CORRIGÉ - CORRIGÉ - CORRIGÉ - CORRIGÉ - CORRIGÉ - CORRIGÉ - CORRIGÉ

CONTRÔLE N° 4

Samedi 14 janvier 2012 – calculatrice <u>autorisée</u> !

Exercice n° 1 – question de cours (2 points)

(à faire directement sur le sujet)

Énonce, avec tes propres mots, ce que tu sais du principe de la balance : On peut ajouter ou soustraire un même nombre dans les deux membres d'une équation sans la modifier. On peut aussi multiplier ou diviser par un même nombre non nul des deux côtés.

Exercice n° 2 (12 points)

(une partie est à faire directement sur le sujet)

Résoudre dans ℝ les équations et inéquations suivantes. *On notera les ensembles solution(s) sur cette page, mais les calculs seront faits sur la double-feuille.*

1. $x - 7 = 2x + 3$; $\Rightarrow \mathscr{S} = \{-10\}$

$\Leftrightarrow -7 - 3 = 2x - x \Leftrightarrow -10 = x$.

2. $(3x - 1)(-x + 1) \geqslant 0$; $\Rightarrow \mathscr{S} = \left[\frac{1}{3} ; 1\right]$

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$3x - 1$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$-x + 1$		$+$		$+$	0	$-$	
Produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

3. $(3x - 1) + (-x + 1) \geqslant 0$; $\Rightarrow \mathscr{S} = \mathbb{R}_+$

$\Leftrightarrow 3x - 1 - x + 1 \geqslant 0 \Leftrightarrow 2x \geqslant 0 \Leftrightarrow x \geqslant 0$.

4. $(2x - 1)^2 < 9$ *(ind. : $9 = 3^2$)* ; $\Rightarrow \mathscr{S} =]-1 ; 2[$

$\Leftrightarrow (2x - 1)^2 - 3^2 < 0 \Leftrightarrow (2x - 1 - 3)(2x - 1 + 3) < 0$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$2x - 4$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$2x + 2$		$-$	0	$+$	|	$+$	
Produit		$+$	0	$-$	0	$+$	

5. $\dfrac{4x - 3}{2x + 1} = 3$; $\Rightarrow \mathscr{S} = \{-3\}$

valeur interdite : $2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow x = -0{,}5$

$\dfrac{4x - 3}{2x + 1} = 3 \Leftrightarrow 4x - 3 = 3(2x + 1) \Leftrightarrow -2x = 6 \Leftrightarrow x = \dfrac{6}{-2} = -3$

6. $\dfrac{x - 3}{x - 5} \geqslant 0$; $\Rightarrow \mathscr{S} =]-\infty ; 3] \cup]5 ; +\infty[$

x	$-\infty$		3		5		$+\infty$
$x - 3$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x - 5$		$-$	|	$-$	0	$+$	
Quotient		$+$	0	$+$	||	$+$	

7. $(2x - 1)^3 - 9(2x - 1) = 0$; $\Rightarrow \mathscr{S} = \left\{-1 ; \frac{1}{2} ; 2\right\}$

$\Leftrightarrow (2x - 1)[(2x - 1)^2 - 3^2] = 0 \Leftrightarrow (2x - 1)(2x - 4)(2x + 2) = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ ou $x = 2$ ou $x = -1$.

8. $\dfrac{2x + 1}{-2} \leqslant \dfrac{-3}{-2}$. $\Rightarrow \mathscr{S} = [-2 ; +\infty[$

$\Leftrightarrow 2x + 1 \geqslant -3$ (on change le sens car $-2 < 0$!!!)

$\Leftrightarrow 2x \geqslant -4$

$\Leftrightarrow x \geqslant -2$ (le sens ne change pas car $2 > 0$…)

Exercice n° 3 (4 points)

(à faire directement sur le sujet)

Un petit problème de mise en équation : quel nombre entier faut-il ajouter au numérateur ***<u>ET</u>*** au dénominateur de la fraction $\frac{7}{2}$ pour obtenir une fraction égale à $\frac{5}{4}$??

Soit n ce nombre entier. Il s'agit alors de résoudre l'équation (E) suivante : $\frac{7 + n}{2 + n} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow 4(7 + n) = 5(2 + n) \Leftrightarrow 28 + 4n = 10 + 5n \Leftrightarrow$ $28 - 10 = 5n - 4n \Leftrightarrow 18 = n$.

Il faut donc ajouter 18 au numérateur et au dénominateur de la fraction 7/2 pour obtenir 5/4.

Exercice n° 4 (2 points)

(à faire directement sur le sujet)

On considère une expression $f(x)$ dont on connaît uniquement le tableau de signe :

x	$-\infty$		-2		3		4		$+\infty$
$f(x)$		$+$	||	$-$	0	$+$	||	$-$	

1. Résoudre les inéquations suivantes :
   - $f(x) \leqslant 0$: $\mathscr{S} =]-2 ; 3] \cup]4 ; +\infty[$
   - $f(x) \geqslant 0$: $\mathscr{S} =]-\infty ; -2[\cup [3 ; 4[$
   - $f(x) < 0$: $\mathscr{S} =]-2 ; 3[\cup [4 ; +\infty[$

2. ***<u>Question bonus</u>*** : Retrouver une expression $f(x)$ qui admet ce tableau de signe : Il suffit de compléter le tableau de signes :

x	$-\infty$		-2		3		4		$+\infty$
$x + 2$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$3 - x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$x - 4$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$\dfrac{3 - x}{(x + 2)(x - 4)}$		$+$	||	$-$	0	$+$	||	$-$	

$f(x) = \dfrac{3 - x}{(x + 2)(x - 4)}$

Exercices bonus (+2 points, éventuellement)

Voici la démonstration comme quoi $2 = 1$:

« Soient a et b deux nombres tels que $a = b$.

Donc $a^2 = a \times b$

$\Leftrightarrow a^2 - b^2 = a \times b - b^2$

$\Leftrightarrow (a - b)(a + b) = b(a - b)$

$\Leftrightarrow a + b = b$.

Donc en prenant $a = b = 1$, on a bien $1 + 1 = 1$. »

Où est le problème ?

La dernière équivalence n'est pas juste, car on divise des deux côtés par $a - b$ qui vaut 0 (car $a = b$) !!