

La notation tiendra particulièrement compte du soin, de l'orthographe et en particulier de la précision des figures dessinées et de la rédaction.
Ces exercices sont les démonstrations des activités informatiques.

**Les figures complétées au fur et à mesure des exercices
seront mises sur une feuille à part.**

Exercice n° 1 (la droite d'Euler) – 8 points

On considère un triangle ABC quelconque. On note respectivement G, H, O son centre de gravité, son orthocentre et son centre du cercle circonscrit. Le but de cet exercice est de montrer que ces trois points sont alignés, et en plus que l'on a l'égalité $3OG = OH$.

1. On note A' le symétrique de A par rapport à O. Justifier le fait que A appartienne au cercle circonscrit.
2. Démontrer que les droites (CH) et (BA') sont parallèles.
3. a) Démontrer que CHBA' est un parallélogramme.
b) En déduire le centre de gravité du triangle AHA'.
4. Conclure.

Exercice n° 2 (lieu d'un point) – 6 points

On considère un cercle \mathcal{C} de centre O et de diamètre [AB]. Soit M un point quelconque de ce cercle, et \mathcal{T} la tangente en M à ce cercle. La droite parallèle à (AM) passant par O coupe la droite (MB) en I et \mathcal{T} en N. Le but est de montrer que lorsque M décrit \mathcal{C} , N décrit la droite tangente au cercle \mathcal{C} en B.

1. Montrer que le triangle AMB est rectangle et que I est le milieu du segment [MB].
2. Quelle est l'image de la droite \mathcal{T} par la symétrie axiale d'axe (OI) ? Justifier.
3. Montrer que les droites (NB) et (OB) sont perpendiculaires.
4. Conclure.

Exercice n° 3 (D sur l'arc BC) – 6 points

ABC est un triangle équilatéral et \mathcal{C} son cercle circonscrit. Soit D un point quelconque du petit arc BC. On se propose de montrer que $DA = DB + DC$.

1. On note E le point du segment [AD] tel que $DE = DC$. La droite (EC) recoupe le cercle \mathcal{C} en un point appelé F. Justifier la nature du triangle DEC, puis celle du triangle FAE, et en déduire que $FA = FE$.
2. Montrer que le quadrilatère EFBD est un parallélogramme.
3. Conclure.