Devoir maison n° 9 **corrigé**

Exercice n° 1 (rappels sur les fonctions) − 5 points

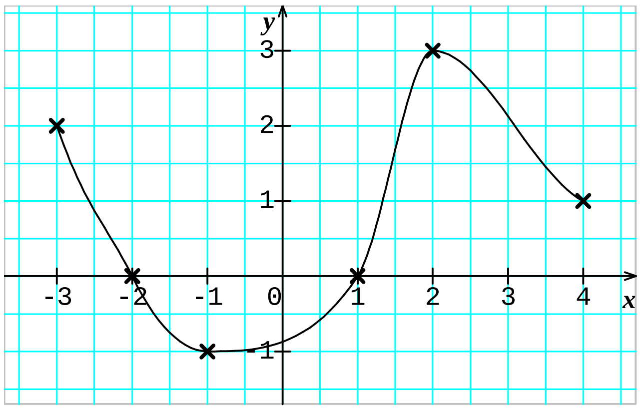
Soit f la fonction représentée ci-contre :

1. $\mathscr{D}_f = [-2 ; 8]$ (attention : 2 carreaux par unité)
2. $f(-1) = 2$ et $f(5) = 4$.
3. Les antécédents de -1 par f sont 0 ; 2 et environ 7,6.
4. L'équation $f(x) = 2$ admet pour solutions les abscisses des points d'intersection entre la courbe représentée ci-contre et la droite d'équation $y = 2$, qui sont donc -1 ; 3 et environ 6,4.
5. Pareil, sauf les abscisses des points de la courbe se situant **en-dessous** de la droite d'équation $y = 2$. On trouve donc $\mathscr{S} = [-2 ; -1[\cup]3 ; 6{,}4[$ (les bornes sont exclues car on a une inégalité stricte).

Exercice n° 2 (tracé de courbes) − 4 points

Cette courbe représente bien une fonction g vérifiant :

- ☺ g est définie sur l'intervalle $[-3 ; 4]$;
- ☺ g admet un minimum en -1 et un maximum en 2 ;
- ☺ les images de -3 et 4 sont respectivement 2 et 1 ;
- ☺ 0 possède deux antécédents : -2 et 1.



Exercice n° 3 (des droites en pagaille !) – 5 points

Pour toutes les courbes, on pouvait utiliser la technique graphique pour déterminer les équations correspondantes des droites. On trouve ainsi :

$$f_1(x) = 3 \quad ; \quad f_2(x) = -x + 5 = 5 - x \quad ; \quad f_3(x) = \frac{3}{4}x \quad ; \quad f_4(x) = 2x + 3 \quad ; \quad f_5(x) = -\frac{2}{3}x - 5$$

Exercice n° 4 (paire ou impaire ?) – 6 points

1. Une fonction est paire (resp. impaire) sur un intervalle I si pour tout x de I, on a $f(x) = f(-x)$ (resp. $-f(-x)$) ou si sa courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées (resp. à l'origine).

2. Remarquons au préalable qu'une fonction non nulle ne peut être paire et impaire en même temps, sinon on aurait : $f(-x) = -f(-x) \Leftrightarrow -1 = 1$, ce qui est absurde.

On a alors :

$f_1(-x) = 2(-x) - (-x)^4 = -2x - x^4 \neq f_1(x)$ et $-f_1(-x) = 2x + x^4 \neq f_1(x)$, donc f_1 n'est ni paire ni impaire ;

$f_2(-x) = (1 - (-x))^4 \times (1 + (-x))^4 = (1 + x)^4 \times (1 - x)^4 = f_2(x)$, donc f_2 est paire ;

$f_3(-x) = (-x)^2\,((-x)^3 + (-x)^5) = -x^2\,(x^3 + x^5) = -f_3(-x)$, donc f_3 est impaire ;

$f_4(x) = (1 + (-x)^2)^3 = (1 + x^2)^3 = f_4(x)$, donc f_4 est paire ;

$f_5(-x) = \dfrac{-x + 1}{-x - 1} = \dfrac{1 - x}{1 + x} \neq f_5(x)$ et $-f_5(-x) = \dfrac{x - 1}{x + 1} \neq f(x)$,[2] donc f_5 n'est ni paire ni impaire ;

$f_6(-x) = (-x)^3\,(1 - 2x + x^2) \neq f_6(x)$ et $-f_6(-x) \neq f_6(x)$, donc f_6 n'est ni paire ni impaire.