CORRIGÉ ~ CORRIGÉ ~ CORRIGÉ ~ CORRIGÉ ~ CORRIGÉ ~ CORRIGÉ ~ CORRIGÉ

CONTRÔLE N° 2

Jeudi 20 octobre 2011 – calculatrice autorisée

Exercice n° 1 – question de cours (2 points)

Déterminer les ensembles de définition des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}}{x}$

   Les conditions sont :
   - $x + 1 \geqslant 0$ ($\Leftrightarrow x \geqslant -1$) (racine carrée)
   - $x \neq 0$. (quotient)

   D'où $\boxed{\mathcal{D}_f = [-1\,;0[\, \cup\,]0\,;+\infty[= [-1\,;+\infty[\setminus \{0\}}$.

2. $g(x) = \sqrt{3-2x}$

   Les conditions sont : $3 - 2x \geqslant 0 \Leftrightarrow -2x \geqslant -3 \Leftrightarrow x \leqslant \dfrac{3}{2}$

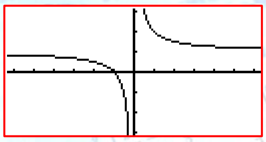
   D'où $\boxed{\mathcal{D}_g =]-\infty\,;1{,}5]}$.

3. $h(x) = \dfrac{x^2-1}{x}$

   La condition est $x \neq 0$, donc $\boxed{\mathcal{D}_h = \mathbb{R}^*}$.

4. $i(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{x}}$

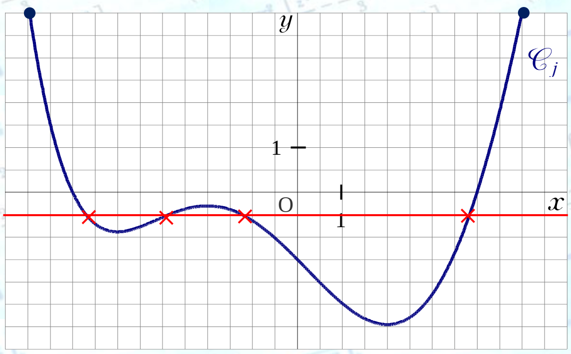
   Les conditions sont : $x \neq 0$ et $\dfrac{x+1}{x} \geqslant 0$. La calculatrice est nécessaire pour la seconde condition :

   On voit que la fonction est positive quand $x \leqslant -1$ et $x > 0$, d'où $\boxed{\mathcal{D}_h =]-\infty\,;-1] \cup]0\,;+\infty[}$.

Exercice n° 2 (8 points)

(à faire directement sur le sujet)



À partir du graphique ci-dessus, répondre aux questions :

1. Quelle est l'image de 0 par la fonction j ? → $-1{,}5$.
2. Quels sont les antécédents de 0 par la fonction j ? → -5 et 4.
3. Pour chacune des solutions de l'équation $j(x) = -1/2$, déterminer un intervalle d'amplitude 0,5 auquel appartient cette solution.
   (exemple : la solution positive de f (x) = – 1 appartient à [3,5 ; 4])

   → $x_1 \in [-5\,;-4{,}5]$ → $x_3 \in [-1{,}5\,;-1]$

   → $x_2 \in [-3\,;-2{,}5]$ → $x_4 \in [3{,}5\,;4]$

4. Donner le tableau de signes de la fonction j.

x	-6		-5		4		5
$j(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

5. Dresser le tableau des variations de la fonction j.

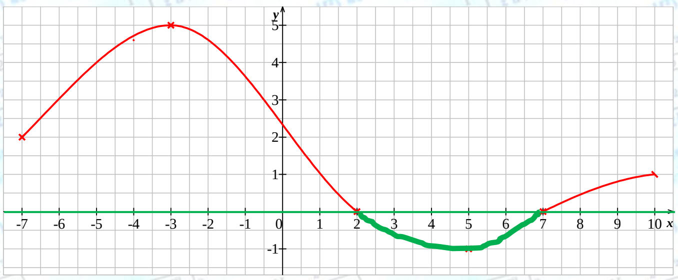
x	-6		-4		-2		2		5
j	4	↘	$-0{,}9$	↗	$-0{,}3$	↘	-3	↗	4

Exercice n° 3 (6 points)

On considère une fonction φ définie sur l'intervalle $[-7\,;10]$ dont le tableau de variations est le suivant :

x	-7		-3		2		5		7		10
φ	2	↗	5	↘	0	↘	-1	↗	0	↗	1

1. Construire la représentation graphique d'une fonction φ respectant le tableau de variations ci-dessus *(unité : au choix : 1 carreau ou 1 cm)*.



2. Dresser le tableau de signes de φ.

x	-7		2		7		10
$\varphi(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

3. Comparer $\varphi\left(-\dfrac{5}{3}\right)$ et $\varphi\left(-\dfrac{3}{5}\right)$.

   Puisque φ est décroissante sur $[-3\,;5]$ et que $-5/3 < -3/5$, on a par définition que : $\varphi\left(-\dfrac{5}{3}\right) \geqslant \varphi\left(-\dfrac{3}{5}\right)$.

4. Peut-on comparer les images de -4 et de 8 ?
   Oui, car l'image de 4 est comprise entre 2 et 5, et celle de 8 entre 0 et 1 : donc $\varphi(-4) > \varphi(8)$.

5. Résoudre l'inéquation $\varphi(x) \leqslant 0$. → $x \in [2\,;7]$

Exercice n° 4 (4 points)

Soit l la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $l(x) = (x+3)^2 - 4x^2$. On note $\mathcal{C}_l$ sa courbe représentative.

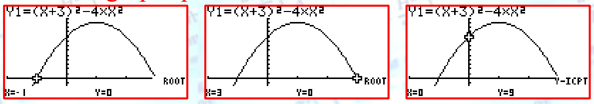
1. En notant que $4x^2 = (2x)^2$, factoriser $l(x)$.

   $l(x) = (x+3)^2 - (2x)^2$

   $= (x + 3 + 2x)(x + 3 - 2x)$

CORRIGÉ ~ CORRIGÉ ~ CORRIGÉ ~ CORRIGÉ ~ CORRIGÉ ~ CORRIGÉ ~ CORRIGÉ

$= (3x + 3)(3 - x)$.

2. Développer $l(x)$.
   $l(x) = x^2 + 6x + 9 - 4x^2 = -3x^2 + 6x + 9$.
3. Calculer l'image par la fonction l de $1 + \sqrt{2}$.
   $$\begin{aligned} l(1+\sqrt{2}) &= (1+\sqrt{2}+3)^2 - 4(1+\sqrt{2})^2 \\ &= (4+\sqrt{2})^2 - 4(1+2\sqrt{2}+2) \\ &= 16 + 8\sqrt{2} + 2 - 4 - 8\sqrt{2} - 8 \\ &= 6. \end{aligned}$$
4. Quelles sont les coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_l$ avec les axes du repère ?
   Faisons un graphique avec la calculatrice :
   

   → La calculatrice donne $(-1\ ;\ 0)$ et $(3\ ;\ 0)$ et $(0\ ;\ 9)$.

Exercices bonus (+2 points, éventuellement)

(à faire directement sur le sujet)

1. Je vais de Bouxwiller à Illkirch, distantes de 50 km, en roulant à 50 km/h. Je repars vers Sélestat, distante de 50 km d'Illkirch, en roulant à 100 km/h. → ≈ 66,7 km/h.
   En effet, je parcours 50 km en 1 h pour le premier trajet, puis 50 km en 30 min = 0,5 h pour la suite du trajet, soit 100 km en 1,5 h en tout, et $100 \div 1{,}5 \approx 66{,}7$ km/h.
2. Un nénuphar double sa taille chaque jour. Il met 30 jours pour recouvrir complètement un étang. Combien de temps lui faudra-t-il pour en recouvrir la moitié ? → 29 jours.
   En effet, si le nénuphar double se taille chaque jour, il mesure deux fois moins la veille ! S'il recouvre l'étang en 30 jours, c'est donc au 29ème jour qu'il aura recouvert la moitié…

Corrigé disponible sur www.capes-de-maths.com, menu Lycée > Seconde ! Pensez à consulter !!!