CORRIGÉ - CORRIGÉ - CORRIGÉ - CORRIGÉ - CORRIGÉ Classe : 1ère STG 2

CONTRÔLE N° 5

Lundi 16 mars 2012 (2 h, coefficient 5) – calculatrice autorisée !

Exercice n° 1 – question de cours (....../2,5 points)

Énonce la propriété qui permet de donner rapidement les variations d'une suite géométrique en fonction de sa raison q.

La suite est :
- croissante si $q > 1$,
- décroissante si $q < 1$,
- constante si $q = 1$.

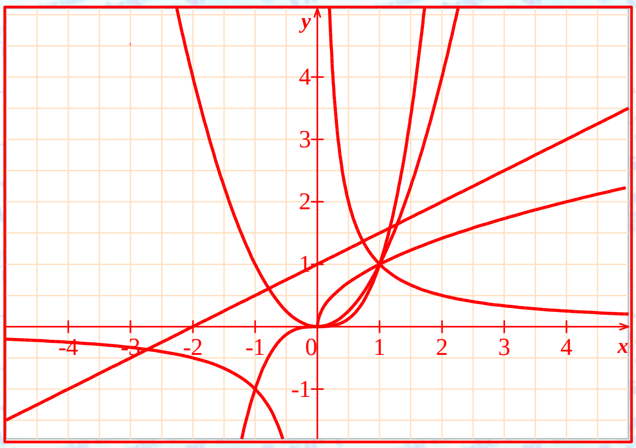
Exercice n° 2 (....../7,5 points)

(la question 1 est à faire directement sur le sujet)

1. Remplis le tableau des fonctions de référence suivant :

Fonction	Expression	Ensemble de définition
cube	x^3	$\mathbb{R}$
carré	x^2	$\mathbb{R}$
affine	$\frac{1}{2}x + 1$	$\mathbb{R}$
inverse	$\frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$
racine carrée	$\sqrt{x}$	$\mathbb{R}_+$

2. Dans un repère adapté que tu détermineras, trace les représentations graphiques des cinq fonctions ci-dessus.



Exercice n° 3 (....../10 points)

(à faire directement sur le sujet)

1. Rappelle les variations de la fonction carré, puis celles de la fonction inverse (on pourra faire un tableau de variations pour chaque fonction).
La fonction carré est décroissante sur $]-\infty\,;0]$, puis croissante sur $[0\,;+\infty[$. La fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty\,;0[$ et sur $]0\,;+\infty[$.

2. Recopie et complète les inégalités :
a) Si $2 < x < 5$, alors $4 < x^2 < 25$
b) Si $-4 < x < -2$, alors $4 < x^2 < 16$
c) Si $x^2 \leqslant 2$, alors $-\sqrt{2} \leqslant x \leqslant \sqrt{2}$
d) Si $1 < x^2 < 9$, alors $-3 < x < -1$ ou $1 < x < 3$.

3. Recopie et complète les inégalités suivantes :
a) Si $2 < x < 5$, alors $\frac{1}{5} < \frac{1}{x} < \frac{1}{2}$
b) Si $-4 < x < -2$, alors $-\frac{1}{2} < \frac{1}{x} < -\frac{1}{4}$
c) Si $\frac{1}{x} \leqslant 2$, alors $x < 0$ ou $x \geqslant \frac{1}{2}$
d) Si $\frac{1}{5} < \frac{1}{x} < \frac{1}{4}$, alors $4 < x < 5$

Exercice n° 4 (....../5 points)

Pour chacune des suites suivantes, calculer les cinq premiers termes :

1. $u_n = -n + 9$
$u_0 = 9\,;\ u_1 = 8\,;\ u_2 = 7\,;\ u_3 = 6\,;\ u_4 = 5.$

2. $u_n = 2n^2 + n$
$u_0 = 0\,;\ u_1 = 3\,;\ u_2 = 10\,;\ u_3 = 21\,;\ u_4 = 36.$

3. $u_n = \dfrac{n+1}{2n-9}$
$u_0 = -\frac{1}{9}\,;\ u_1 = -\frac{2}{7}\,;\ u_2 = -\frac{3}{5}\,;\ u_3 = -\frac{4}{3}\,;\ u_4 = -5.$

4. $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$
$u_0 = 1\,;\ u_1 = 5\,;\ u_2 = 13\,;\ u_3 = 29\,;\ u_4 = 61.$

5. $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n^2 - 1 \end{cases}$
$u_0 = 0\,;\ u_1 = -1\,;\ u_2 = 0\,;\ u_3 = -1\,;\ u_4 = 0.$

CORRIGÉ ~ CORRIGÉ ~ CORRIGÉ ~ CORRIGÉ ~ CORRIGÉ Classe : 1ère STG 2

Exercice n° 5 (……/5 points)

Déterminer le sens de variations des suites suivantes, en justifiant soigneusement la réponse :

1. $u_n = 2n + 5$

$u_{n+1} - u_n = 2(n+1) + 5 - (2n+5) = 2 \geqslant 0$,
donc (u_n) est croissante.

2. $u_n = n^2 - 2n$

$u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - 2(n+1) - (n^2 - 2n)$
$= n^2 + 2n + 1 - 2n - 2 - n^2 - 2n$
$= -1 - 2n \leqslant 0$,
donc (u_n) est décroissante.

3. $u_n = \dfrac{4}{1-2n}$

$\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{4}{1-2(n+1)} \times \dfrac{1-2n}{4} = \dfrac{1-2n}{1-2n-2}$
$= \dfrac{1-2n-2+2}{1-2n-2}$
$= 1 + \dfrac{2}{-1-2n} \leqslant 1$ car $-1-2n \leqslant 0$,
donc (u_n) est décroissante.

4. $u_n = 10^n - 1$

$\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{10^{n+1}-1}{10^n - 1} \geqslant 0$ car $10^{n+1} \geqslant 10^n$,
donc (u_n) est croissante.

5. $u_n = n^2 - 3n + 2$

$u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - 3(n+1) + 2 - (n^2 - 3n + 2)$
$= 2n - 2$.
On constate que $2n - 2 < 0$ pour $n = 0$ et $2n - 2 \geqslant 0$ pour n $\geqslant 1$, donc la suite (u_n) n'est ni croissante, ni décroissante. On peut cependant dire qu'elle est croissante à partir de $n = 1$.

Exercice n° 6 (……/10 points)

(à faire directement sur le sujet)

Pour chacune des suites suivantes, précise si elle est géométrique (G), arithmétique (A) ou aucun des deux (∅) et calcule u_{10}. Quand elle est géométrique ou arithmétique, précise sa raison et son sens de variations (↗ ou ↘) :

Suite	Nature	u_{10}	Raison r ou q	Variations
$\begin{cases} u_0 = -27 \\ u_{n+1} = u_n + 6 \end{cases}$	A	33	6	↗
$u_n = 5 \times 3^n$	G	295245	3	↗
$u_n = n^2 + 4$	∅	104	—	—
$u_n = 2(n-1) + 7$	A	25	7	↗
$u_n = 9n^2$	∅	900	—	—
$\begin{cases} u_0 = -27 \\ u_n = -u_{n-1} - 3 \end{cases}$	∅	– 27	—	—
$u_n = \dfrac{10^{n+1}}{4^n}$	G	≈ 95367	2,5	↗
$u_n = -15 + 15n$	A	135	15	↗
$u_n = 2^{n-1}$	G	512	2	↗
$u_n = 2n - 1$	∅	19	—	—