de $2016 \div 13$?

À la maison :
Quel est le 10^e chiffre après la virgule de $20,5 \div 7$?

III – Multiples et diviseurs

1. Définitions



Définitions

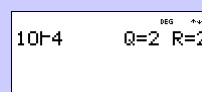
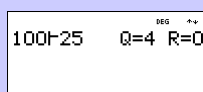
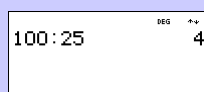
Lorsqu'un nombre b se trouve dans la table de multiplication d'un autre nombre a , on dit que :
 b est un **multiple** de a ; b est **divisible** par a ; a est un **diviseur** de b .

Exemple : Puisque 12 est dans la table de 4, on peut indifféremment dire que 12 est un multiple de 4, ou bien que 12 est divisible par 4, ou encore que 4 est un diviseur de 12.



À la calculatrice

Un nombre x est divisible par y si la division de x par y donne un résultat juste (pas de chiffre après la virgule, voir captures 1 et 3) ou si la division euclidienne de x par y donne un reste nul (voir captures 2 et 4) :



2. Critères de divisibilité



Propriétés

Un nombre est divisible... :

- par 2 s'il est **pair** (= s'il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8).
- par 3 si la **somme de ses chiffres** est dans la table de 3.
- par 4 si le **nombre constitué de ses deux derniers chiffres** est dans la table de 3.
- par 5 s'il se termine par 0 ou 5.
- par 9 si la **somme de ses chiffres** est dans la table de 9.
- par 10 s'il se termine par 0.

Exemple : Appliquons ces critères au nombre 123 456 789 :

- ▷ 123 456 789 n'est pas divisible par 2 car il est impair.
- ▷ puisque $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$, on peut dire que 123 456 789 est divisible par 3 ($45 = 3 \times 15$) et par 9 ($45 = 9 \times 5$).
- ▷ n'est pas divisible par 4 car 89 n'est pas dans la table de 4.
- ▷ n'est pas divisible par 5 (ni par 10) car il ne se finit pas par un 0 ou un 5.

■ **EXERCICE** : Compléter le tableau suivant en marquant une croix dans la colonne correspondante :

Nombre	Divisible par 2	Divisible par 3	Divisible par 4	Divisible par 5	Divisible par 9	Divisible par 10
748	×		×			
36 545				×		
168	×	×	×			
47						
100	×		×	×		×
240	×	×	×	×		×

Oral :
16, 17, 24 p. 50

En classe :
41 p. 52

À la maison :
42, 44, 45, 48 p. 52

IV – Diviser par 10, 100 ou 1 000

Ces propriétés font écho à celles rencontrées pour la multiplication dans le chapitre n° 5 à la page 33 :



Propriétés

Diviser par :

- ◇ 10 revient à déplacer la virgule d'un rang vers la gauche (ou enlever un 0).
- ◇ 100 revient à déplacer la virgule de deux rangs vers la gauche (ou enlever deux 0).
- ◇ 1 000 revient à déplacer la virgule de trois rangs vers la gauche (ou enlever trois 0).

■ **EXERCICE :** Quels sont les mots qui ont changé par rapport aux mêmes propriétés appliquées à la multiplication ?

Solution : Les mots « droite » et « ajouter » ont été remplacés par « gauche » et « enlever ».

Exemples :

$$201\,700 \div 100 = 2\,017$$

$$2\,010 \div 10 = 201$$

$$2\,017 \div 1\,000 = 2,017$$

$$201,7 \div 100 = 2,017$$

$$1,234 \div 10 = 0,1234$$

$$0,93 \div 1000 = 0,00093$$

Oral :
27 p. 50

En classe :
63 p. 53

À la maison :
64, 66 p. 53

Problème ouvert : 95 p. 57 / Tâches complexes : 106, 107 p. 59

QUADRILATÈRES

I – Rectangle, losange, carré et parallélogramme



Définitions (rappels)

- ◇ Un **rectangle** est un quadrilatère ayant ses quatre angles droits.
- ◇ Un **losange** est un quadrilatère ayant ses quatre côtés de même longueur.
- ◇ Un **carré** est un quadrilatère ayant ses 4 angles droits ET ses 4 côtés de même longueur.

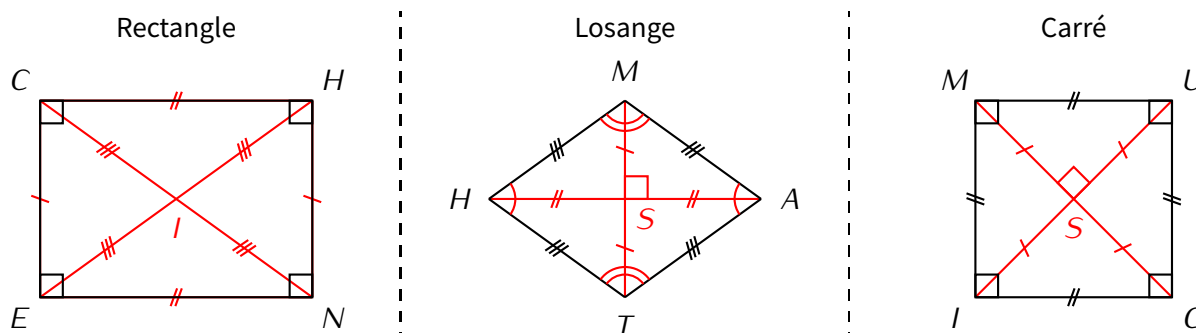
Bien sûr, ce ne sont pas les seules caractéristiques de ces figures : on peut aussi déterminer qu'un quadrilatère est un rectangle, un losange, un carré ou même un parallélogramme (voir plus loin) en utilisant des propriétés sur les angles ou les diagonales :



Propriétés

- Un rectangle a ses deux diagonales de même longueur et sécantes en leur milieu.
- Un rectangle a aussi ses côtés opposés parallèles et de même longueur.
- Un losange a ses deux diagonales perpendiculaires et sécantes en leur milieu.
- Un losange a aussi ses angles opposés de même mesure.
- Enfin, un carré a ses diagonales perpendiculaires, de même longueur et sécantes en leur milieu.

Illustrations :



Remarque

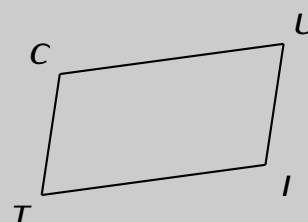
Ces propriétés sont particulièrement utiles pour construire un quadrilatère particulier à partir de ses diagonales !

Par exemple, il est plus simple de construire un losange en traçant d'abord deux segments perpendiculaires qui se coupent en leur milieu et en reliant leurs extrémités...



Définition

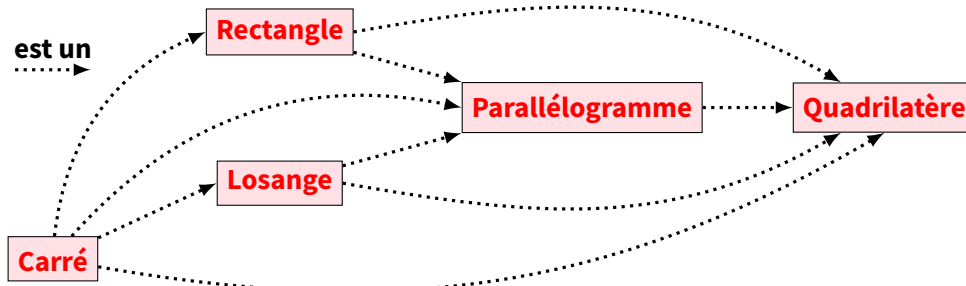
Un **parallélogramme** est un quadrilatère ayant ses côtés opposés parallèles :





ATTENTION !!!

Attention à l'utilisation des propriétés précédentes car elles ne vont que dans un sens (par exemple, un rectangle quelconque n'est pas un carré) :



Oral :
—

En classe :
18 p. 203

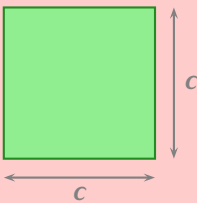
À la maison :
17 p. 203 + 56, 58, 62, 64 p. 207

II – Calculs de périmètres

Voici les formules de périmètres des quadrilatères particuliers :

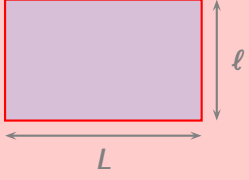
Formules de périmètres

Carré (rappel)



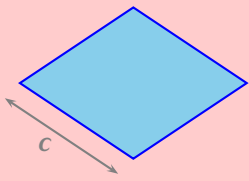
$\mathcal{P} = 4 \times c$

Rectangle (rappel)



$\mathcal{P} = 2 \times (L + l) = 2 \times L + 2 \times l$

Losange



$\mathcal{P} = 4 \times c$



Remarque

Ces formules ne peuvent être utilisées que si l'on dispose des quadrilatères correspondants ! Pour toute autre figure, il est bon de rappeler que son périmètre correspond à la mesure de son contour et uniquement de son contour !

Pour rappel, voici un tableau de conversion qui sera très utile dans nos problèmes :


Les préfixes	kilo	hecto	déca	unité principale	déci	centi	milli
Longueurs	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
2,5 m				2 ,	5	0	0
12,3 dm				1	2 ,	3	0
265 cm				2	6	5	0
1 500 mm				1	5	0	0

Oral :
25, 26 p. 134

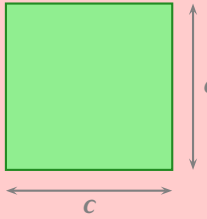
En classe :
31 p. 135

À la maison :
30, 32cd, 33 p. 135

III – Calculs d'aire

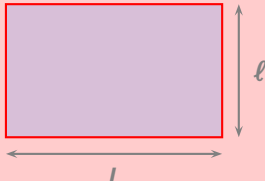
 **Formules d'aire**

Carré



$\mathcal{A} = c \times c$

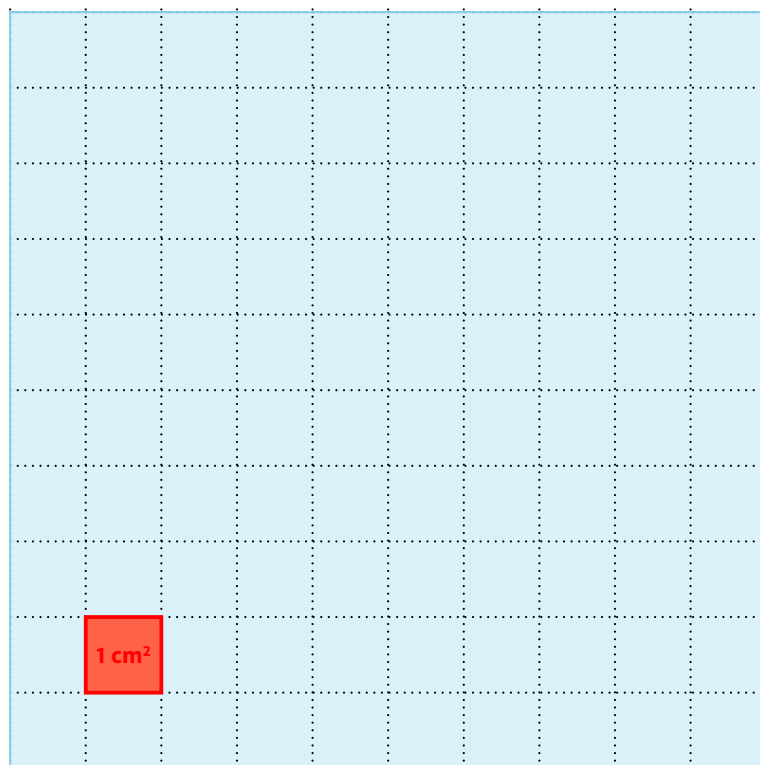
Rectangle



$\mathcal{A} = L \times l$

 **Remarques**

- De la même manière, 1 dm² désignera l'aire d'un carré de 1 dm de côté, 1 dam² désignera l'aire d'un carré de 1 dam de côté, etc.
- On considère la figure suivante (réalisée à l'échelle 1:1 pour bien comprendre, voir chapitre n° 16 page 53 pour le mot « échelle »):



L'aire du grand carré bleu est de 1 dm² (car c'est un carré de 1 dm de côté), mais aussi 100 cm² (grâce au quadrillage tous les cm). Autrement dit : **1 dm² = 100 cm²**.

De la même manière, on aura aussi : **1 m² = 100 dm²; 1 dam² = 100 m²**; etc.

- N'oublions pas les unités spéciales d'aires qui existent surtout en agriculture : l'**are** (**1 a = 1 dam² = 100 m²**) et l'**hectare** (**1 ha = 1 hm² = 100 a = 10 000 m²**).

■ **EXERCICE** : Sachant que le quadrillage ci-dessus a été fait de sorte qu'un carreau fasse 10 petits points, combien y a-t-il de mm² dans le carré rouge ? dans le carré bleu ?

Solution : Le carré rouge est un carré de 1 cm = 10 mm de côté. Il contient donc 10 lignes de 10 petits carré d'un mm de côté chacune, donc 100 mm² : **1 cm² = 100 mm²**.

Le carré bleu contient 100 carré rouge qui font chacun 100 mm², donc le carré bleu fait 100 × 100 = 10 000 mm². On a donc : **1 dm² = 10 000 mm²**.

Les changements d'unités d'aire pourront donc se faire comme pour les longueurs, à la différence que chaque unité sera divisée en deux colonnes :

km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
				1	0 0	
			1	0 0		
	0 0	3	1 4	1 0		
			1, 6 2	0 0		

On lit dans ce tableau que $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$; $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$. L'aire dans la dernière ligne peut s'écrire :

314,1 m² ou 31 410 dm² ou 3 141 000 cm², ou encore 3,141 dam² ou 0,031 41 hm².

La dernière ligne sera utilisée pour nous aider à répondre au premier piège sur les aires (voir chapitre n° 15, paragraphe IV à la p. 50).

Oral :
27 p. 134

En classe :
8 p. 131 + 45 p. 136

À la maison :
9, 10, 11 p. 131 + 46, 47 p. 136

Problème ouvert : 92 p. 211 / Tâches complexes : 102 p. 213

FRACTIONS (PARTIE 2)

I – Fraction et quotient



Propriété

| Une fraction est avant tout une division ! Ceci signifie qu'une fraction n'est finalement rien d'autre qu'un nombre.

Exemples :

◇ La fraction $\frac{3}{5}$ peut s'écrire sous la forme $3 \div 5$ et vaut donc 0,6.

◇ Le quotient de 3 par 4 s'écrit évidemment $3 \div 4$, mais peut aussi s'écrire $\frac{3}{4}$. Après calcul, on trouve donc que $\frac{3}{4} = 0,75$.



Remarques

– Certaines fractions ont une écriture décimale exacte : $\frac{3}{4} = 0,75$; $\frac{1}{2} = 0,5$; $\frac{3}{5} = 0,6$; ...

– D'autres fractions n'admettent pas d'écriture décimale exacte, il faut alors obligatoirement arrondir : $\frac{1}{3} \approx 0,33$; $\frac{6}{7} \approx 0,8\bar{6}$; ...

– RAPPEL : Tous les nombres décimaux peuvent s'écrire sous forme d'une fraction (au minimum décimale) :

$$3,8 = \frac{38}{100} \quad ; \quad 20,16 = \frac{2016}{100} \quad ; \quad 1,001 = \frac{1001}{1000} \quad ; \quad \dots$$

Oral :
16, 19 p. 66

En classe :
36 p. 68

À la maison :
37, 38 p. 68

II – Produit d'une fraction par un nombre



Propriété

$$b \times \frac{a}{c} = \frac{a}{c} \times b = \frac{a \times b}{c}$$

De plus, le mot français « de » se traduit mathématiquement par un « × ».



Remarque

| Cette propriété sera énormément utilisée dans la résolution de problèmes.

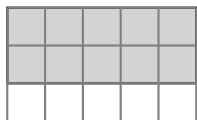
Exemples :

◇ Les $\frac{2}{3}$ de 60 € représentent donc $\frac{2 \times 60}{3} = \frac{120}{3} = 40$ €.]

◇ Un professeur a fait un contrôle qui a duré les $\frac{3}{8}$ de l'heure. Cela représente donc $\frac{3}{8} \times 60 \text{ min} = \frac{3 \times 60}{8} = \frac{180}{8} = 22,5 \text{ min}$.

■ **EXERCICE** : Représenter une tablette de chocolat par un rectangle de 15 morceaux, et colorier les $\frac{2}{3}$ qu'Adam a mangés. Sachant que cette tablette avait une masse de 90 g, quelle masse a-t-il mangée ?

Solution : Pour dessiner la tablette, on fait 3 lignes de 5 carreaux chacune (car $3 \times 5 = 15$) :



On cherche à calculer les $\frac{2}{3}$ de 90 g : grâce à la propriété, c'est donc $\frac{2}{3} \times 90 = \frac{2 \times 90}{3} = \frac{180}{3} = 180 \div 3 = 60$ g. Ce sont donc 60 g de la tablette qui ont été mangés par Adam.

Exemples :

◇ Un devoir surprise a duré les $\frac{2}{5}$ de l'heure de maths, c'est-à-dire 24 minutes.

Solution : En effet, $\frac{2}{5} \times 60 \text{ min} = \frac{2 \times 60}{5} = \frac{120}{5} = 120 \div 5 = 24$ minutes.

◇ Un article coûte 28 €. En raison d'un défaut, il est vendu à $\frac{2}{7}$ de son prix, donc 8 €.

Solution : En effet, $\frac{2}{7} \times 28 \text{ €} = \frac{2 \times 28}{7} = \frac{56}{7} = 56 \div 7 = 8$ €.

◇ Lors d'une épreuve où 104 sportifs étaient inscrits, $\frac{3}{8}$ d'entre eux étaient des femmes. Il y avait donc 65 hommes.

Solution : En effet, $\frac{3}{8} \times 104 \text{ €} = \frac{3 \times 104}{8} = \frac{312}{8} = 312 \div 8 = 39$ femmes, et par conséquent $104 - 39 = 65$ hommes.



À la calculatrice



Pour calculer une fraction d'une quantité, par exemple $\frac{3}{8} \times 20$, on fait :

La calculatrice affiche alors $\frac{15}{2}$. C'est en appuyant sur que l'on obtient alors 7,5.

Oral :
15, 22 p. 66

En classe :
7 p. 65 + 56, 59 p. 69

À la maison :
8, 9, 10 p. 65 + 57, 58, 60 p. 69

Tâche complexe : 95 p. 75

TRIANGLES

I – Triangles isocèle, équilatéral et rectangle

1. Définitions et propriétés

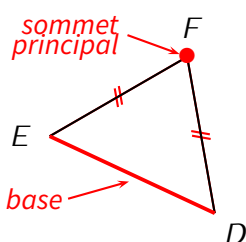


Définitions

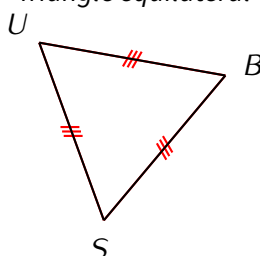
- ◇ Un **triangle isocèle** est un triangle dont deux côtés ont la même longueur. Ces deux côtés se coupent en un point nommé **sommet principal**. Le côté de longueur différente est appelé **base**.
- ◇ Un **triangle équilatéral** est un triangle dont les trois côtés ont la même longueur.
- ◇ Un **triangle rectangle** est un triangle avec un angle droit. Le côté opposé est alors appelé **hypoténuse**.

Exemples :

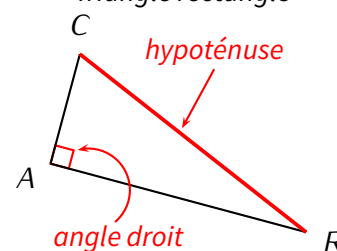
Triangle isocèle



Triangle équilatéral



Triangle rectangle



Propriétés (triangle isocèle et équilatéral)

- ◇ Si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle.
- ◇ Si un triangle a ses trois angles de même mesure (60°), alors il est équilatéral.



Remarques

- Que ce soit pour le triangle isocèle ou équilatéral, les côtés de même longueur doivent être codés!!
- Attention aux figures à main levée où le codage est prioritaire sur ce qu'on voit...
- On peut notamment utiliser le codage des angles d'un triangle (s'il est codé...) pour en déduire qu'il est isocèle. **On rappelle que toute utilisation d'une propriété implique l'utilisation d'un schéma DPC lors de la rédaction** (voir chapitre n° 2 p. 8)!

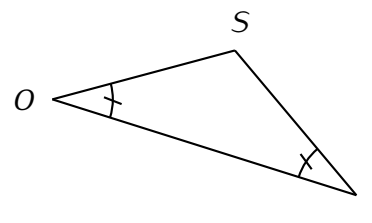
■ **EXERCICE** : Grâce à la figure ci-contre, montrer que $OS = SI$.

Solution :

D : D'après le codage, on a : $\widehat{SOI} = \widehat{SIO}$.

P : Si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle.

C : Le triangle SOI est isocèle en S , et on a donc $OS = SI$.



ATTENTION !!!

⚡ Dans ce triangle, il n'y a pas de codage sur les segments $[OS]$ et $[SI]$: il faut donc **démontrer** que le triangle est isocèle ! Une fois fait seulement, on peut ajouter le codage sur les segments de la figure.

Oral :

24, 25, 26 p. 204

En classe :

46 p. 206

À la maison :

47 p. 206

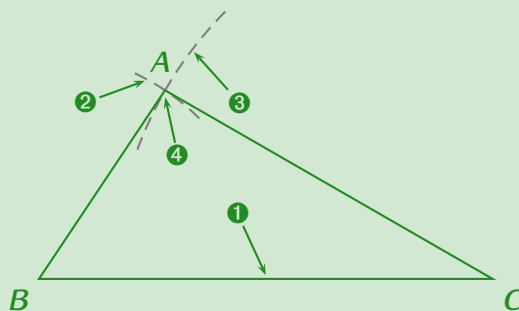
2. Constructions



Méthode (CONSTRUIRE UN TRIANGLE AVEC 3 LONGUEURS)

Pour construire un triangle ABC tel que $AB = 3$ cm, $AC = 5$ cm et $BC = 6$ cm,

1. on représente le côté le plus long horizontalement (moins de risque que la figure ne déborde de la feuille), ici $BC = 6$ cm;
2. on ouvre le compas de 3 cm, on pique sur B et on trace un arc de cercle;
3. on ouvre le compas de 5 cm, on pique sur C et on trace un autre arc de cercle;
4. les deux arcs de cercle doivent se couper en un point : c'est le point A recherché. Si les deux arcs ne se coupent pas, il faut les prolonger en répétant les étapes 2 et 3.



Oral :
34 p. 204

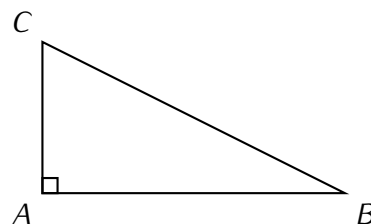
En classe :
8, 13 p. 201

À la maison :
9, 12 p. 201

La plupart des triangles à construire seront donnés avec 3 longueurs, mais on peut aussi demander de construire un triangle **rectangle** dans lequel on ne donnera que 2 longueurs :

Exemple :

La construction d'un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 4$ cm et $AC = 1,5$ cm ne pose aucun problème (à condition de remarquer qu'on nous a donné les deux côtés de l'angle droit), surtout en utilisant le quadrillage de la feuille :

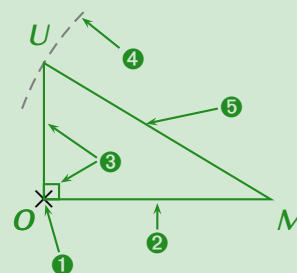


Par contre, construire un triangle rectangle en donnant l'hypoténuse et un autre côté n'est pas facile (il suffit de faire une figure à main levée pour s'en convaincre)... On va donner la méthode, qui permettra notamment de construire le triangle MOU rectangle en O tel que $MO = 3$ cm et $MU = 3,5$ cm.



Méthode (CONSTRUIRE UN TRIANGLE AVEC L'HYPOTÉNUSE CONNUE)

1. on place le point qui correspond à l'angle droit, ici O ;
2. on construit le côté de l'angle droit que l'on connaît : $MO = 3$ cm;
3. on construit la demi-droite (Ox) perpendiculaire à (MO) passant par O , sans oublier le codage de l'angle droit (ne pas oublier de s'aider du quadrillage pour aller plus vite);
4. on trace un arc de cercle de centre M et de rayon 3,5 cm qui coupera la demi-droite (Ox) en un point noté U , de sorte que $MU = 3,5$ cm;
5. on trace le segment $[MU]$, et on laisse les traits de construction.



Remarque

Pour les triangles rectangles, on remarquera que l'on avait quand même 3 informations : 2 longueurs et l'angle droit... L'année prochaine, la construction des triangles dont on connaît 2 longueurs et 1 angle (ou aussi 1 longueur et 2 angles) sera vue.

Oral :

—

En classe :
10 p. 201 + 49 p. 206

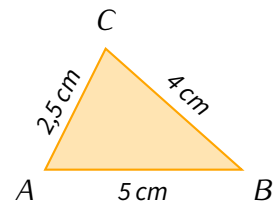
À la maison :
11 p. 201 + 50, 52 p. 206

II – Calculs de périmètres

Il n'y a pas de formule particulière pour calculer le périmètre d'un triangle, la définition suffit : on additionne les longueurs des trois côtés.

Exemple : On veut calculer le périmètre du triangle suivant :

Réponse : $\mathcal{P}_{ABC} = 5 + 4 + 2,5 = 11,5 \text{ cm}$



Oral :
25 p. 134

En classe :
—

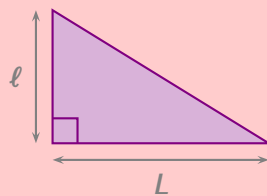
À la maison :
32ab p. 135

III – Calculs d'aire



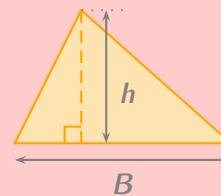
Formules d'aire

Triangle rectangle



$$\mathcal{A} = L \times l \div 2$$

Triangle quelconque



$$\mathcal{A} = b \times h \div 2$$



Définition

Dans l'illustration du triangle quelconque, le segment en pointillés (celui avec l'angle droit) est appelé **hauteur issue de A** ou **hauteur relative à $[BC]$** : c'est la droite passant par A et perpendiculaire à (BC) .



Remarques

- Puisqu'il existe trois sommets dans un triangle, on peut tracer trois hauteurs. Par conséquent, on peut appliquer de trois façons différentes la formule de l'aire dans un triangle!
- Pour un triangle rectangle, la formule générale du triangle quelconque est évidemment toujours valable, mais plus simple car la base et la hauteur sont en fait les deux côtés de l'angle droit.

Oral :
27 p. 134

En classe :
8 p. 131 + 45 p. 136

À la maison :
9, 10, 11, 12 p. 131 + 46, 47, 48, 49, 51 p. 136

IV – Pièges

■ **EXERCICE** : Une table rectangulaire a une largeur de 90 cm et une longueur de 1,80 m. Combien mesure sa surface, en cm^2 puis en m^2 ?

Solution : Piège → garder les unités actuelles et faire $90 \times 1,8 = 162$!

Réponse → 16 200 cm^2 ou 1,62 m^2 .

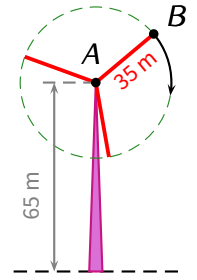
■ **EXERCICE :** Voici le schéma d'une éolienne.

1. Quelle distance va parcourir une mouche collée au point B ?
2. Quelle est la surface d'air balayée par la pale $[AB]$ en un tour?

Solution :

Piège → avoir oublié la notion de périmètre et oublier de mettre les phrases de conclusion...

Réponse → 1. environ 219,8 m 2. environ 3 846,5 m².

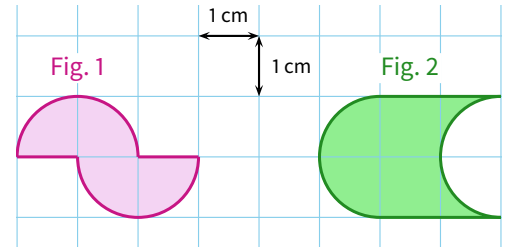


■ **EXERCICE :** Calculer l'aire et le périmètre des figures suivantes, arrondies si nécessaire au centième.

Solution :

Piège → ne pas « décomposer » la figure pour les périmètres.

Réponse → $\mathcal{A}_1 \approx 3,14 \text{ cm}^2$, $\mathcal{P}_1 \approx 8,28 \text{ cm}$; $\mathcal{A}_2 = 4 \text{ cm}^2$ et $\mathcal{P}_2 \approx 10,28 \text{ cm}$.



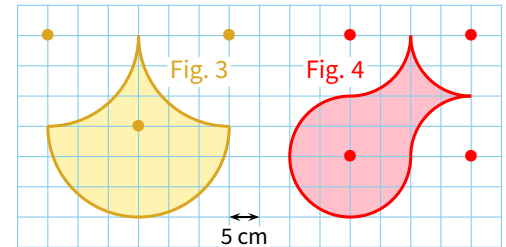
■ **EXERCICE :** Calculer l'aire et le périmètre des figures suivantes, arrondies si nécessaire au centième (les centres des arcs de cercle ont été matérialisés par des ●).

Solution :

Piège → ici, un carreau fait 5 cm de côté...

Réponse → $\mathcal{A}_3 \approx 450 \text{ cm}^2$, $\mathcal{P}_3 \approx 94,2 \text{ cm}$; $\mathcal{A}_4 = 400 \text{ cm}^2$ et

$$\mathcal{P}_4 = 6 \times \frac{2 \times \pi \times 10}{4} = 30\pi \approx 94,25 \text{ cm}.$$



Problème ouvert : 90 p. 211 / Tâches complexes : 101 p. 213

PROPORTIONNALITÉ

I – Grandeurs proportionnelles

1. Passer d'une ligne à une autre

■ **EXERCICE** : Une baguette de pain coûte 1,20€. Combien coûtent 2 baguettes ? 4 baguettes ? et 5 baguettes ?

Solution : On peut résumer cette situation dans un tableau :

Nombre de baguettes	1	2	4	5) × 1,2
Prix des baguettes	1,20 €	2,40 €	4,80 €	6 €	



Définitions

Un tableau est dit **tableau de proportionnalité** si les nombres de la 2^e grandeur (2^e ligne) correspondent au produit de ceux de la 1^{re} grandeur (1^{re} ligne) par un *même nombre* (ici 1,2), qui s'appelle alors le **coefficient de proportionnalité**. On dit alors que ces deux grandeurs sont **proportionnelles**.



Remarque

Les problèmes de ce chapitre pourront *toujours* être résumés par un tableau. Il suffira alors de voir s'il existe une valeur unique permettant de passer de la 1^{re} à la 2^e ligne en multipliant : si oui, on a une situation de proportionnalité !

Oral :
17, 18, 19 p. 84

En classe :
–

À la maison :
31 p. 85

2. Technique du « produit en croix »

■ **EXERCICE** : Axel Aire a acheté 7 paquets de bonbons pour 13,44 €. Mike Robbe en a acheté 3. Combien a-t-il payé ?



Remarques

- Le souci ici est que les techniques apprises en primaire (passer d'une ligne à une autre, ou passer d'une colonne à une autre) ne fonctionnent pas. Il faut trouver une autre méthode...
- La technique présentée ici fonctionne **pour tous les problèmes de proportionnalité**, mais les méthodes plus simples vues en primaire peuvent quand même être appliquées lorsque c'est possible (voir 34 p. 85) !



Méthode (« PRODUIT EN CROIX »)

1. On résume les données de l'énoncé dans un tableau à quatre cases.
2. On dessine une croix en plein milieu des quatre cases, avec deux couleurs différentes ;
3. L'une des **branches** de la croix est « complète » (on connaît les deux nombres à ses extrémités), on multiplie alors les deux nombres de cette branche : $13,44 \times 3 = 40,32$;
4. On divise le résultat par le nombre qui reste : $40,32 \div 7 = 5,76$.

Solution : Faisons un tableau :

Nombre de paquets	7	3
Prix (en €)	13,44	x

Calcul : $\frac{13,44 \times 3}{7} = \frac{40,32}{7} = 5,76$. On en déduit que Mike a payé 5,76 €.

Remarques

- Notez la rédaction : on a mis une lettre dans le tableau pour matérialiser le nombre inconnu, on a ensuite écrit cette lettre suivi du symbole « = » et d'une fraction pour laquelle l'étape 3 a été faite au numérateur et l'étape 4 au dénominateur, et on a fini le calcul sur la même ligne.
- Il arrivera que le résultat du calcul ne tombe pas juste. Il faudra alors arrondir au rang que l'énoncé demande, sans oublier le symbole « ≈ ».

3. Échelle

Définition

On appelle **échelle d'un plan** le coefficient de proportionnalité entre les longueurs sur le dessin et dans la réalité (elles doivent être exprimées dans la même unité).

Exemple : Sur la carte ci-contre, on peut lire que l'échelle est « 1/1 000 000 - 1 cm = 10 km ». La fraction 1/1 000 000 signifie littéralement que « **1 cm sur le dessin représente 1 000 000 cm en réalité** », donc 10 000 m ou encore 10 km. On peut donc commencer un tableau de proportionnalité :

Distance sur le dessin (cm)	1	x	83,8
Distance en réalité (km)	10	399	y

EXERCICE :

1. La distance à vol d'oiseau entre Paris et Strasbourg est de 399 km. Quelle distance les sépare sur ce plan ?

Solution : $x = \frac{399 \times 1}{10} = \frac{399}{10} = 39,9$ cm.

Il y a donc 39,9 cm entre Paris et Strasbourg sur cette carte.

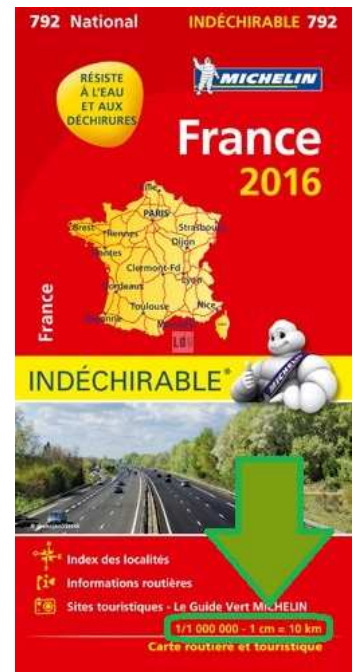
2. On mesure sur la carte 83,8 cm entre Brest et Montpellier. Quelle distance réelle sépare ces deux villes ?

Solution : $y = \frac{83,8 \times 10}{1} = \frac{838}{1} = 838$ km.

Il y a donc en réalité 838 km entre Brest et Montpellier. C'est distance s'appelle la **distance à vol d'oiseau**.

3. La distance calculée à la question précédente est-elle la même que celle utilisée lors d'un trajet en voiture pour aller de Brest à Montpellier ?

Solution : Non, car on a mesuré la longueur du segment sur le plan. Or la route n'est pas toute droite. Il y a donc en réalité plus de 838 km **par la route** entre Brest et Montpellier.



© Michelin

Oral :
20, 22, 23, 25, 26, 27, 28 p. 84

En classe :
3 p. 79 + 13 p. 83 + 38 p. 85

À la maison :
3, 4 p. 79 + 14, 15 p. 83 + 39 p. 85 + 44 p. 86

II – Représentation graphique d'une situation de proportionnalité



Propriété

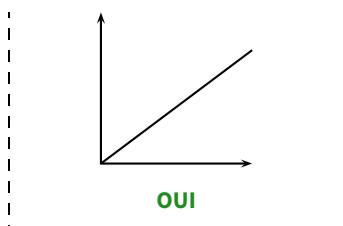
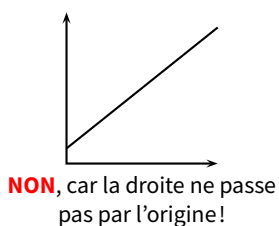
Sur un graphique, on reconnaît une situation de proportionnalité lorsque tous les points forment une droite et que cette droite passe par l'origine (le « double-zéro »).

À l'inverse, si une droite alignée avec l'origine est présente sur un graphique, alors elle traduit une situation de proportionnalité !



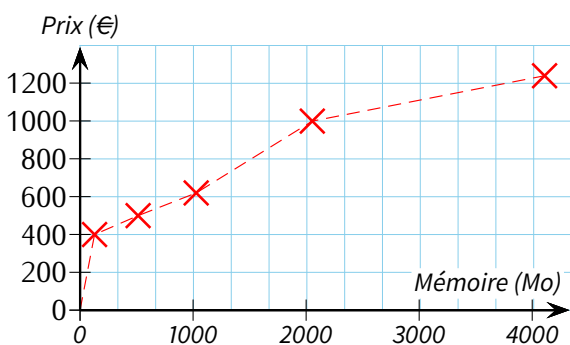
Remarque

Il faut vraiment les deux conditions : de points alignés **ET** la droite formée doit passer par l'origine !



Exemple 1 : Le graphique ci-dessous indique le prix de cinq ordinateurs en fonction de leur mémoire vive (exprimée en Mo).

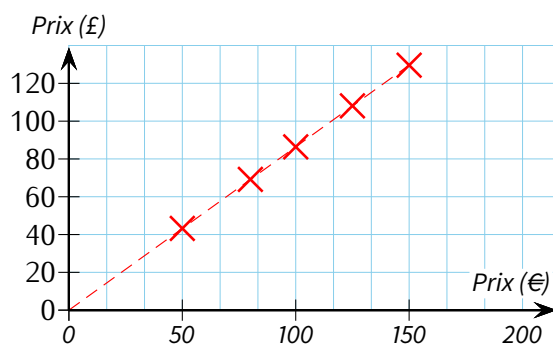
Le prix est-il proportionnel à la quantité de mémoire vive ?



→ **NON**, car les points ne forment pas une droite.

Exemple 2 : Dans une banque, des clients ont échangé le même jour des euros (€) en livres sterling (£).

Les sommes en € et en £ sont-elles proportionnelles ?



→ **OUI**, car les points forment une droite **et** cette droite passe par l'origine.



Remarque

On pourrait mettre les données de ces deux exemples chacune dans un tableau. On déterminerait très rapidement que le premier tableau n'est pas de proportionnalité (sinon on devrait payer environ 1 200 € pour un ordinateur de 2 048 Mo car ce serait le double d'un ordinateur de 1 024 Mo qui coûte environ 600 €) mais que le second est bien un tableau de proportionnalité.

À la date de création du cours, le taux de change officiel utilisé pour générer le second graphique était de 1 € = 0,862 301 914 £.

Oral :

—

En classe :

47 p. 86

À la maison :

48, 49 p. 86

III – Calcul d'un pourcentage



Définition

Sur un pot de compote, on lit « 70 % de fruits » (70 **pourcent**). Cela signifie qu'il y a 70 g de fruits pour 100 g de compote. Il s'agit d'une situation de proportionnalité car si le pot de compote pèse 200 g, on sait qu'il y aura 140 g de fruits ($\times 2$).



Propriété

L'expression française « p % de x » se traduit mathématiquement par le calcul :

$$\frac{p}{100} \times x$$

■ **EXERCICE** : Pour un pot de compote de 125 g, quelle sera la quantité de fruits?

Solution : Il s'agit de calculer « 70 % de 125 g ». En appliquant la formule ci-dessus, on trouve alors :

$$\frac{70}{100} \times 125 = 0,7 \times 125 = 87,5.$$

Dans un pot de 125 g de compote, il y a donc 87,5 g de fruits.

■ **EXERCICE** : Lors des soldes d'hiver, un manteau affiché à 199 € porte une étiquette « -30 % ». Calcule son prix pendant les soldes.

Solution : Il faut d'abord calculer la réduction :

$$\frac{30}{100} \times 199 = 0,3 \times 199 = 59,7(0) \text{ €}.$$

Il faut maintenant encore déduire cette réduction du prix initial : $199 - 59,7 = 139,3$.

Le manteau coûte donc 139,30 € pendant les soldes d'hiver.

Oral :
29 p. 84

En classe :
6, 10 p. 81

À la maison :
7, 8, 9, 11 p. 81 + 53, 54 p. 87

Problème ouvert : 93 p. 91 / Tâches complexes : 103, 104 p. 93

SYMÉTRIE AXIALE

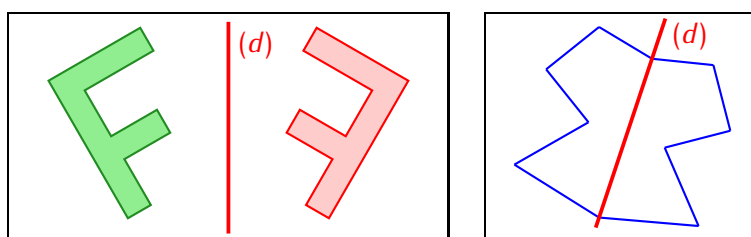
I – Définitions



Définitions

- ◇ Deux figures sont **symétriques** par rapport à la droite (d) si elles se superposent par pliage selon (d) .
- ◇ La droite (d) est un **axe de symétrie** si en pliant la feuille suivant (d) , la figure se superpose à elle-même.

Exemples : Sur le dessin de gauche, la figure verte était donnée et on a construit la figure rouge symétrique de la verte par rapport à l'axe (d) . Sur celui de droite, la figure admet la droite (d) comme axe de symétrie :



Remarque

Puisque les figures se superposent par pliage, il est normal qu'elles aient exactement la même forme et les mêmes dimensions.

Oral :
14, 15, 16, 21, 22 p. 222

En classe :
27 p. 223 + 35 p. 224

À la maison :
36, 37, 38, 39 p. 224

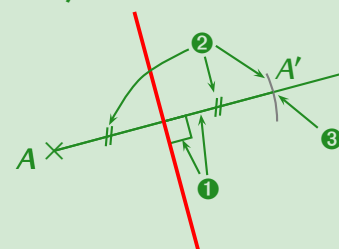
II – Symétrique d'un point



Méthode (CONSTRUCTION DU SYMÉTRIQUE D'UN POINT)

Pour construire le symétrique (que l'on notera A') d'un point A par rapport à une droite (d) , on procède de la manière suivante :

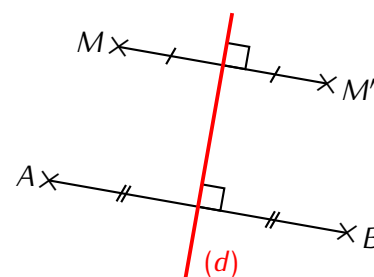
1. On trace la perpendiculaire à (d) passant par A à l'équerre ;
2. On reporte la distance de A à la droite (d) de l'autre côté de cette droite à l'aide du compas ;
3. On obtient le point A' recherché.



Exemple : M' est le symétrique de M par rapport à la droite (d) . B est le symétrique de A par rapport à la droite (d) :

■ **EXERCICE** : On peut encore faire deux phrases analogues à celles-ci, lesquelles ?

Solution : M est le symétrique de M' par rapport à la droite (d) et A est le symétrique de B par rapport à la droite (d) .





Remarques

- Puisque toutes les figures sont constituées de points, **cette méthode est absolument essentielle**, c'est en fait elle qui permettra de construire le symétrique de n'importe quelle figure!!
- On voit que (d) est perpendiculaire à $[AA']$ et passe par son milieu : **c'est donc la médiatrice de $[AA']$** .

Oral :
17 p. 222

En classe :
2 p. 217 + 44, 45 p. 224

À la maison :
3, 4, 5 p. 217 + 46, 47 p. 225

III – Symétrie d'une figure

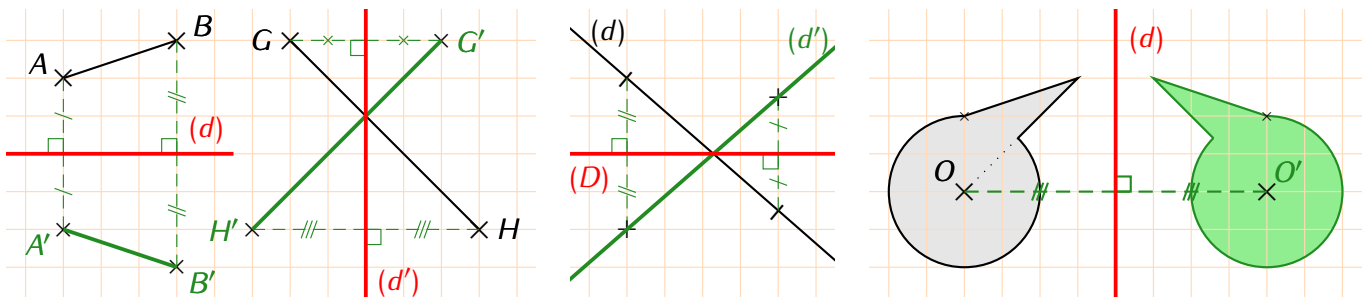


Méthode (CONSTRUIRE LE SYMÉTRIQUE D'UNE FIGURE)

Pour construire le symétrique :

- d'un segment → on construit le symétrique des deux extrémités et on les relie;
- d'une droite → on choisit deux points sur cette droite (s'il n'y en a pas, évidemment!), on construit leurs symétriques et on les relie *sans s'arrêter*;
- d'un cercle → on construit le symétrique du centre et on reporte le rayon.

Exemples : Voici trois exemples pour lesquels on a laissé la grille afin de mieux comprendre :



Propriétés

- | La symétrie axiale conserve les distances, les angles, l'alignement et les aires.



Remarque

Cela signifie par exemple qu'un segment et son symétrique ont forcément la même longueur (mesurer sur les figures précédentes pour s'en convaincre), ou encore si trois points sont alignés alors leurs symétriques le seront aussi...

Oral :
—

En classe :
29 p. 223 + 50, 52 p. 225 + 7 p. 219

À la maison :
30, 32 p. 223 + 51, 53 p. 225 + 8 p. 219

IV – Symétrie des figures usuelles

1. Triangles

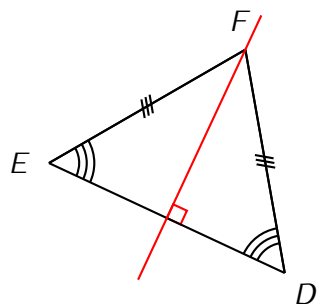


Propriétés

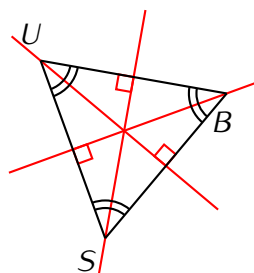
- ◇ Un triangle isocèle a un seul axe de symétrie : la médiatrice de sa base.
- ◇ Un triangle équilatéral a trois axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

Exemples : Les axes de symétrie sont dessinés en rouge sur les illustrations suivantes :

Triangle isocèle



Triangle équilatéral



Propriétés

- ◇ Un rectangle a deux axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.
- ◇ Un losange a deux axes de symétrie : ses diagonales.
- ◇ Un carré a quatre axes de symétrie : ses diagonales ainsi que les médiatrices de ses côtés.

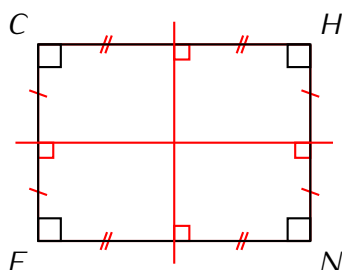


Remarque

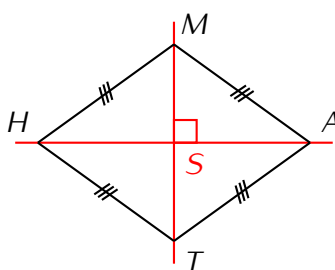
Les diagonales d'un rectangle **ne sont pas** des axes de symétrie : construire un rectangle et le découper, repasser sur l'une des diagonales en rouge et essayer de le plier selon ce segment rouge ; on observe que le rectangle ne se superpose pas sur lui-même!!

Exemples : Les axes de symétrie sont dessinés en rouge sur les illustrations suivantes :

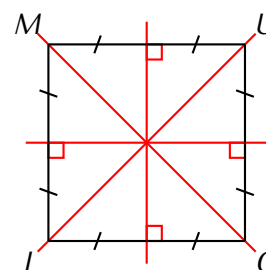
Rectangle



Losange



Carré



Oral :
21 p. 240

En classe :
31 p. 241

À la maison :
32, 34, 36 p. 241

Problème ouvert : 81 p. 229 / Tâches complexes : 90, 91 p. 59

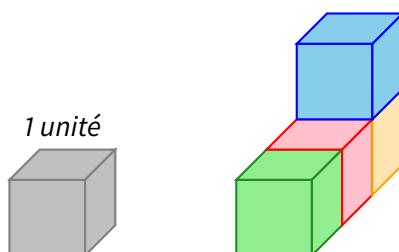
I – Unités de volume



Définitions

Le **volume** d'un solide, généralement noté V , est la mesure de l'espace contenu dans ce solide. Le volume peut s'exprimer grâce à des cubes mais aussi grâce à un liquide (comme de l'eau) que l'on peut verser dedans : c'est alors plutôt une **capacité** (voir chapitre n° 19 page 62).

Exemple : Le solide en couleur ci-dessous a un volume égal à 4 unités :



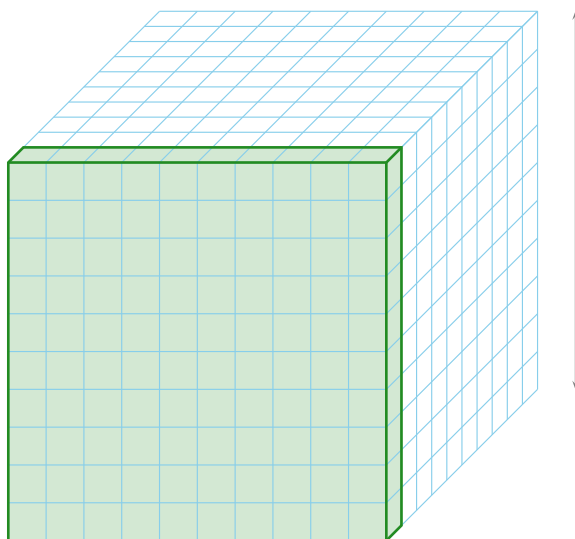
Définition

Un **centimètre cube** (noté cm^3) est le volume d'un cube d'un cm de côté. De même, un cube d'un m de côté aura un volume égal à 1 m^3 ; etc.



Remarque

Comme pour les aires, on va pouvoir lier les différentes unités de volume qui existent (échelle 1:2) :



Ce cube de 1 dm de côté a un volume logiquement égal à 1 dm^3 (c'est la définition...)

En divisant chaque arête du cube par 10, on fait apparaître 10 cubes d'un cm de côté sur la longueur, 10 sur la largeur et 10 sur la hauteur, c'est-à-dire $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ cubes d'un cm de côté, ayant chacun un volume de 1 cm^3 (toujours par définition...), donc un volume total de $1\,000 \text{ cm}^3$.

On en déduit que **$1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$** .

Autrement dit, il y a aura un décalage de 3 chiffres entre deux unités de volumes qui se suivent, donnant ainsi le tableau de conversions du paragraphe suivant.

Oral :
13, 23 p. 150

En classe :
26 p. 151

À la maison :
27, 28, 29, 30 p. 151

II – Tableau de conversion

Suite à une petite expérience que tout bon professeur de physique-chimie montrerait à ses élèves, on peut verser à la goutte près une brique d'un litre de lait dans un cube d'un décimètre de côté, ce qui nous donne la relation

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$$

et nous permet de compléter le tableau d'unité en y mettant ensemble les unités classiques de volumes et celles des capacités :

Volumes	km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
Capacités				kL	hL, daL, L	dL, cL, mL	
					1	0, 0, 0	
				5, 0	0, 0, 0	0, 0, 0	
					1	0, 2, 8, 5	

Exemples :

1. Une petite salle de classe peut contenir 50 cubes d'un mètre de côté (soit 50 m³ : 5 en longueur, 4 en largeur et 2,5 en hauteur). Cela représente donc 50 000 000 cm³, mais aussi 50 000 briques d'un litre de lait !
2. Justement, 1 L de lait est donc équivalent à 1 000 mL ou encore 1 000 cm³.

La dernière ligne servira à nous aider pour trouver la réponse au prochain exercice.

Oral :
16, 17, 18, 19, 20, 21 p. 150

En classe :
7 p. 149 + 41 p. 152 + 53 p. 153

À la maison :
8, 9, 10, 12 p. 149 + 43, 46, 55 p. 153

III – Calculs de volumes

Formules de volume

Cube

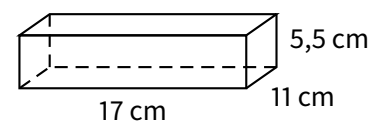
$\mathcal{V} = c \times c \times c$

Parallélépipède (ou pavé droit)

$\mathcal{V} = L \times l \times h$

■ **EXERCICE** : Une boîte a pour dimensions 11 cm de largeur, 17 cm de longueur et 5,5 cm de hauteur.

1. Calculer son volume en cm³ puis en dm³.
2. Sachant que cette boîte contenait 180 morceaux de sucre, calculer le volume approximatif d'un sucre.



Solution :

1. $\mathcal{V}_{\text{boîte}} = 17 \times 11 \times 5,5 = 1\,028,5 \text{ cm}^3$ ou $1,0285 \text{ dm}^3$.
2. $1\,028,5 \div 180 \approx 5,71 \text{ cm}^3$, donc un sucre a un volume approximatif de 6 cm^3 .

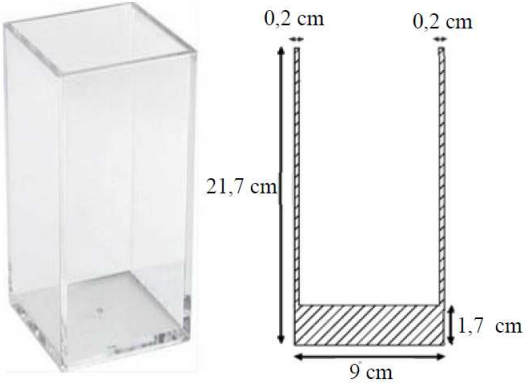
■ **EXERCICE** (ADAPTÉ DU BREVET 2016) : Quel volume d'eau peut contenir ce vase, sachant que le fond est un carré ?

Solution : Il faut commencer par déterminer les dimensions intérieures du vase :

$$\begin{aligned}L &= 9 - 0,2 - 0,2 = 8,6 \text{ cm,} \\ \ell &= L = 8,6 \text{ cm,} \\ h &= 21,7 - 1,7 = 20 \text{ cm.}\end{aligned}$$

Il suffit alors d'appliquer la formule du volume : $V_{\text{vase}} = 8,6 \times 8,6 \times 20 = 1\,479,2 \text{ cm}^3$, ou encore $1,4792 \text{ dm}^3$.

Caractéristiques du vase



Matière : verre
Forme : pavé droit
Dimensions extérieures : $9 \text{ cm} \times 9 \text{ cm} \times 21,7 \text{ cm}$
Épaisseur des bords : $0,2 \text{ cm}$
Épaisseur du fond : $1,7 \text{ cm}$

Oral :
14, 15 p. 150

En classe :
3 p. 147 + 31ab p. 151 + 58 p. 153

À la maison :
4, 5 p. 147 + 31cd, 32, 34 p. 151 + 59, 61 p. 153

Problèmes ouverts : 92 p. 157

GRANDEURS & MESURES

I – Masses et capacités



Définitions

Une **masse** permet de peser un objet, elle s'exprime en grammes, notés **g**. Une **capacité** (ou **volume**) permet de mesurer la contenance d'un objet (combien d'eau dedans) et s'exprime en litres, notés **L**.

Ces masses et capacités se convertissent de la même manière que les longueurs :

Les préfixes	kilo	hecto	déca	unité principale	déci	centi	milli
Longueurs	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
Masses	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
Capacités	kL	hL	daL	L	dL	cL	mL
		9	8	7	6	5	

■ **EXERCICE** : Complète les égalités suivantes en te servant des chiffres de la dernière ligne du tableau :

- ◇ $98\,765\text{ cL} = 987\,650\text{ mL} = 987,650\text{ L} = 98,765\text{ daL} = 9,876\,5\text{ hL} = 0,987\,65\text{ kL}$,
- ◇ $98,765\text{ dag} = 987,65\text{ g}$,
- ◇ $9\,876,5\text{ dg} = 9,876\,5\text{ hg}$.

Solution : On rappelle simplement que pour passer d'une unité à une autre *plus petite*, on décale la virgule vers la droite; par contre pour passer d'une unité à une unité *plus grande*, on déplace la virgule vers la gauche. Dans tous les cas, la virgule se place toujours à la fin de la colonne de l'unité de départ!



Remarques

- La masse est souvent confondue avec le *poids* dans le langage courant. En sciences, ce n'est pas la même chose : la masse permet de peser un objet; le poids correspond à la force nécessaire pour le soulever...
- On verra un peu plus loin qu'il existe d'autres unités de mesure du volume, notamment en mesurant l'espace compris dans un objet. Une relation de conversion sera alors trouvée et très utilisée notamment en sciences.

Oral :

En classe :

À la maison :
59 p. 18 + 67 p. 19

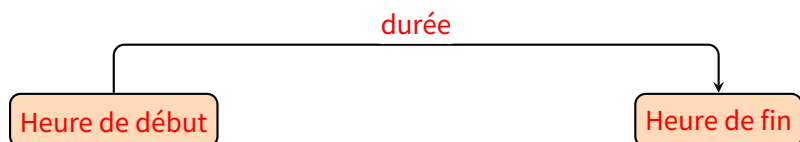
II – Durées



Définition

Une **durée** s'exprime en secondes, notées **s**. Il existe d'autres unités de durée : dixième de seconde (sport), min et h par exemple.

Tous les problèmes de durée que l'on va rencontrer pourront toujours se résumer par le schéma suivant :



Trois cas peuvent alors se présenter :

Cas n°1 (on connaît l'heure de début et la durée) : On calcule la *somme* des deux durées pour trouver l'heure de fin.

Cas n°2 (on connaît l'heure de début et l'heure de fin) : On calcule alors la *différence* de l'heure de fin par celle de début pour trouver la durée.

Cas n°3 (on connaît la durée et l'heure de fin) : On calcule alors la *différence* de l'heure de fin par la durée pour trouver l'heure de début.



Méthode (CALCULER UNE DURÉE)

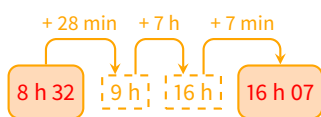
Il suffit de refaire le schéma ci-dessus en y intercalant des heures rondes. Dans le cas n°3, il est conseillé de partir de la fin et de faire les flèches dans l'autre sens !

■ **EXERCICE :** Voici trois problèmes à résoudre. Pour chacun d'entre eux, identifier le cas et faire un schéma pour trouver la réponse.

- a) Albert arrive au collège le lundi matin à 8 h 32 et repart l'après-midi à 16 h 07. Combien de temps est-il resté au collège?
- b) Bernard a pris son vélo et a roulé pendant 1 h 35. Lorsqu'il est rentré, il était 14 h 11 sur son portable. À quelle heure était-il parti?
- c) Une évaluation a commencé à 9 h 43. Charles a travaillé dessus pendant 29 minutes. À quelle heure a-t-il terminé?

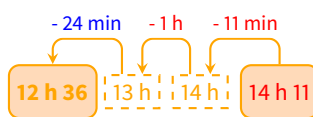
Solution :

a) C'est le cas n°2 :



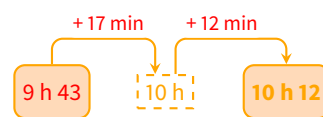
Calcul : $28 \text{ min} + 7 \text{ min} = 35 \text{ min}$.
Albert est donc resté 7 h 35 min au collège.

b) C'est le cas n°3 :



Calcul : $35 \text{ min} = 24 \text{ min} + 11 \text{ min}$.
Bernard est donc parti de chez lui à 12 h 36.

c) C'est le cas n°1 (forcément...) :



Calcul : $17 \text{ min} + 12 \text{ min} = 29 \text{ min}$.
Charles a donc arrêté de travailler sur l'évaluation à 10 h 12.

Oral :

23, 24 p. 134 + 52 p. 137

En classe :

16 p. 133

À la maison :

58, 59, 64, 65 p. 137

Problème ouvert : 84 p. 140

Ce cours a été créé par M. LENZEN.



Il est mis à disposition selon les termes de la licence Creative Commons « Attribution - Pas d'utilisation commerciale - Pas de modification 3.0 France » :

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/fr/>

"Vous êtes autorisé à : Partager — copier, distribuer et communiquer le matériel par tous moyens et sous tous formats. L'Offrant ne peut retirer les autorisations concédées par la licence tant que vous appliquez les termes de cette licence.

Selon les conditions suivantes :

- ◇ **Attribution :** *Vous devez créditer l'Œuvre, intégrer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées à l'Œuvre. Vous devez indiquer ces informations par tous les moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'Offrant vous soutient ou soutient la façon dont vous avez utilisé son Œuvre.*
- ◇ **Pas d'Utilisation Commerciale :** *Vous n'êtes pas autorisé à faire un usage commercial de cette Œuvre, tout ou partie du matériel la composant.*
- ◇ **Pas de modifications :** *Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Œuvre originale, vous n'êtes pas autorisé à distribuer ou mettre à disposition l'Œuvre modifiée."*